

ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ им. А.Ю. ИШЛИНСКОГО
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

ЯЦУХНО ДМИТРИЙ СЕРГЕЕВИЧ

**ИССЛЕДОВАНИЕ АЭРОТЕРМОДИНАМИКИ
ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ С
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛЕЙ СОВЕРШЕННОГО И РЕАЛЬНОГО
ГАЗА**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

Доктор физ.-мат. наук, профессор,

академик РАН

Суржиков С.Т.

Москва, 2019

Содержание

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1. ПРОБЛЕМЫ АЭРОДИНАМИКИ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ.....	12
1.1. Введение.....	12
1.2. Обзор работ, посвященных аэротермодинамике волнолетов.....	15
1.3. Описание методики построения несущей поверхности волнолета на основе невязкого течения за коническим скачком уплотнения	27
1.4. Описание методики построения верхней поверхности волнолета на основе течения Прандтля-Майера	35
1.5. Выводы	37
ГЛАВА 2. ПРОБЛЕМЫ ПОСТРОЕНИЯ КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫХ И КОНЕЧНО-ОБЪЕМНЫХ СТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТОК.....	38
2.1. Обзор работ, посвященных применению уравнений в частных производных для генерации структурированных сеток.	38
2.2. Применение уравнений эллиптического типа для построения расчетных сеток (эллиптический сеточный генератор).....	45
2.2.1. Формулировка системы уравнений для реализации двухмерного эллиптического сеточного генератора.....	45
2.2.2. Реализация начальных условий	49
2.2.3. Контроль ортогональности сетки у границ области в рамках граничных условий Дирихле	51
2.2.4. Численный метод	55
2.2.5. Результаты	56
2.3. Применение уравнений гиперболического типа для построения расчетных сеток (гиперболический сеточный генератор).....	57
2.3.1. Формулировка системы уравнений для реализации двухмерного гиперболического сеточного генератора.....	57
2.3.2. Вычисление производных и определение объема ячеек	59
2.3.3. Повышение устойчивости численного метода	61
2.3.4. Результаты	62
2.4. Выводы	66

ГЛАВА 3. МЕТОД РАСЩЕПЛЕНИЯ ПО ФИЗИЧЕСКИМ ПРОЦЕССАМ В ЗАДАЧЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОБТЕКАНИЯ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ	67
3.1. Введение.....	67
3.2. Постановка задачи.....	69
3.3. Граничные условия	70
3.4. Численный метод	71
3.5. Расчетное исследование аэродинамики различных конфигураций волнолетов с применением метода расщепления по физическим процессам	76
3.5.1. Численное моделирование обтекания волнолетов, построенных на скачках уплотнения за прямым круговым конусом.....	77
3.5.2. Численное моделирование обтекания волнолетов, построенных на скачках уплотнения за наклонным круговым конусом и эллиптическим конусом	88
3.5.3. Численное моделирование обтекания волнолетов, построенных на плоских скачках уплотнения	93
3.5.4. Численное моделирование обтекания волнолета, сопряженного с ракетным ускорителем	97
3.5.5. Численное моделирование обтекания волнолета с интегрированным гиперзвуковым прямоточным воздушно-реактивным двигателем с учетом влияния объемных источников энергии.....	101
3.5.6. Анализ влияния радиуса затупления на аэродинамические характеристики волнолета.....	106
3.6. Выводы	109
ГЛАВА 4. ДВУХМЕРНАЯ РАДИАЦИОННАЯ АЭРОТЕРМОДИНАМИКА СПУСКАЕМОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В АТМОСФЕРЕ МАРСА.....	110
4.1. Введение.....	110
4.2. Двумерная модель радиационной газовой динамики СКА	115
4.3. Численный метод	123
4.4. Численное моделирование конвективного и радиационного нагрева СКА Exomars	123
4.5. Выводы	130

ГЛАВА 5. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ РАДИАЦИОННАЯ АЭРОТЕРМОДИНАМИКА СПУСКАЕМОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В АТМОСФЕРЕ МАРСА.....	131
5.1. Введение.....	131
5.2. Пространственная модель радиационной газовой динамики СКА	132
5.3. Расчетное исследование аэротермодинамики СКА Exomars с учетом влияния угла атаки и модели турбулентности.....	135
5.4. Выводы	143
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	144
ЛИТЕРАТУРА	146
ПРИЛОЖЕНИЯ	164

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность. Задачи обтекания летательных аппаратов, движущихся с очень большими сверхзвуковыми скоростями, активно исследуются как отечественным, так и зарубежным научным сообществом. Одна из наиболее существенных проблем, присущих данным скоростям полета, заключается в значительном нагреве газа в образующемся ударном слое. Подобное увеличение температуры приводит к невозможности выполнения расчетов параметров потока в рамках модели совершенного газа из-за активно протекающих химических реакций. Специфические условия входа в атмосферу некоторых планет и наличие в составе смеси оптически активных компонент объясняют также необходимость количественной оценки радиационного нагрева поверхности летательного аппарата. Экспериментальные исследования высокоскоростных летательных аппаратов (ВЛА) к настоящему моменту сопряжены со значительными техническими проблемами как при проведении летных испытаний, так и стендовых экспериментов. Значительная стоимость подобных исследований обуславливает актуальность разработки вычислительных моделей и компьютерных кодов для численного моделирования задач аэротермодинамики и аэрофизики ВЛА в рамках моделей совершенного и реального газа.

Основной задачей аэротермодинамики является определение нагрева поверхности ВЛА. Однако расчет теплового потока требует детальной дискретизации узкой зоны пограничного слоя что приводит к существенному увеличению количества элементов используемой расчетной сетки. К настоящему моменту только использование структурированных сеток может обеспечить приемлемую точность моделирования конвективного нагрева. Таким образом еще одной актуальной задачей является разработка методов построения поверхностных и объемных структурированных сеток.

Существенным недостатком упомянутого типа сеточной топологии является значительная сложность построения сетки для реалистичных

моделей ВЛА. Применение неструктурированных сеток является оправданным в задачах вычислительной аэродинамики. Практически полная автоматизация процесса построения существенно расширяет возможности для исследования различных конфигураций ВЛА. Важнейшей задачей является разработка компьютерных кодов и численных методов для работы именно с неструктурированными сетками.

Целью работы является построение численных методов расчета аэротермодинамики ВЛА в рамках моделей совершенного и реального газа, а также разработка компьютерных кодов для проведения вычислительных экспериментов с использованием полученных методов. Еще одной задачей является исследование возможностей применения невязкого поля течения для построения поверхности ВЛА. Заключительная задача состоит в разработке методов генерации структурированных расчетных сеток для ВЛА сложной формы при решении задач газовой динамики.

Основные задачи исследования:

1. Применение метода газодинамического конструирования, использующего невязкое поле течения, для построения конфигураций перспективных летательных аппаратов – волнолетов;
2. Разработка и реализация методов построения структурированных расчетных сеток с использованием эллиптических и гиперболических уравнений в частных производных для широкого круга задач вычислительной механики сплошной среды;
3. Исследование аэродинамики различных конфигураций волнолетов с применением метода расщепления по физическим процессам, реализованного в рамках метода контрольного объема в компьютерном коде UST3D, и предназначенного для работы с неструктурированными сетками;
4. Проведение расчетного исследования радиационной газовой динамики спускаемого космического аппарата Exomars с использованием компьютерного кода NERAT-2D;

5. Выполнение численного моделирования конвективного нагрева пространственной модели спускаемого космического аппарата Exomars, движущегося под углом атаки, с помощью компьютерного кода NERAT-3D в рамках различных моделей турбулентности;

Научная новизна работы:

1. Реализован метод построения несущих поверхностей летательных аппаратов с использованием невязкого конического поля течения;

2. Выполнена реализация эллиптического и гиперболического сеточных генераторов, позволяющих выполнять построение структурированных расчетных сеток для двух- и трехмерных конфигураций летательных аппаратов;

3. Выполнена валидация компьютерного кода UST3D на примере анализа экспериментальных данных по аэродинамике различных конфигураций волнолетов в широком диапазоне скоростей и углов атаки. Также выполнена верификация численной методики путем сравнения полученных результатов с расчетными данными других компьютерных кодов;

4. Выполнен расчет конвективных и радиационных тепловых потоков к поверхности спускаемого аппарата Exomars в рамках осесимметричной двухмерной вычислительной модели компьютерного кода NERAT-2D для актуальных траекторных точек. Проведено оценочное сравнение полученных результатов с летными данными для различных участков траектории;

5. Проведены пространственные расчеты аэротермодинамики спускаемого аппарата Exomars под углом атаки. Выполнено сравнение результатов расчета конвективного теплового потока при различных каталитических свойствах поверхности и для различных способов учета эффектов турбулентности;

Основными защищаемыми положениями и результатами являются:

1. Метод газодинамического конструирования, использующий невязкое коническое поле течения для построения конфигураций перспективных ВЛА;
2. Методы построения расчетных сеток с применением эллиптических и гиперболических уравнений в частных производных;
3. Метод расщепления по физическим процессам, реализованный в рамках метода контрольного объема для использования на неструктурированных сетках. Сравнение с расчетными и экспериментальными данными для различных конфигураций волнолетов;
4. Двухмерная модель радиационной газовой динамики спускаемого космического аппарата Exomars. Расчетные данные по конвективному и радиационному тепловым потокам;
5. Трехмерная радиационно-газодинамическая модель спускаемого космического аппарата Exomars. Результаты расчетов по конвективному нагреву пространственной модели спускаемого аппарата Exomars, полученные в рамках различных способов учета турбулентных эффектов;

Практическая значимость. Реализованный метод газодинамического конструирования осуществляет построение несущих поверхностей ВЛА в широком диапазоне параметров набегающего потока. Разработанные компьютерные коды позволяют выполнять построение структурированных расчетных сеток для летательных аппаратов сложной формы. Применение метода расщепления по физическим процессам на неструктурированных сетках дает достоверные расчетные данные по аэродинамике летательных аппаратов сложной формы. Расчетные данные, полученные с использованием двух- и трехмерной моделей радиационной газовой динамики, позволяют получить оценку конвективного и радиационного нагрева поверхности спускаемого космического аппарата при различных приближениях, а также могут быть использованы при анализе актуальных данных летных испытаний.

Научные исследования, проведенные в работе, были выполнены в рамках проекта РФФИ 16-01-00379 и проекта РФФИ 19-0100515, госзадания № АААА-А17-117021310372-6, а также международного проекта CNES № 170440/00.

Достоверность результатов диссертации подтверждается физической обоснованностью постановок задач и строгим аналитическим характером их рассмотрения с применением современных теоретических концепций и математических средств физической и химической механики, сравнением собственных численных результатов с расчетами других авторов, а также соответствием расчетных и экспериментальных данных.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на всероссийских и международных профильных научных конференциях и семинарах:

1. Научная конференция МФТИ, Москва-Долгопрудный, Московский Физико-Технический Институт, 2016 – 2018 гг;
2. Школа-семинар «Аэрофизика и физическая механика классических и квантовых систем» (АФМ), Москва, Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, 2016 – 2018 гг;
3. XX Юбилейная Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2017), 24–31 мая 2017 г., Алушта
4. Всероссийская конференция по аэрогидродинамике, посвященная 100-летию со дня рождения С.В. Валландера, Санкт-Петербург, Россия, 23-25 октября 2017 г.
5. XXI Научно-техническая конференция молодых ученых и специалистов, г. Королев, 30 октября – 3 ноября 2017 г.
6. Научно-техническая конференция по аэродинамике. п. Володарского Московской обл. 2017 – 2019 гг;

7. Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С.П. Королева и других выдающихся отечественных ученых – пионеров освоения космического пространства, Москва, 2018, 2019 гг;

8. 56th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Флорида, США, 8-12 января 2018 г.

9. XII Международная конференция по прикладной математике и механике в аэрокосмической области (NPNJ'2018). 24-21 мая 2018 г., Алушта.

10. 7-я Российская национальная конференция по теплообмену. 22-26 октября 2018, г. Москва, Россия

11. AIAA SciTech Forum (7-11 January, 2019, San Diego, California, USA), San Diego, California, США, 7-11 января 2019 г.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 6 статей из которых 5 индексируются в базах данных «Сеть науки» (Web of Science) или «Скопус» (Scopus) и входят в список рекомендуемых изданий ВАК, а также 10 международных и всероссийских конференций.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения, списка литературы и приложения. Общий объем работы составляет 167 страниц, включая 107 рисунков и 16 таблиц. Список литературы содержит 203 наименования.

Во **введении** отражена актуальность рассматриваемой проблемы, сформулирована цель работы и кратко отражена структура диссертации.

В **первой главе** рассматривается концепция волнолета как объекта компьютерных аэротермодинамических исследований. Представлена методика построения несущей поверхности на основе невязкого конического поля течения, позволяющая автоматизировать процесс генерации поверхности летательного аппарата.

Во **второй главе** изложены методики применения эллиптических и гиперболических уравнений в частных производных. Представлены результаты применения данных сеточных генераторов к двумерным и трехмерным конфигурациям летательных аппаратов.

В **третьей главе** сформулирована физико-математическая модель компьютерного кода UST3D, реализующего метод расщепления по физическим процессам на неструктурированных тетраэдральных сетках. С помощью данного метода были получены аэродинамические характеристики различных конфигураций волнолетов в широком скоростном диапазоне и при различных углах атаки. Получено хорошее соответствие с экспериментальными данными по аэродинамике, полученными в ведущих исследовательских центрах мира.

В **четвертой главе** представлена двухмерная осесимметричная модель радиационной газовой динамики, предназначенная для моделирования конвективного и радиационного нагрева поверхности спускаемого космического аппарата в условиях марсианской атмосферы. Полученные результаты говорят о слабом влиянии химических реакций на тепловые потоки для исследованных траекторных точек.

В **пятой главе** показаны результаты применения трехмерной модели радиационной газовой динамики для моделирования конвективного нагрева поверхности спускаемого космического аппарата. Показаны результаты расчетов, соответствующие ламинарному режиму течения, турбулентному режиму в рамках алгебраической модели Болдуина-Ломакса, турбулентному режиму в рамках совместного использования модели Болдуина-Ломакса и пристеночных функций. Рассмотрены различные каталитические свойства поверхности.

В **заключении** кратко формулируются основные выводы, полученные в диссертации.

ГЛАВА 1. ПРОБЛЕМЫ АЭРОДИНАМИКИ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

1.1. Введение

На протяжении последних двадцати лет в США непрерывно велись научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы по созданию многоразовых аэрокосмических систем. Некоторые, наиболее успешные проекты, преодолели стадию стендовой отработки и прошли летные испытания. Среди них орбитальная летающая лаборатория X-37В OTV (Orbital Test Vehicle), совершившая уже четыре космических полета, беспилотный летательный аппарат X-43А, который зафиксировал новый рекорд скорости – 9.6 числа Маха (11850 км/ч), крылатая ракета X-51а – один из первых летательных аппаратов полной компоновки с гиперзвуковым прямоточным воздушно-реактивным двигателем (ГПВРД), предназначенным для длительного атмосферного полета. Полученные экспериментальные данные являются надежной базой для развития современных компьютерных кодов моделирования аэротермодинамики высокоскоростных летательных аппаратов (ВЛА). При этом можно выделить следующие характерные особенности, которые могут быть присущими перспективным аэрокосмическим системам:

- Возможность многократного использования летательного аппарата (ЛА);
- Способность к управляемому полету и маневрированию, а также обладание соответствующей системой управления;
- Высокое аэродинамическое качество, обеспечиваемое оптимальной аэродинамической формой;
- Выполнение полетов при больших сверхзвуковых скоростях, требующее наличия соответствующей силовой установки и конструктивных элементов тепловой защиты.

Расчетно-теоретические и экспериментальные исследования аэродинамических конфигураций, предназначенных для больших

сверхзвуковых скоростей, выполняются с начала 60-х годов прошлого века. Одной из первоочередных целей было определение облика ВЛА (или его конструктивного элемента), обладающего наилучшими аэродинамическими характеристиками для заданного режима полета. При этом, необходимо было учитывать не только конструктивные особенности ВЛА (габариты, полезную нагрузку, интеграцию с органами управления и силовой установкой), но и аспекты самого процесса высокоскоростного обтекания формы (ударные волны, физико-химические реакции, ламинарно-турбулентный переход).

В конце 50-х годов в работе [1] была предложена концепция ВЛА, обладающего достаточно высокими аэродинамическими характеристиками. В основе данной аэродинамической конфигурации лежал результат практической реализации основных идей метода газодинамического конструирования. Он позволил упростить анализ влияния на аэродинамику несущих форм значимой особенности гиперзвуковых течений – сильных ударных волн, избыточное давление за которыми вносит определяющий вклад в подъемную силу ВЛА. Отличительной особенностью настоящего метода является возможность получения сложных трехмерных конфигураций ВЛА на основе поверхности, состоящей из линий тока заданного поля течения, и форма которой определяется двумя независимыми переменными. Расчет аэродинамических характеристик подобных несущих форм существенно упрощается в силу того, что решается задача меньшей размерности, как правило, для простейшего типа течения. В работе [1] несущая поверхность аэродинамической конфигурации конструировалась из линий тока, соответствующих невязкому обтеканию острого клина под нулевым углом атаки. Таким образом, выполнялось решение обратной задачи аэродинамики – определение формы по заданному полю течения. Верхняя поверхность ЛА часто определяется как поверхность тока невозмущенного набегающего потока и не увеличивает общее сопротивление модели. При этом образование передней кромки ВЛА происходит в результате пересечения поверхности ударной волны некоторой базовой кривой, форма

которой подбирается с учетом конструктивных особенностей ЛА (габаритные размеры), назначения (объем и полезная нагрузка) а также, условий его эксплуатации (высота полета и параметры набегающего потока). Предполагается формирование поверхности с острой кромкой и, следовательно, присоединенной ударной волной. В этих условиях обеспечивается эффективное сжатие газового потока у несущей поверхности, обеспечивающее прирост подъемной силы. Общее качество волнолета (с англ. «Waverider») в итоге превосходит аналогичный параметр у других аэродинамических компоновок.

Именно этим был обусловлен достаточно высокий интерес к исследованию данного вида ЛА. С начала 80-х годов на ведущих мировых аэрокосмических конференциях было представлено значительное количество расчетных и экспериментальных работ, посвященных волнолетам. В частности, в 1990 году в США проводился симпозиум (1st International Hypersonic Waverider Symposium, University of Maryland, College Park, MD, October 17–19, 1990), посвященный данной аэродинамической конфигурации. Опубликованы детальные обзоры исследовательской активности, затрагивающие актуальное (на момент публикации) состояние развития ВЛА, в том числе и волнолетов [2–6]. В отечественной литературе представлены монографии [7–9], включающие значительный объем расчетно-теоретических и экспериментальных данных, касающихся широкого класса вопросов аэродинамики несущих форм (волнолетов, звездообразных тел и т.д.), полученных на основе точных решений, а также современных интегральных компоновок, а также аэродинамических форм, полученных на основе точных решений, и представляющих значительный интерес [10]. В зарубежной литературе также широко представлены монографии [11–14], аккумулирующие фундаментальные и прикладные результаты, которые затрагивают научные и технические проблемы, возникающие при разработке современных ВЛА.

1.2. Обзор работ, посвященных аэротермодинамике волнолетов

Расчетно-теоретические и экспериментальные исследования аэродинамических конфигураций, предназначенных для больших сверхзвуковых скоростей, выполняются с начала 60-х годов прошлого века. Одной из первоочередных целей было определение облика высокоскоростного летательного аппарата (ВЛА) (или его конструктивного элемента), обладающего наилучшими аэродинамическими характеристиками для заданного режима полета. Статья [1] затрагивала широкий круг теоретических вопросов, относящихся к управляемому космическому полету: стабилизация и управление летательным аппаратом в процессе спуска в атмосфере, вопросы тепловой защиты и размещения полезной нагрузки. В процессе обсуждения перспективной формы, подходящей для возвращения человека с орбиты на Землю, был впервые рассмотрен волнолет на основе классического треугольного крыла с несущей поверхностью, образованной одним или двумя плоскими скачками уплотнения. К достоинствам данной аэродинамической конфигурации следует отнести значительную подъемную силу, которая обеспечивается за счет высокого давления в сжатом слое у несущей поверхности, а также малое волновое сопротивление, за счет присоединения ударной волны к передней кромке и касательной ориентации верхней поверхности по отношению к набегающему потоку. Данные особенности обеспечивают достаточно высокое аэродинамическое качество при больших сверхзвуковых скоростях.

Первоначально облик волнолета был близок к традиционной форме треугольного крыла. При этом несущая поверхность определялась течением за плоским скачком уплотнения. Таким образом форма волнолета однозначно определялась строго определенным набором параметров: условиями набегающего потока, величинами углов атаки и скольжения, потенциальными габаритными размерами. В этом заключается один из ключевых недостатков данного типа ВЛА – для волнолета существует лишь один наиболее

оптимальный режим полета, который соответствует условиям течения, являющегося основой его несущей поверхности.

В работе [15] были представлены результаты экспериментальных исследований, выполненных в ударной трубе, волнолетов на плоском скачке уплотнения с верхней поверхностью на основе Λ -крыла (Λ -волнолет), имеющих различное расчетное число Маха, разные габариты и объемную эффективность. Было выполнено сравнение экспериментальных аэродинамических характеристик с результатами расчетов по известным приближенным теориям. При этом исследования волнолетов выполнялись также и для нерасчетных режимов полета в широком диапазоне чисел Маха $M_\infty = 7.9 \div 15.5$ при положительных и отрицательных углах атаки. Показана зависимость распределения давления в поперечном сечении несущей поверхности от условий течения, включая закритический режим обтекания, который соответствует отошедшей от острых кромок ударной волне.

Расчетно-теоретические исследования Λ -волнолета были также представлены в работах [16–18]. В работах [16, 17] основное внимание было сфокусировано на вопросах устойчивости и управляемости ВЛА при больших сверхзвуковых скоростях. Работа [18] в основном касалась вопросов обтекания Λ -волнолета при числе Маха $M_\infty = 8.2$ потоком ламинарного или турбулентного газа. Отмечено формирование вихревых структур вблизи поверхности ВЛА при различных углах атаки. Выполнено исследование влияния радиуса затупления передней кромки на аэродинамические характеристики волнолета, а также на форму вихревых образований.

Задача обтекания конуса под нулевым углом атаки также имеет точное решение и поэтому конические поля течения также могут быть использованы для генерации несущих поверхностей высокоскоростных конфигураций. Они позволяют получить большее аэродинамическое качество, чем при использовании течений за плоскими скачками уплотнения. Использование конусов в качестве тел-генераторов ударных волн позволило также обеспечить несколько больший объем, предназначенный для полезной нагрузки.

Построение поверхности за вязким коническим полем течения было впервые рассмотрено в работе [19]. Форма сечений при этом изменяется по длине конфигурации, в отличие от тел, построенных на плоских скачках уплотнения. В работе [20] показано, что коническое поле течения при одинаковых параметрах потока позволяет получить две конфигурации, с разными значениями аэродинамического качества, отличающимися также и объемной эффективностью. Одна из первых попыток применить метод газодинамического конструирования для получения полноценной интегральной компоновки ВЛА была сделана в работе [21]. При этом были также рассмотрены и течения за осесимметричными скачками уплотнения в целом. В работе [22] рассматривались течения, полученные при обтекании наклонных конусов, а также при обтекании прямых конусов со скольжением. Был выполнен сравнительный анализ аэродинамических характеристик волнолетов, полученных с помощью таких полей течения. Методы теории малых возмущений [23–25] позволяют производить анализ течений за наклонными или эллиптическими конусами. При этом начальном этапе расчета формы несущей поверхности могут быть использованы соответствующие результаты, относящиеся к течению возле прямого кругового конуса. Результатом являются аналитические выражения, описывающие форму несущей поверхности волнолета в сферических координатах. В работах [26–28] был рассмотрен класс волнолетов, имеющих достаточно большой внутренний объем по сравнению с упомянутыми ранее конфигурациями. Были выполнены численные и экспериментальные исследования аэродинамических характеристик с учетом влияния углов атаки и скольжения для расчетного и нерасчетных чисел Маха. Затрагивались вопросы оптимизации полученных форм при различных ограничениях (фиксированная подъемная сила, определенный внутренний объем, площадь смачиваемой поверхности). Были исследованы особенности влияния вязкостных эффектов на аэродинамическое качество таких волнолетов.

Одной из задач газодинамического конструирования также является обеспечение наиболее эффективного распределения объема в пределах поверхностей волнолета. Таким образом, представляется целесообразным исследование аэродинамических конфигураций с продольной кривизной. В работе [29] было показано, что подобное искривление приводит к снижению лобового сопротивления, росту аэродинамического качества летательного аппарата, а также к увеличению возможностей для более рационального распределения полезной нагрузки, а также интеграции органов управления и силовой установки. В работе [30] были рассмотрены различные варианты формы верхней поверхности волнолета при числе Маха $M_\infty = 10$. Выполнен анализ потенциальных возможностей применения конического поля течения для получения формы воздухозаборника перспективного высокоскоростного летательного аппарата на основе волнолета.

Естественным направлением развития исследований аэродинамики волнолетов являлся переход к более произвольным формам скачков уплотнения. Численный метод расчета аэродинамики тел с поверхностью сжатия, построенной на течении за эллиптическим конусом был предложен в работе [31]. С помощью этого метода также были определены аэродинамические характеристики волнолетов, использующих ударные волны параболической формы [32]. Аэродинамическое качество данных конфигураций оказалось выше, чем волнолетов на плоском скачке уплотнения при идентичных значениях числа Маха, объема и величины угла раскрытия верхней поверхности на основе Λ -крыла. Аэродинамика несущих тел, использующих осесимметричные скачки уплотнения, кратко рассмотрена в работе [33]. Широкий круг вопросов, связанных с аэродинамикой несущих форм, полученных как результат взаимодействия системы скачков уплотнения, был рассмотрен в работе [34]. Сравнительный анализ влияния формы ударной волны на аэродинамическое качество получаемой поверхности был выполнен в работах [35, 36].

Еще одной актуальной проблемой вычислительной аэродинамики больших скоростей является оптимизация имеющейся формы для заданных условий набегающего потока с учетом необходимости достижения желаемых аэродинамических характеристик при определенных ограничениях:

- Минимальное сопротивление летательного аппарата при фиксированной подъемной силе;
- Максимальное аэродинамическое качество при фиксированном объеме летательного аппарата;
- Максимальное аэродинамическое качество при определенной объемной эффективности летательного аппарата ($\eta_{\text{эфф}} = V/S_{\text{wet}}^{3/2}$ – коэффициент объемной эффективности, V – объем летательного аппарата, S_{wet} – площадь смачиваемой поверхности).

Вариационный подход к оптимизации форм является наиболее распространенным. В частности, именно вариационным методам получения оптимальных поверхностей для сверх- и гиперзвуковых скоростей посвящена монография [37]. В монографии [38] представлен более современный взгляд на проблемы оптимизации с существенным акцентом как на классические задачи оптимизации формы носовых частей и треугольных крыльев, так и на задачи многодисциплинарной оптимизации. Избранные вопросы оптимизации формы волнолета были также рассмотрены в статьях [39, 40]. В целом общая идея задач оптимизации заключается в установлении взаимосвязи между аэродинамическими характеристиками летательного аппарата и параметрами, однозначно определяющими его геометрию, в виде некоторой функции многих переменных, а затем минимизации данной функции в соответствии с алгоритмом выбранного численного метода. В работах [41, 42] были рассмотрены волнолеты, оптимизированные с учетом вязкостных эффектов. Отличительной особенностью полученных конфигураций являлось высокое аэродинамическое качество, превосходящее теоретически предсказанный предел для заданных чисел Маха [43]. Поверхностное трение, вносящее

существенный вклад в общее сопротивление, оценивалось для ламинарного, переходного или турбулентного течения. Одним из результатов исследований в области оптимизации волнолетов стал компьютерный код MAXWARP [44], с помощью которого может быть рассчитана оптимальная форма волнолета для заданного режима полета. В работе [41] для оценки трения использовались приближенные соотношения из теории пограничного слоя, а в работе [42] – метод характерной температуры [45], основанный на использовании формулы Эккерта при расчете термодинамических параметров течения вдоль линий тока, лежащих на поверхности исследуемого тела. Следует отметить, что подобный метод, по сути использует те же физические аналогии, что и хорошо известные инженерные методики – метод локального подобия [46] и метод эффективной длины [47]. В работе [48] был рассмотрен оптимизированный волнолет с фиксированным внутренним объемом, предназначенным для полезной нагрузки. Подходы к оптимизации формы волнолета были распространены и на более сложные конфигурации. В частности, в работах [49–51] были рассмотрены интегральные компоновки летательных аппаратов, включающих силовые установки, а определяющие функции включали также характеристики двигателей – тип топлива, его масса и объем, в некоторых случаях запас тяги. Одной из наиболее актуальных задач может быть также определение формы планера и проточного тракта силовой установки, обеспечивающих наиболее благоприятный тепловой режим всей конструкции при заданных ограничениях [52]. Важно отметить, что на облик оптимизированного летательного аппарата оказывает существенное влияние не только число параметров, подлежащих оптимизации, но и способ параметризации геометрии при работе с электронной поверхностью, получаемой из современных CAD систем. Эта проблема затрагивалась в работе [53], посвященной выбору формы спускаемого космического аппарата, соответствующей минимальным тепловым нагрузкам. Оценка тепловых потоков производилась с учетом протекающих химических реакций и влияния турбулентных эффектов. Таким образом, современные требования к

оптимальной форме высокоскоростного летательного аппарата включают не только соответствие выбранной конфигурации наилучшим аэродинамическим характеристикам, но и подразумевают выполнение полноценного численного моделирования термогазодинамики ближнего поля течения.

В большинстве упомянутых ранее работ, посвященных исследованиям волнолетов (преимущественно аэродинамике), в основном использовались аналитические методы, основанные на упрощениях, которые имеют место при очень больших сверхзвуковых скоростях: применение метода Ньютона или его модификаций для расчета распределения давления, методы местного касательного конуса или клина, метод тонкого ударного слоя. С развитием вычислительной техники в начале 90-х годов стало возможным выполнять полноценное численное моделирование пространственного обтекания волнолетов с применением моделей вязкого сжимаемого газа. В работе [54] с использованием уравнений Навье-Стокса исследовалась конфигурация волнолета, построенного на течении за эллиптическим конусом. В используемом компьютерном коде CFL3D был реализован известный принцип расщепления численных потоков [55]. Основными результатами расчетов были интегральные аэродинамические характеристики, а также распределение давления по поверхности волнолета. Для этой же конфигурации были выполнены расчеты с использованием алгебраической модели турбулентности Болдуина-Ломакса [56]. Отличительной особенностью турбулентного обтекания исследуемой модели являлся предсказанный существенный рост сопротивления трения. Был также опробован компьютерный код на основе трехмерных уравнений Эйлера [57]. Полученное распределение давления хорошо согласовалось с экспериментальными данными и с результатами работы компьютерного кода на основе уравнений Навье-Стокса. Численные исследования нерасчетных режимов обтекания волнолетов, в том числе и оптимизированных по вязкости были выполнены в работах [58–62]. В частности, в статье [61] акцентировалось внимание на изменении положения ударной волны при числах Маха,

отличающихся от расчетных и образование вихревых структур при значительных отрицательных углах атаки. В работе [63] для моделирования аэродинамики волнолетов применялись параболизированные уравнения Навье-Стокса, обеспечивающих значительную экономию вычислительных ресурсов в процессе расчета. В еще одном численном исследовании [64] применялась комбинация подходов к решению задачи обтекания поверхности летательного аппарата: вблизи зоны носовой части, в которой наблюдается дозвуковое течение, выполнялось численное интегрирование системы уравнений Навье-Стокса в приближении тонкого слоя, в оставшейся части расчетной области решались уже упомянутые параболизированные уравнения Навье-Стокса.

Значительно расширился спектр задач, в которых могли быть применены аэродинамические формы, подобные волнолетам. В статье [65] были исследованы вопросы управления траекторией тела с высоким аэродинамическим качеством, движущимся в гравитационном поле Земли, Марса, Венеры или Плутона. Обсуждалась перспектива применения аэрогравитационного маневра, в процессе выполнения которого важную роль играет собственная подъемная сила летательного аппарата, а также параметры небесного тела, с которым происходит сближение. Аналогичные исследования были выполнены в работе [66] только для Венеры и Марса. Для каждой атмосферы были получены оптимальные формы волнолетов, в целом, не имеющих существенных геометрических различий. Был также отмечен значительный потенциал для выполнения аэрогравитационных маневров, при этом наиболее перспективной планетой признавалась Венера, для которой была определена форма волнолета с наибольшим аэродинамическим качеством ($L/D = 15$).

Другая задача состоит в исследовании аэродинамики волнолетов на больших высотах полета. С увеличением высоты резко увеличивается влияние вязкости на аэродинамические характеристики. Кроме увеличения толщины пограничного слоя, происходит увеличение давления на поверхности

летательного аппарата, а также рост сопротивления трения. В статье [67] были выполнены расчеты аэродинамических характеристик волнолетов при высотах свыше 90 километров. Следует отметить, что при данных условиях окружающая атмосфера уже не может считаться сплошной. Однако в настоящей статье была показана оправданность применения модели сплошной среды для генерации несущей поверхности волнолета. Эффекты высотной разреженности учитывались путем реализации низких значений числа Рейнольдса и применении приближенных соотношений для расчета аэродинамических характеристик в условиях пониженной плотности. В работе отмечалась сильная зависимость толщины фронта ударной от высоты полета летательного аппарата.

Еще одна статья [68] затрагивала вопросы влияния химических реакций на аэродинамику волнолета, а также степень влияния вязкого взаимодействия на аэродинамическое качество. Было показано, что химические эффекты в невязком газе, учет которых осуществлялся путем комбинации уравнений Тейлора-Макколла с соотношениями для расчета равновесных свойств воздуха в широком диапазоне температур, имеют незначительное влияние на аэродинамику. Степень интенсивности вязкого взаимодействия сильно связана с высотой и скоростью предполагаемого полета. В частности, были установлены границы зоны интенсивного вязкого взаимодействия, в которой происходит снижение аэродинамического качества более чем на 5 %: от 60 км при числе Маха $M_\infty = 5$ до 25 км при числе Маха $M_\infty = 30$. Таким образом, данная область не затрагивает высотно-скоростной диапазон потенциального применения высокоскоростных летательных аппаратов длительного атмосферного полета, но существует определенное влияние данных физических эффектов для условий полета высотных космических аппаратов. Были также получены конфигурации волнолетов, оптимизированные с учетом влияния вязкого взаимодействия. (не путать с оптимизацией с учетом вязкости [40, 41]). Следует отметить, что в целом оптимизация приводит к потере

объема летательного аппарата, хотя и помогает нивелировать снижение аэродинамического качества в условиях больших высот полета.

Экспериментальные исследования волнолетов были в основном направлены на определение аэродинамических характеристик данного класса летательных аппаратов и подтверждение высокого аэродинамического качества, полученного в многочисленных теоретических исследованиях. В работе [69] были выполнены продувки нескольких моделей волнолета в аэродинамических трубах исследовательского центра NASA в Лэнгли (NASA Langley Unitary Plane Wind Tunnel и 20-inch Mach 6 wind tunnel). В течение эксперимента поддерживался турбулентный режим обтекания моделей за счет создания вблизи носика модели шероховатой области, обеспечивающей ламинарно-турбулентный переход при определенном числе Маха. Были получены экспериментальные данные, касающиеся силовых и моментных характеристик волнолетов, а также представлены результаты визуализации ближнего поля течения. В статье были отмечены некоторые особенности аэродинамики исследуемых конфигураций. Волнолет в итоге обладал аэродинамическим качеством примерно на 13 % ниже значения, обоснованного теоретически. Конфигурация с плоской верхней поверхностью, имеющая аналогичную площадь в плане, обладала более высоким аэродинамическим качеством, чем волнолет.

Еще один эксперимент [70] был посвящен исследованию интегральных компоновок волнолетов при различных числах Маха, Рейнольдса, углах атаки, скольжения. Были рассмотрены две конфигурации волнолетов, к которым присоединялись органы управления (элевоны, элероны), блок, имитирующий камеру ГПВРД, блок, имитирующий кабину пилота в носовой части. Полученные полные компоновки демонстрировали хорошую продольную и поперечную устойчивость в высокоскоростном потоке газа вплоть до числа Маха $M_\infty = 4.63$. Наличие дополнительных конструктивных элементов не привело к существенному снижению аэродинамического качества. Были представлены результаты качественного сравнения аэродинамики с другими

вариантами интегральных компоновок. Показана эффективность применения органов управления в данном скоростном диапазоне.

В работах [71–73] были представлены результаты исследований аэродинамики и теплообмена на поверхности волнолета с затупленными кромками. Эксперименты были выполнены в гиперзвуковой аэродинамической трубе в Мэриленде (Naval Surface Warfare Center (NSWC) Hypervelocity Wind Tunnel No. 9). Форма волнолета была получена с учетом оптимизации по вязкостным эффектам, а затем выполнено затупление кромок. Модель обтекалась потоком совершенного газа – молекулярного азота – в диапазоне скоростей $M_\infty = 10 \div 16.5$. В процессе исследования нагрева поверхности волнолета применялись термопары, показания которых затем пересчитывались в значения тепловых потоков. Были получены распределения давления и приведенных тепловых потоков (числа Стантона) по верхней и нижней (несущей) поверхностям, а также по передней затупленной кромке. В статье [74] было выполнено сравнение экспериментальных методик измерения тепловых потоков на поверхности упомянутого волнолета. Была выполнена оценка перспектив применения термочувствительной флуоресцентной краски (бесконтактный метод) как альтернатива термопарам, вносящим определенные возмущения в поток. Следует отметить, что дополнительные расчетные исследования, включая оценки тепловых потоков, для этой же модели волнолета при числе Маха $M_\infty = 8$ были представлены в статье [75], а в работе [76] было выполнено численное моделирование обтекания данной конфигурации с учетом влияния турбулентности при числе Маха $M_\infty = 10$. В работе [77] были дополнительно рассмотрены вопросы устойчивости подобной конфигурации и выполнена оценка моментных характеристик. Оценки тепловых потоков к поверхности оптимизированного волнолета, в том числе и в случае обтекания модели потоком химически реагирующего равновесного газа, в диапазоне чисел Маха $M_\infty = 5 \div 20$ были выполнены в работе [78].

Физические соображения, заложенные в форму волнолета, предполагают его потенциальную эксплуатацию исключительно в диапазоне сверх- и гиперзвуковых скоростей. Однако при изучении концепции ЛА длительного атмосферного полета на основе волнолета следует также принимать во внимание и особенности использования такого ЛА при существенно меньших скоростях. В работе [79] были представлены результаты экспериментальных исследований аэродинамики двух конфигураций волнолетов, выполненных в дозвуковых аэродинамических трубах центра NASA Langley (14x22-Foot Tunnel, 12-Foot Low-Speed Tunnel). Основное внимание было уделено оценке поведения моментных характеристик при изменяющихся углах атаки, скольжения и углах отклонения органов управления при числе Маха $M_\infty \sim 0.25$. Нелинейный характер такой зависимости связывался с существенно вихревым течением вблизи поверхности ЛА. В целом была дана удовлетворительная оценка устойчивости представленных конфигураций волнолетов для всех рассмотренных условий полета, за исключением отрицательных углов атаки. Однако, данная неустойчивость могла быть скомпенсирована за счет действия органов управления.

Анализ актуальных работ за последние годы [80–85] позволяет выделить следующие направления исследований волнолетов, вызывающие наибольший интерес:

- Разработка и развитие компьютерных кодов, позволяющих выполнять численное моделирование обтекания перспективных аэродинамических конфигураций путем решения полной пространственной системы уравнений Навье-Стокса с учетом выбранной модели турбулентности, в рамках модели совершенного газа, а также с учетом различных приближений химически равновесного газа. Основное внимание уделяется корректности оценки тепловых потоков к поверхности ЛА, в котором не последнюю роль играет качество расчетной сетки;

- Получение и оптимизация интегральных компоновок на основе волнолетов, обладающих ГПВРД, а также органами управления. Это

достаточно масштабная задача, в идеале требующая интеграции в единый модуль кодов, обеспечивающих пространственную генерацию формы, сеткопостроителя, газодинамического солвера, отлаженного алгоритма оптимизации;

- Разработка аналитических подходов к параметризации геометрии волнолетов для упрощения процесса численного моделирования;

- Экспериментальное подтверждение высоких аэродинамических характеристик волнолетов, а также совершенствование методов оценки тепловых потоков к поверхности ЛА в широком скоростном диапазоне.

1.3. Описание методики построения несущей поверхности волнолета на основе невязкого течения за коническим скачком уплотнения

При анализе сверх- и гиперзвукового обтекания конуса невязким потоком газа под нулевым углом атаки могут быть использованы свойства конических течений, позволяющие значительно упростить исходные уравнения и процесс их решения:

- Течение около прямого кругового конуса является осесимметричным;
- Течения между поверхностью конуса и поверхностью скачка уплотнения являются геометрически подобными во всех плоскостях, перпендикулярных продольной оси. Учитывая, что граничные условия для всех промежуточных конических поверхностей являются одинаковыми, может быть сделан вывод, что вдоль любой прямой, проведенной из вершины конуса и являющейся образующей промежуточной конической поверхности между конусом и скачком уплотнения, параметры потока будут оставаться постоянными.

Таким образом параметры течения будут зависеть только от одной переменной – угла наклона промежуточной поверхности к продольной оси конуса. Рассмотрим уравнение неразрывности, записанное в сферической системе координат [86]

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho V_r) + \frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho V_\theta \sin(\theta)) + \frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial (\rho V_\varphi)}{\partial \varphi} = 0 \quad (1)$$

Здесь ρ – плотность; r – радиус-вектор; θ – полярный угол; φ – азимутальный угол; V_r , V_θ , V_φ – проекции вектора скорости на оси сферической системы координат. В соответствии с упомянутыми ранее свойствами конического течения

$$\frac{\partial}{\partial r} \equiv 0, \quad \frac{\partial}{\partial \varphi} \equiv 0 \quad (2)$$

После раскрытия производных и учета условий (2) уравнение (1) примет вид

$$2\rho V_r + \rho V_\theta \cot(\theta) + \rho \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + V_\theta \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = 0 \quad (3)$$

Схема обтекания конуса сверхзвуковым потоком газа представлена на Рис. 1. На схеме также обозначены угол наклона ударной волны к продольной оси θ_s и угол полураствора конуса θ_c .

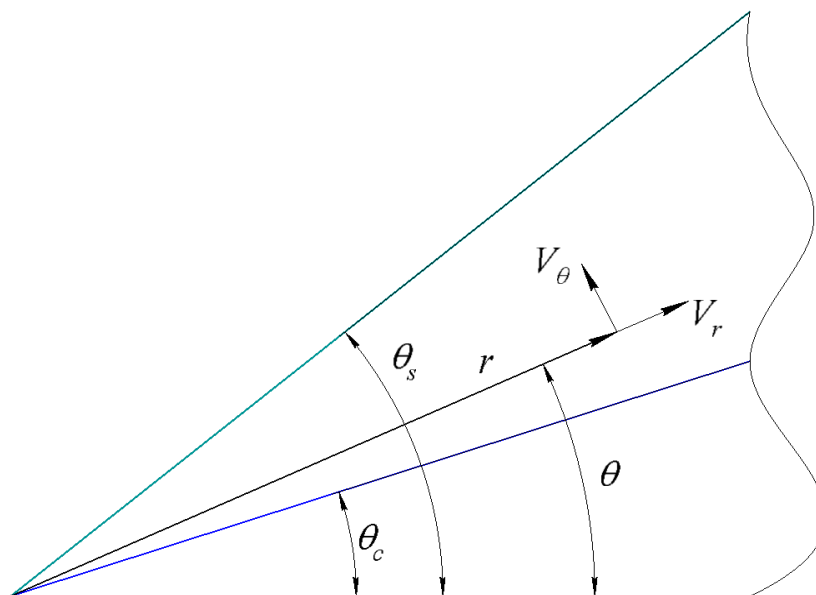


Рис. 1. Обтекание конуса сверхзвуковым потоком при нулевом угле атаки

Течение за коническим скачком уплотнения остается является потенциальным. Введем $\varphi(r, \theta)$ – потенциал скорости потока между ударной

волной и поверхностью конуса. В соответствие с определением потенциала будут справедливы следующие соотношения

$$V_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} \quad (4)$$

$$V_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \quad (5)$$

Таким образом взаимосвязь между компонентами скорости будет иметь следующий вид

$$V_\theta = \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \quad (6)$$

Для расчета параметров совершенного газа за коническим скачком уплотнения могут быть использованы соотношения для изэнтропического течения

$$T_0 = T_\infty \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 \right) \quad (7)$$

$$p_0 = p_\infty \left(\frac{(\gamma + 1) M_\infty^2}{2 + (\gamma - 1) M_\infty^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \cdot \left(0.5 \cdot (\gamma + 1) M_\infty^2 - (\gamma - 1) \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad (8)$$

$$\rho_0 = \frac{p_0}{\frac{R_0}{\mu} T_0} \quad (9)$$

Здесь T_∞ , p_∞ , M_∞ – соответственно температура, давление и число Маха в набегающем потоке; T_0 , p_0 , ρ_0 – температура, давление и плотность торможения; γ – показатель адиабаты; R_0 – универсальная газовая постоянная; μ – молекулярный вес газа. В уравнения (3), (6) входит лишь одна независимая переменная – полярный угол. Поэтому можно перейти от частных производных к обыкновенным. С учетом этого, последнее уравнение, определяющее производную плотности по полярному углу примет вид

$$\frac{d\rho}{d\theta} = -\frac{2\rho}{\gamma - 1} \left(\frac{V_r \frac{dV_r}{d\theta} + V_\theta \frac{dV_\theta}{d\theta}}{V_{\max}^2 - V_r^2 - V_\theta^2} \right) \quad (10)$$

Здесь $V_{\max} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{p_0}{\rho_0}}$ – максимальная скорость потока газа. После

подстановки (10) в (3) и обезразмеривания переменных получим следующие соотношения

$$\frac{d\tilde{V}_r}{d\theta} = \tilde{V}_\theta \quad (11)$$

$$\frac{d\tilde{V}_\theta}{d\theta} = \frac{\tilde{V}_\theta^2 \tilde{V}_r - 0.5 \cdot (\gamma - 1) (1 - \tilde{V}_r^2 - \tilde{V}_\theta^2) (2\tilde{V}_r + \tilde{V}_\theta \operatorname{ctg}(\theta))}{0.5 \cdot (\gamma - 1) (1 - \tilde{V}_r^2 - \tilde{V}_\theta^2) - \tilde{V}_\theta^2} \quad (12)$$

Здесь $\tilde{V}_r = \frac{V_r}{V_{\max}}$, $\tilde{V}_\theta = \frac{V_\theta}{V_{\max}}$. Система уравнений (11) – (12) интегрируется с

помощью явного метода Рунге-Кутты 4-го порядка при следующих начальных условиях, реализуемых на скачке уплотнения

$$\tilde{V}_{r0} = \frac{\cos(\theta_s - \delta)}{\sqrt{1 + \frac{2}{(\gamma - 1)M_2^2}}} \quad (13)$$

$$\tilde{V}_{\theta 0} = \frac{-\sin(\theta_s - \delta)}{\sqrt{1 + \frac{2}{(\gamma - 1)M_2^2}}} \quad (14)$$

В выражениях (13) – (14) δ – угол отклонения газового потока после прохождения скачка уплотнения, который определяется как

$$\delta = \operatorname{arctg} \left(2 \cdot \operatorname{ctg}(\theta_s) \frac{M_\infty^2 \sin^2(\theta_s) - 1}{M_\infty^2 \cdot (\gamma + \cos(2\theta_s)) + 2} \right) \quad (15)$$

Число Маха за скачком уплотнения M_2 также определяется по известным соотношениям

$$M_{n1} = M_\infty \sin(\theta_s) \quad (16)$$

$$M_{n2} = \sqrt{\frac{M_{n1}^2 + \frac{2}{\gamma - 1}}{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \cdot M_{n1}^2 - 1}} \quad (17)$$

$$M_2 = \frac{M_{n2}}{\sin(\theta_s - \delta)} \quad (18)$$

В процессе численного интегрирования полярный угол изменяется в пределах от θ_s до θ_c . Условием окончания итерационного процесса является равенство нулю нормальной компоненты скорости \tilde{V}_θ при $\theta = \theta_c$, т.е. на поверхности конуса. При выбранном изначально фиксированном значении шага по полярному углу не всегда удается получить корректное значение скорости на поверхности конуса. В этом случае рекомендуется уменьшить шаг и ориентироваться на смену знака нормальной компоненты скорости.

Построение линий тока по известному распределению скоростей выполняется в следующем порядке [20]. Считаются известными координаты передней кромки, которая образуется в результате пересечения поверхности ударной волны некоторой базовой кривой. Каждая точка, принадлежащая передней кромке, является начальной для соответствующей линии тока (см. Рис. 2)

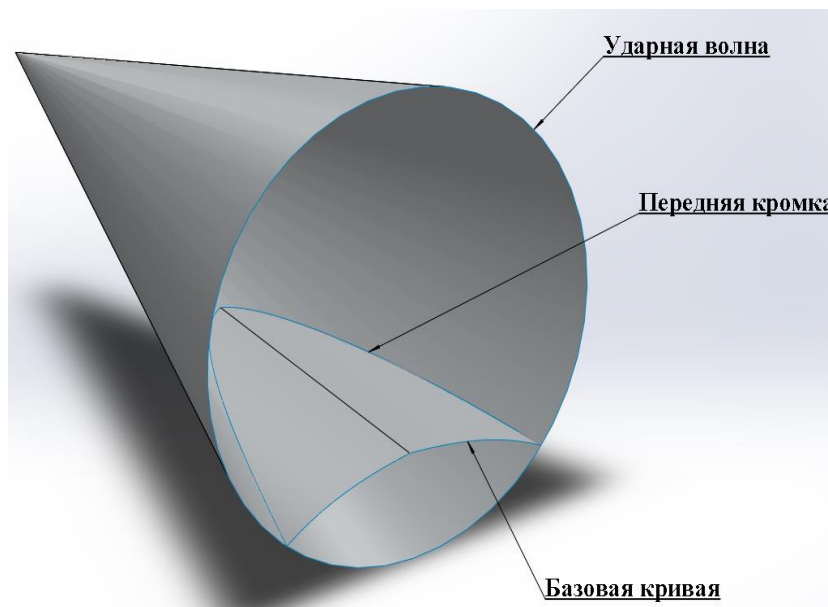


Рис. 2. Передняя кромка волнолета, построенного на течении за коническим скачком уплотнения

Построение картины линий тока осуществляется с учетом сжимаемости газа. Введем функцию тока ψ . В соответствии с определением она должна удовлетворять следующим соотношениям:

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = -r \sin(\theta) \rho V_{\theta} \quad (19)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta} = r^2 \sin(\theta) \rho V_r \quad (20)$$

Учитывая, что плотность и компоненты скорости зависят лишь от угловой переменной можно записать

$$\psi = r^2 f(\theta) \quad (21)$$

$$\rho V_r = \frac{1}{\sin(\theta)} \frac{df(\theta)}{d\theta} \quad (22)$$

$$\rho V_{\theta} = -\frac{2}{\sin(\theta)} f(\theta) \quad (23)$$

Уравнения линий тока имеют вид

$$\varphi = \text{constant} \quad (24)$$

$$\psi = \text{constant} \quad (25)$$

С учетом уравнения (23) уравнение (21) примет вид

$$r^2 \rho(\theta) V_{\theta}(\theta) \sin(\theta) = \text{constant} \quad (26)$$

Пространственная кривая, образующая переднюю кромку принадлежит конической поверхности ударной волны. Если линия тока пересекает переднюю кромку в точке с координатой $r = R$, $\theta = \theta_s$, то уравнение, описывающее линию тока, пересекающую переднюю кромку в этой точке примет вид

$$r(\theta) = R \sqrt{\frac{\rho(\theta_s) V_{\theta}(\theta_s) \sin(\theta_s)}{\rho(\theta) V_{\theta}(\theta) \sin(\theta)}} \quad (27)$$

Здесь $R = \sqrt{x_{LE}^2 + y_{LE}^2 + z_{LE}^2}$ – расстояние от вершины конуса до точки пересечения линии тока и передней кромки; x_{LE}, y_{LE}, z_{LE} – координаты точек передней кромки. Уравнение (27) однозначно описывает координаты линии тока в полярной системе координат.

Таким образом, для построения несущей поверхности волнолета на основе невязкого конического поля течения необходимы следующие исходные данные:

- Угол полураствора конуса или угол наклона ударной волны, θ_c или θ_s ;
- Число Маха набегающего потока, M_∞ ;
- Давление и температура набегающего потока, p_∞ , T_∞ ;
- Длина конуса, используемого в качестве тела-генератора ударной волны (или любая другая информация, позволяющая определить положение передней кромки волнолета на ударной волне);

На рис. 3 – 6 представлены виртуальные модели волнолетов, которые были получены с применением методики, описанной выше.

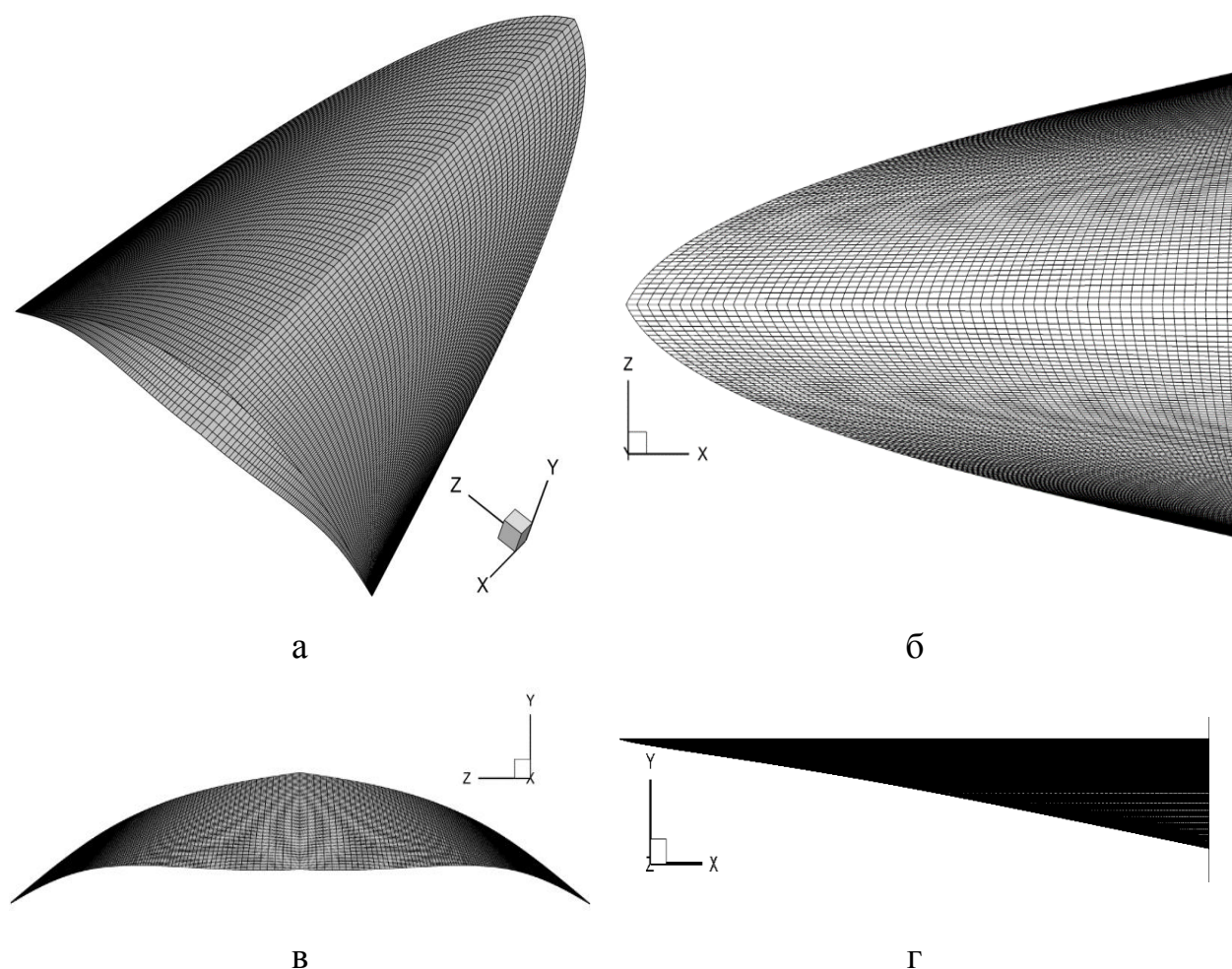


Рис. 3. Волнолет: $\theta_s = 12^\circ$, $M_\infty = 6$, $p_\infty = 1185.5$ Па, $T_\infty = 231.3$ К

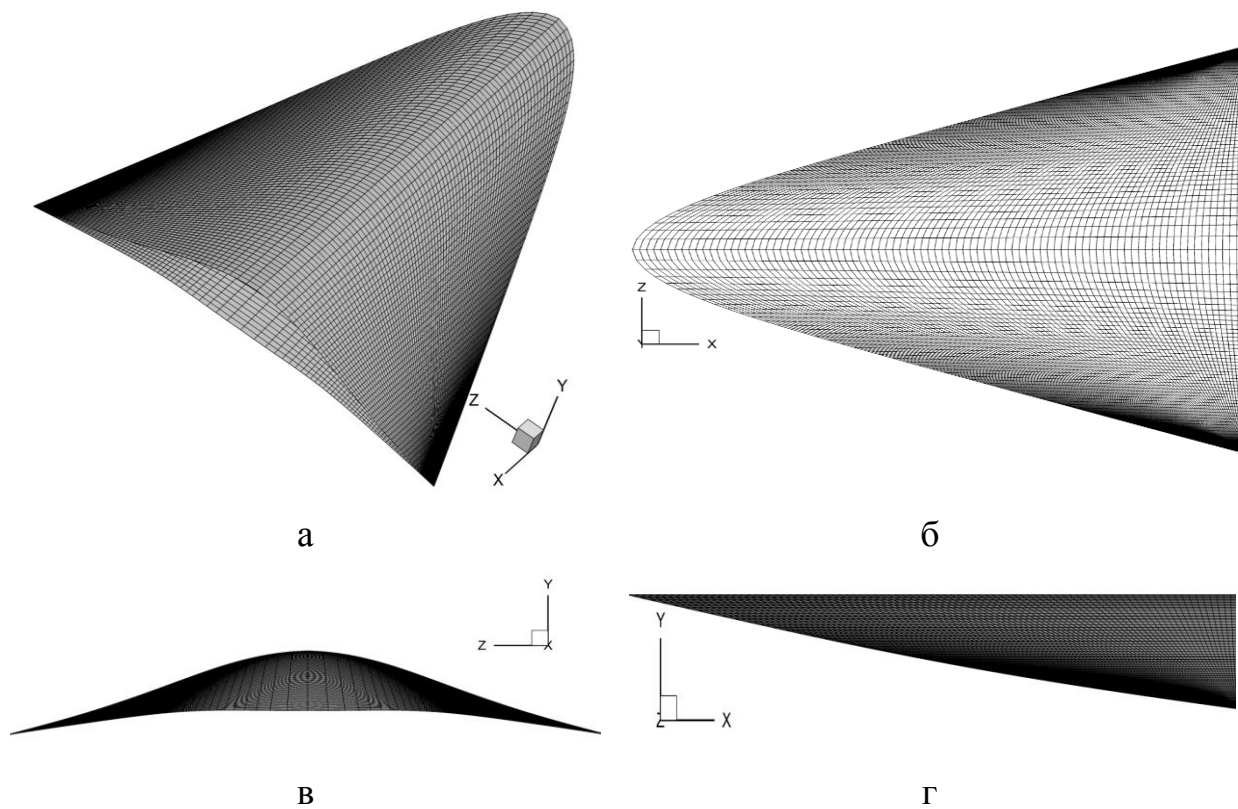


Рис. 4. Волнолет: $\theta_s = 16.4^\circ$, $M_\infty = 4$, $p_\infty = 1250$ Па, $T_\infty = 84.4$ К

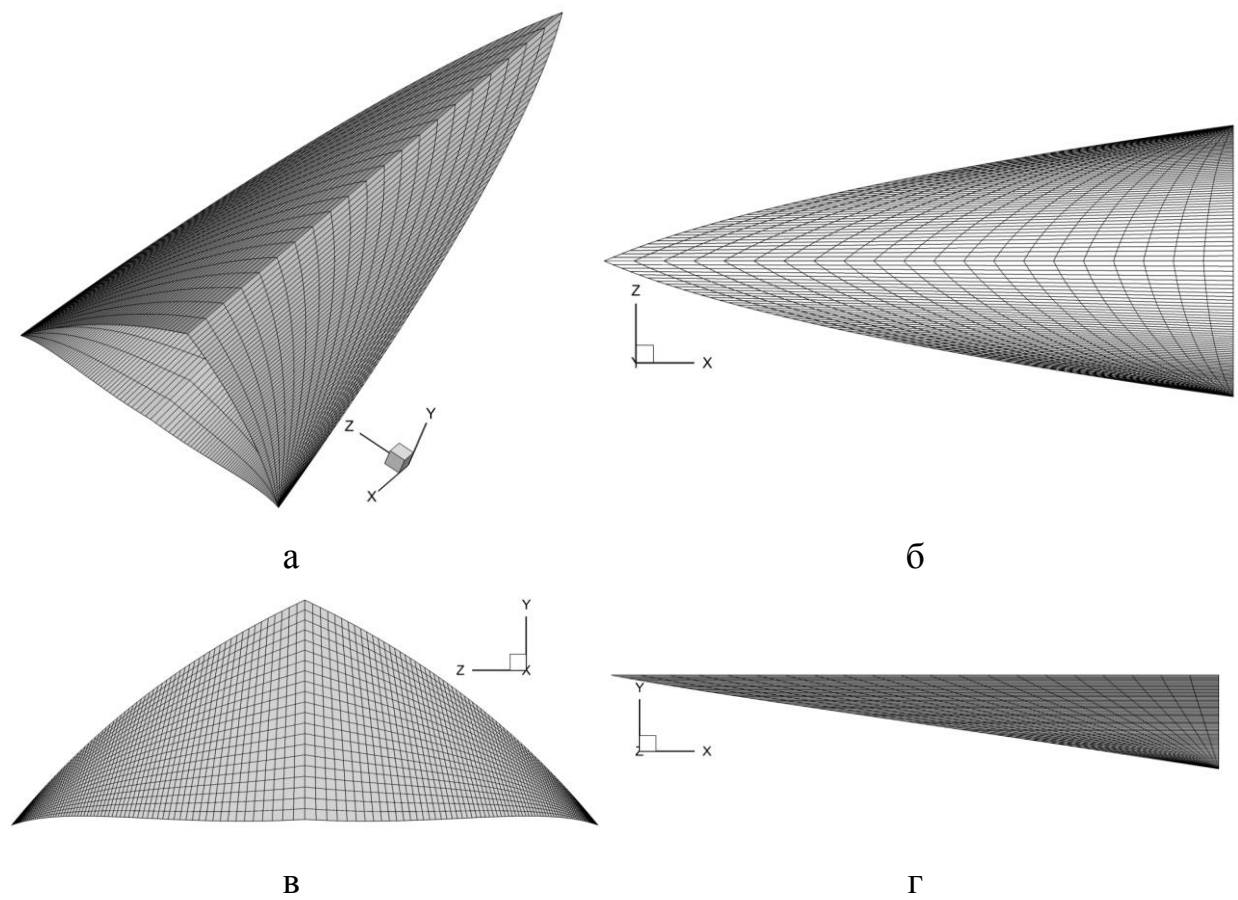


Рис. 5. Волнолет: $\theta_s = 11.66^\circ$, $M_\infty = 14$, $p_\infty = 165$ Па, $T_\infty = 48.9$ К

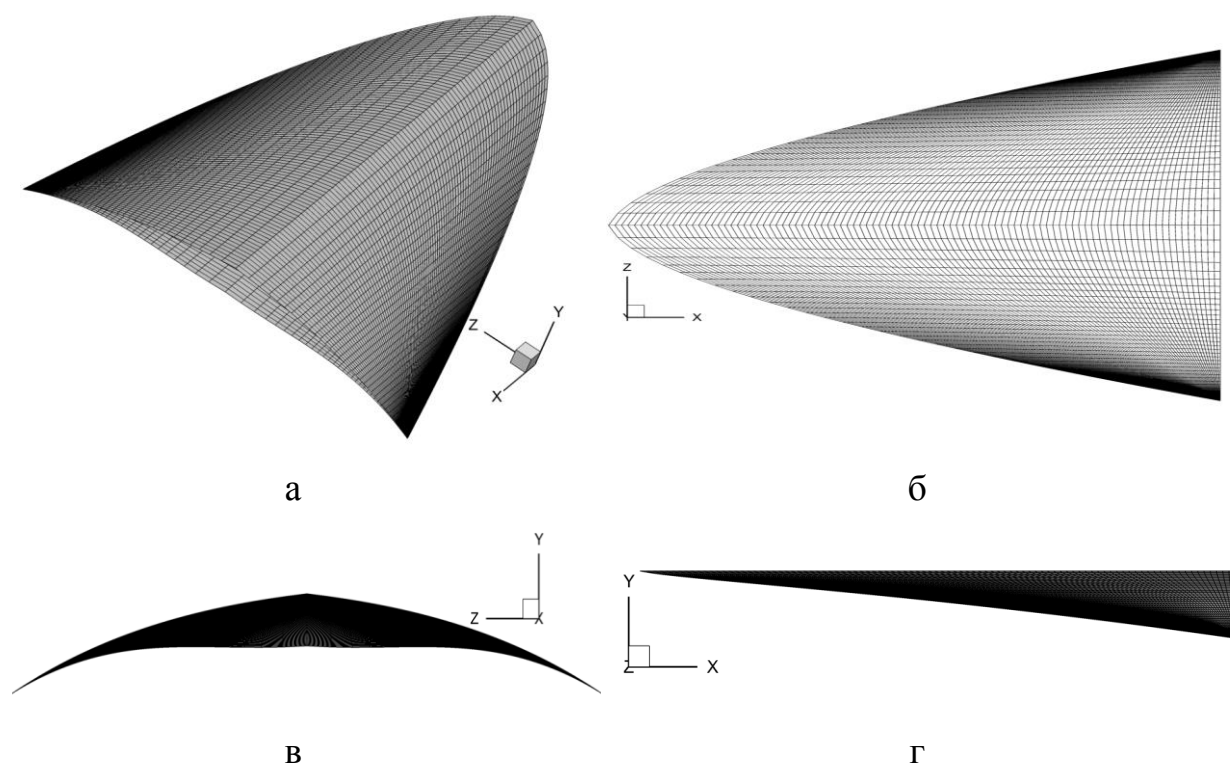


Рис. 6. Волнолет: $\theta_s = 15.5^\circ$, $M_\infty = 4$, $p_\infty = 1230$ Па, $T_\infty = 84$ К

1.4. Описание методики построения верхней поверхности волнолета на основе течения Прандтля-Майера

Подъемную силу, действующую на волнолет можно существенно увеличить, пожертвовав при этом некоторой частью объема летательного аппарата. В статье [87] описывается метод получения верхней поверхности волнолета как совокупности линий тока, соответствующих сверхзвуковому обтеканию выпуклого угла (течение Прандтля-Майера). Отличительной особенностью данного течения, по сравнению с уже упомянутым ранее коническим течением, является геометрическое подобие линий тока относительно вершины выпуклого угла. Определение формы линий тока выполняется в следующем порядке. По заданному числу Маха набегающего потока M_1 вычисляется значение функции Прандтля-Майера [86]

$$v(M_1) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \arctg \left(\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1} (M_1^2 - 1)} \right) - \arctg \left(\sqrt{M_1^2 - 1} \right) \quad (28)$$

Угол отклонения потока θ связан с функциями Прандтля-Майера до $(v(M_1))$ и после $(v(M_2))$ поворота течения следующим соотношением

$$v(M_2) = v(M_1) + \theta \quad (29)$$

Выражение для функции Прандтля-Майера после поворота потока аналогично уравнению (28). Таким образом, например с помощью метода последовательных приближений, может быть получено значение числа Маха M_2 за веером волн разрежения. По известным значениям M_1 и M_2 определяются углы наклона начальной и конечной характеристик

$$\alpha_H = \arcsin\left(\frac{1}{M_1}\right) \quad (30)$$

$$\alpha_K = \arcsin\left(\frac{1}{M_2}\right) \quad (31)$$

Основная задача при построении линии тока – определить ее форму в пределах возмущенной области, ограниченной начальной и конечной характеристиками. Уравнение линии тока имеет вид

$$r = r_0 \left[\cos\left(\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}}\varphi\right) \right]^{-\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}}} \quad (32)$$

В данном выражении угол наклона промежуточной характеристики изменяется в пределах от α_H до α_K . Верхняя поверхность волнолета, составленная из линий тока, соответствующих невязкому сверхзвуковому обтеканию выпуклого угла представлена на рис. 7.

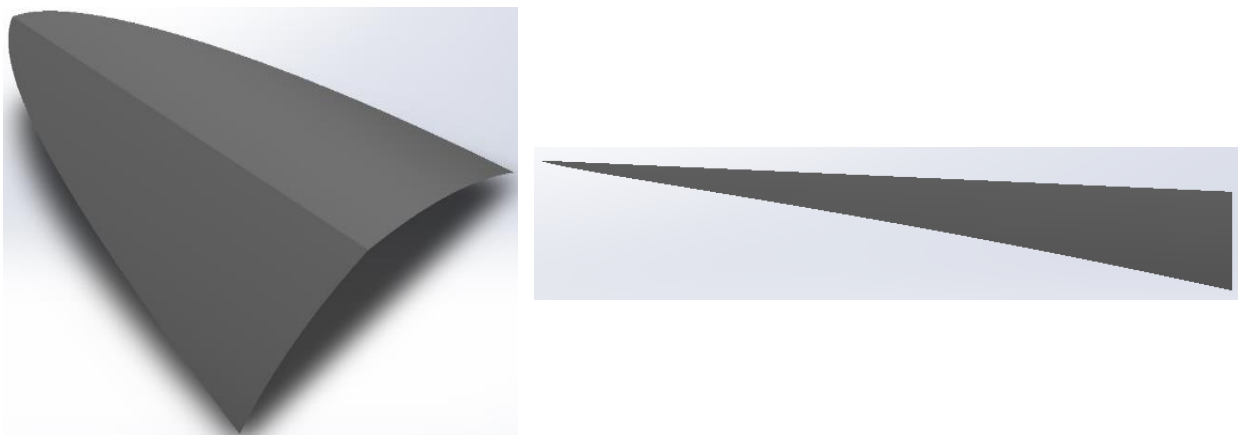


Рис. 7. Верхняя поверхность волнолета, построенная с использованием подхода из работы [87]. Угол раствора тупого угла $\alpha = 177^\circ$

1.5. Выводы

В настоящей главе рассмотрена концепция волнолета как перспективного ВЛА, обладающего высокими аэродинамическими характеристиками. Актуальность исследования данной конфигурации подчеркивается значительным количеством расчетных и экспериментальных работ, представленных описанных в обзоре к главе. Должно быть отмечено, что идеализированный вариант волнолета (острые кромки, присоединенная ударная волна, полное соответствие расчетному режиму полета), являющийся привлекательным объектом для фундаментальных исследований (прежде всего аэродинамики), не является в полной мере пригодным для использования в качестве полноценного ВЛА длительного атмосферного полета. В связи с этим значительный интерес представляет изучение возможности практического применения подхода, реализованного при построении формы волнолета, к созданию реалистичных конфигураций ВЛА с улучшенными аэродинамическими характеристиками, а также оснащенными силовой установкой и органами управления. Важную роль играет также исследование теплообмена на поверхностях таких ВЛА.

ГЛАВА 2. ПРОБЛЕМЫ ПОСТРОЕНИЯ КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫХ И КОНЕЧНО-ОБЪЕМНЫХ СТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТОК

2.1. Обзор работ, посвященных применению уравнений в частных производных для генерации структурированных сеток.

Создание расчетной сетки является одним из ключевых этапов решения задач вычислительной газовой динамики. Зачастую от сеточной топологии зависят и эффективность используемого численного метода, и точность получаемого решения. Важным фактором является также экономия вычислительных ресурсов, актуальная при решении задач, требующих подробной дискретизации расчетной области. К примеру, для расчета течений в зоне пограничного слоя, а также для адекватной оценки тепловых потоков, подводимых к поверхности высокоскоростного летательного аппарата, требуется использование структурированных сеток. Глобальные методы их генерации можно условно разделить две большие группы. Первая из них основывается на реализации алгебраического подхода, предполагающего использование различных видов интерполяции (линейная, трансфинитная, Эрмитова, метод многих поверхностей, метод двух границ и т.д.) для получения координат внутренних узлов сетки из известного распределения граничных узлов. К основному преимуществу подобного подхода следует отнести его простоту, которая обеспечивается наличием явных аналитических выражений, определяющих координаты узлов сетки. Однако, во многих практически важных случаях интерполяция не может обеспечить приемлемое качество расчетной сетки для областей сложной геометрии из-за повышенных требований к качеству распределения граничных узлов. Затруднительным представляется также управление распределением внутренних узлов сетки. Является ограниченной возможность применения алгебраических методов и для создания пространственных сеточных топологий.

Использование уравнений в частных производных в задачах построения сеток предполагает применение преобразования координат для перевода узлов сетки из физической области в вычислительную. Это позволяет работать со

сложными криволинейными границами, а также получать равномерное распределение узлов сетки в вычислительной области даже если в физической области сетка является неравномерной. При этом формулируются следующие требования к подобному преобразованию координат:

- Однозначность преобразования;
- Гладкость линий сетки, отсутствие их пересечения с соседними линиями и контурами границ расчетной области;
- Возможность более подробной дискретизации пространства в областях с существенными градиентами рассчитываемых параметров;
- Избегание чрезмерной перекошенности ячеек сетки – стремление к ортогональности линий сетки.

Наиболее часто для построения расчетных сеток используются уравнения эллиптического типа. В работе [88] исследовался процесс решения уравнения Пуассона на регулярной треугольной сетке, линии которой получались из решения краевой задачи для уравнения Лапласа и являлись, по сути, соответствующими линиями уровня. Подобный подход к дискретизации расчетной области предполагает фиксированное распределение граничных узлов, а также предварительное задание внутренних точек сетки. Практическое применение данной методики к задачам газовой динамики было выполнено в работе [89]. При этом был отмечен недостаток реализации метода с использованием уравнения Лапласа – невозможность контролировать поведение линий сетки вблизи границ расчетной области. В этой же работе было выполнено построение двумерной сетки с использованием неоднородного эллиптического уравнения Пуассона, в правую часть которого были включены простейшие управляющие функции, обеспечивающие контролируемое распределение внутренних узлов сетки у границ области.

Первая полноценная концепция эллиптического сеточного генератора, реализующего построение двумерных сеток для областей с криволинейными границами была представлена в работе [90]. При этом была выполнена модификация правой части, которая позволяла осуществлять различные

варианты сгущения сетки (к конкретной линии, к конкретному узлу). Отличительной особенностью данного сеточного генератора являлась возможность получения расчетных сеток для многосвязных областей. В данной статье были также проанализированы различные способы задания начального распределения внутренних узлов сетки, а также рациональные подходы к организации итерационного процесса решения уравнения Пуассона.

На основе данного варианта сеточного генератора был предложен алгоритм построения пространственных сеток с использованием итерационного подхода к определению управляющих функций на границах расчетной области [91]. Значения данных функций во внутренних узлах сетки определяются путем интерполяции граничных значений. Главным результатом применения управляющих функций является достижение ортогональности линий сетки на границах области.

В работах [92, 93] анализировались проблемы построения сеток для задач внутренней газодинамики (например, течение в тракте ГПВРД). Для подобных конфигураций имеет смысл получить предварительную сетку с помощью алгебраических методов, а затем использовать эллиптический генератор для получения более гладкой сетки, особенно в областях, сопряженных с обтеканием уступов или каверн.

В статье [94] был изложен иной взгляд на применение эллиптических уравнений для генерации сеток. Во-первых, была выполнена репараметризация исходных соотношений, т.е. переход от декартовых координат к параметрическому представлению кривых и поверхностей, что позволяет значительно улучшить контроль над распределением узлов. Во-вторых, для генерации сеток могут использоваться не только уравнения Лапласа и Пуассона, но и другие виды эллиптических уравнений; в частности в работе [94] применяются уравнения Лапласа-Бельтрами. Вопросы влияния различных типов эллиптических уравнений на вид получаемой сетки обсуждались в [95].

В статьях [96, 97] были выполнены сравнительные исследования влияния различных видов управляющих функций на качество получаемой сетки, в основном в приграничных зонах. В работе [98] были предложены две модификации сеточного генератора, обеспечивающие специфический контроль за параметрами внутренних ячеек сетки: более равномерное распределение площади ячеек по пространству или более равномерное распределение расстояния между линиями сетки. Следует отметить, что к достоинствам такого подхода следует отнести также контроль за распределением значением Якобиана преобразования по расчетной области. Эллиптический генератор допускает также возможность использования вариационных принципов для контроля за распределением внутренних узлов сетки и выделения характерных особенностей исследуемого течения [99]. В статье [100] был рассмотрен способ управления сеткой, основанный на использовании взвешенного решения уравнения Лапласа. Такое решение определяется не в узлах сетки, а в центрах ее ячеек. Используя локальное возмущение численного решения и весовые функции можно получить дополнительные возможности по контролю за расстоянием между линиями сетки.

Эллиптический сеточный генератор, использующий весовые функции, получил широкое распространение в задачах построения адаптивных сеток [101–103]. Он позволяет производить локализацию сложных конфигураций ударных волн произвольной формы. Однако, построение трехмерных расчетных сеток с использованием подобного подхода в настоящий момент затруднительно.

Следует отметить, что в подавляющем большинстве работ по эллиптическим сеткопостроителям распределение узлов по границам расчетной области является фиксированным. Это соответствует реализации граничных условий Дирихле для краевой задачи. Однако, при реализации условий Неймана [104] допускается перемещение граничных узлов с

одновременным обеспечением ортогональности сетки. Использование контрольных функций при этом не требуется.

Анализ значительного количества публикаций, посвященных методам построению расчетных сеток с использованием уравнений эллиптического типа позволяет выполнить следующую классификацию данных методов:

- Методы, в которых реализуется совместное использование алгебраического подхода к генерации сеток и численного решения уравнения Лапласа;

- Методы, использующие уравнение Пуассона с различными видами правой части, обеспечивающей контроль за распределением внутренних узлов сетки;

- Комбинация алгебраического подхода и уравнений Пуассона;

- Сочетание уравнений Пуассона с различными способами динамической адаптации расчетной сетки.

К достоинствам эллиптического генератора сеток следует отнести гладкость получаемых сеточных топологий, а также широкие возможности по контролю за распределением внутренних узлов сетки. К недостаткам следует отнести необходимость распределения узлов по всем границам расчетной области, и сложность генерации сеток при очень большом количестве узлов, которая напрямую сказывается на итерационном процессе. Выходом из подобной ситуации может быть применение следующего подхода: применение эллиптического генератора к грубой изначальной сетке и получение гладкой и ортогональной сетки, затем получение более подробной сетки с помощью интерполяции параметрическими сплайнами, позволяющими сохранить исходную структуру сеточного пространства.

Параболический сеточный генератор занимает промежуточное место между эллиптическим генератором и алгебраическими методами. Главное достоинство этого вида генераторов сеток состоит в отсутствии необходимости выполнять итерации для получения численного решения. При этом гладкость линий сетки и ее ортогональность могут быть получены для

областей сложной геометрии. Один из первых вариантов параболического генератора был предложен в работе [105]. Фактически пространственная трехмерная сетка образуется путем построения двумерной сетки в каждом сечении расчетной области. Процедура численного решения задачи во многом аналогична интегрированию двухмерного уравнения теплопроводности с помощью схемы, использующей обратные разности для аппроксимации производных. Матрица полученной системы линейных уравнений имеет сильное диагональное преобладание, что позволяет использовать неявный метод переменных направлений. Стоит отметить, что в процессе численного решения может быть выделено как одно, так и два маршевых направления, что значительно влияет на скорость генерации сетки. Эти вопросы, а также способы управления сгущением сетки и ее ортогональностью были рассмотрены в работе [106]. Одна из наиболее современных схем, использующих параболический подход, была рассмотрена в статье [107]. Было предложено сразу несколько модификаций стандартного алгоритма, обеспечивающих большую надежность и гибкость работы сеточного генератора. Был введен этап алгебраического предиктора, позволяющий осуществлять полноценный контроль за распределением внутренних узлов и за наклоном линий сетки к границам расчетной области. Для выполнения последней задачи была реализована возможность перемещения узловых точек непосредственно вдоль границ области.

В целом параболические генераторы сеток сохраняют основные достоинства эллиптического подхода, используя при этом маршевые методы решения уравнений, обеспечивая большую экономичность вычислительного процесса.

В работе [108] была предложена полноценная концепция сеточного генератора, использующего уравнения гиперболического типа. Подобный подход по умолчанию подразумевает получение ортогональных сеток с predetermined размером первого слоя ячеек. В качестве начальных условий используется распределение узлов на внутренней границе расчетной

области, при этом внешняя граница будет иметь произвольную форму, которая получается в процессе маршевого решения исходных уравнений. Основная проблема подобного типа сеточных генераторов – возможность появления дефектов внутренних линий сетки (изломов), обусловленных формой границы области. Для решения этой проблемы в исходные уравнения добавляются диссипативные члены. В статье [109] описана процедура обобщения данного подхода на трехмерный случай. Следует отметить, что для получения координат узлов сетки на новом слое требуется выполнять процедуру обращения блочной трехдиагональной матрицы. Различные модификации гиперболического генератора [110–113] направлены в основном на повышение устойчивости вычислительного алгоритма и увеличение робастности метода по отношению к форме границ области.

В вычислительной практике также используются структурированные сетки, полученные с использованием гибридных подходов. В статье [114] представлена смешанная параболично-гиперболическая схема, в полной мере реализующая особенности уже описанных сеточных генераторов. Во-первых, по-прежнему реализуется безытерационный метод построения сетки, во-вторых, полученные сетки являются ортогональными. При этом имеется возможность контроля распределения узлов на внешней границе. Стоит отметить, что фактически уравнение для гибридной схемы получено как линейная комбинация параболического и гиперболического уравнений. Степень влияния уравнения каждого учитывается с помощью специального коэффициента. Сочетание эллиптического и гиперболического уравнений также позволяет получить сетку с особыми свойствами [115]. При этом итоговое соотношение получается путем введения эллиптического уравнения в правую часть гиперболического. Аналогично предыдущему подходу коэффициент пропорциональности определяет тип используемого уравнения: при малых значениях преобладает гиперболическая часть, при больших – эллиптическая. Для решения обобщенного уравнения используются итерационные методы, широко используемые при решении

эллиптических уравнений. К достоинствам описанного метода следует отнести высокую степень управляемости свойствами сетки, а также надежность работы при наличии изломов границы исследуемой области.

Отдельным вопросом является применение упомянутых сеточных генераторов для построения пространственных расчетных сеток для реалистичных ВЛА сложной формы. Как показывает практика, одним из подходов является представление модели ВЛА в виде последовательности плоских сечений и применение двумерного сеточного генератора для каждого сечения. В работах [116–118] были исследованы перспективы применения подобного подхода для создания в том числе и многоблочных сеток.

Таким образом, к настоящему моменту разработано значительное количество методов, реализующих построение структурированных расчетных сеток путем численного решения уравнений в частных производных различных типов.

2.2. Применение уравнений эллиптического типа для построения расчетных сеток (эллиптический сеточный генератор)

2.2.1. Формулировка системы уравнений для реализации двухмерного эллиптического сеточного генератора

Сущность работы эллиптического сеточного генератора заключается в определении координат внутренних узлов сетки при заданном фиксированном распределении граничных узлов путем численного решения краевой задачи для уравнения эллиптического типа (Лапласа, Пуассона). Свойства эллиптических уравнений позволяют получать сетки с гладкими линиями даже в зонах с изломами границ области.

Будем рассматривать двухмерный случай. Решение уравнения Пуассона удовлетворяет принципу максимума, что гарантирует существование взаимно однозначного отображения вида

$$\xi = \xi(x, y) \quad (33)$$

$$\eta = \eta(x, y) \quad (34)$$

Система эллиптических уравнений Лапласа, связывающих координаты в физической и расчетной области имеет вид

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = 0 \quad (35)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = 0 \quad (36)$$

Для генерации сетки в физической области в уравнениях (35) – (36) необходимо выполнить замену переменных [119]. Рассмотрим два тождества

$$x(\xi(x, y), \eta(x, y)) \equiv x \quad (37)$$

$$y(\xi(x, y), \eta(x, y)) \equiv y \quad (38)$$

Продифференцируем каждое из выражений (37) – (38) по x и по y .

Получим следующие уравнения

$$\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} = 1 \quad (39)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0 \quad (40)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (41)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} = 1 \quad (42)$$

Далее возьмем производные по x от выражений (39) и (41) и производные по y от выражений (40) и (42)

$$\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = - \left[\frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (43)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = - \left[\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (44)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = - \left[\frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (45)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = - \left[\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (46)$$

Теперь получим явные соотношения для производных ξ_{xx} , η_{xx} , ξ_{yy} , η_{yy} .

Для этого используем системы уравнений (43) – (44) и (45) – (46).

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{J} \left[\begin{array}{l} \frac{\partial x}{\partial \eta} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) - \\ - \frac{\partial y}{\partial \eta} \left(\frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \end{array} \right] \quad (47)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = \frac{1}{J} \left[\begin{array}{l} \frac{\partial y}{\partial \xi} \left(\frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) - \\ - \frac{\partial x}{\partial \xi} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \end{array} \right] \quad (48)$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = \frac{1}{J} \left[\begin{array}{l} \frac{\partial x}{\partial \eta} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) - \\ - \frac{\partial y}{\partial \eta} \left(\frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \end{array} \right] \quad (49)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = \frac{1}{J} \left[\begin{array}{l} \frac{\partial y}{\partial \xi} \left(\frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) - \\ - \frac{\partial x}{\partial \xi} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \end{array} \right] \quad (50)$$

Здесь $J = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi}$ – якобиан преобразования. Сложим выражения

(47) и (49)

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = \frac{1}{J} \left[\begin{array}{l} \frac{\partial x}{\partial \eta} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \left(\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2 \right) + 2 \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \left(\left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 \right) \right) - \end{array} \right]$$

$$-\frac{1}{J} \frac{\partial y}{\partial \eta} \left[\begin{array}{l} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \left(\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2 \right) + 2 \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) + \\ + \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} \left(\left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 \right) \end{array} \right] \quad (51)$$

Далее будем исключать смешанные производные $x_{\xi\eta}$, $y_{\xi\eta}$. Вернемся к уравнениям (41) и (42). Продифференцируем (41) по x , а (42) – по y

$$\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 = -\frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \quad (52)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 = -\frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \quad (53)$$

Сложим уравнения (52) и (53)

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} + 2 \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} + \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} = \\ & = -\frac{\partial y}{\partial \xi} \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial y}{\partial \eta} \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \quad (54)$$

Используя уравнения (51) и (54) получим

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) + \\ & + \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} = 0 \end{aligned} \quad (55)$$

Связь между производными в физической и расчетной области может быть получена из соотношений (39) – (42) с учетом выражения для якобиана преобразования. С использованием уравнения (55) получим эллиптическое уравнение, в котором x и y являются функциями криволинейных координат ξ и η

$$(x_\eta^2 + y_\eta^2) x_{\xi\xi} - 2(x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta) x_{\xi\eta} + (x_\xi^2 + y_\xi^2) x_{\eta\eta} = 0 \quad (56)$$

Аналогичным образом получим уравнение для второй координаты

$$(x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2)y_{\xi\xi} - 2(x_{\xi}x_{\eta} + y_{\xi}y_{\eta})y_{\xi\eta} + (x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2)y_{\eta\eta} = 0 \quad (57)$$

Система уравнений (56) – (57) используется для построения двухмерной структурированной сетки. Однако, для управления поведением линий сетки вблизи границ расчетной области в правую часть уравнений (56) – (57) вводятся контрольные функции. Тогда итоговая система уравнений примет вид [104]

$$g_{22}(x_{\xi\xi} + Px_{\xi}) - 2g_{12}x_{\xi\eta} + g_{11}(x_{\eta\eta} + Qx_{\eta}) = 0 \quad (58)$$

$$g_{22}(y_{\xi\xi} + Py_{\xi}) - 2g_{12}y_{\xi\eta} + g_{11}(y_{\eta\eta} + Qy_{\eta}) = 0 \quad (59)$$

Параметры преобразования g_{22} , g_{12} , g_{11} определяются с помощью следующих соотношений

$$g_{11} = x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2 \quad (60)$$

$$g_{12} = x_{\xi}x_{\eta} + y_{\xi}y_{\eta} \quad (61)$$

$$g_{22} = x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2 \quad (62)$$

Уравнения (58) – (59) могут быть записаны в векторной форме

$$g_{22}(\mathbf{x}_{\xi\xi} + P\mathbf{x}_{\xi}) - 2g_{12}\mathbf{x}_{\xi\eta} + g_{11}(\mathbf{x}_{\eta\eta} + Q\mathbf{x}_{\eta}) = 0 \quad (63)$$

Здесь $\mathbf{x} = (x, y)$. Особенности использования контрольных функций P и Q описываются в разделе 2.2.3.

2.2.2. Реализация начальных условий

Для реализации итерационного решения уравнения Пуассона должно быть задано начальное распределение координат внутренних узлов сетки. Чаще всего для этой цели применяются алгебраические методы. Простейшим способом является линейная интерполяция

$$RJ_1 = \frac{j-1}{NJ-1}, \quad RJ_2 = \frac{NJ-j}{NJ-1} \quad (64)$$

$$\mathbf{x}_{i,j} = RJ_1 \cdot \mathbf{x}_{i,NJ} + RJ_2 \cdot \mathbf{x}_{i,1} \quad (65)$$

Здесь NJ – общее количество узлов в направлении η . Данный метод дает удовлетворительные результаты только в областях с достаточно простой

формой границ. Более широкое распространение получила трансфинитная интерполяция [120], которая позволяет получать сетки приемлемого качества в областях, в которых все границы являются криволинейными. Соотношения, определяющие распределение внутренних узлов, имеют вид

$$RJ_1 = \frac{j-1}{NJ-1}, \quad RJ_2 = \frac{NJ-j}{NJ-1} \quad (66)$$

$$RI_1 = \frac{i-1}{NI-1}, \quad RI_2 = \frac{NI-i}{NI-1} \quad (67)$$

$$\mathbf{P}\mathbf{x}_{i,j} = RI_1 \cdot \mathbf{x}_{NI,j} + RI_2 \cdot \mathbf{x}_{1,j} \quad (68)$$

$$\mathbf{Q}\mathbf{x}_{i,j} = RJ_1 \cdot (\mathbf{x}_{i,NJ} - \mathbf{P}\mathbf{x}_{i,NJ}) + RJ_2 \cdot (\mathbf{x}_{i,1} - \mathbf{P}\mathbf{x}_{i,1}) \quad (69)$$

$$\mathbf{x}_{i,j} = \mathbf{P}\mathbf{x}_{i,j} + \mathbf{Q}\mathbf{x}_{i,j} \quad (70)$$

На рис. 8 и рис. 9 показаны результаты применения двух интерполяционных подходов для построения предварительной сетки

В работе [90] были описаны и другие способы задания изначального распределения внутренних узлов. В принципе любой из алгебраических методов может быть использован для этой цели. Часто данный этап называют алгебраическим предиктором. Следует отметить, что способ построения расчетных сеток, изложенный в настоящей главе подразумевает реализацию функций сгущения именно на этапе алгебраического предиктора.

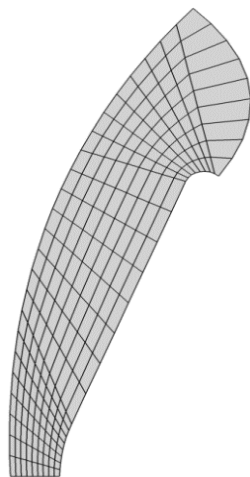


Рис. 8. Распределение внутренних узлов, полученное с помощью линейной интерполяции

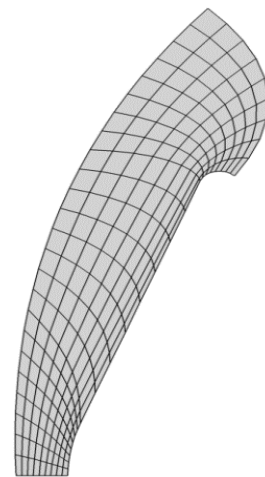


Рис. 9. Распределение внутренних узлов, полученное с помощью трансфинитной интерполяции

2.2.3. Контроль ортогональности сетки у границ области в рамках граничных условий Дирихле

Подобный метод контроля за распределением сеточных узлов в частности рассматривался в работе [121] для двухмерной задачи и в статье [122] для трехмерной задачи. Следует отметить, что используемые при этом контрольные функции автоматически определяют не только угол наклона линий сетки к границам, но и расстояние от границ до первого слоя внутренних сеточных узлов. Вводятся данные функции с помощью следующих соотношений

$$\mathbf{P} = -\frac{\mathbf{x}_\xi \cdot \mathbf{x}_{\xi\xi}}{g_{11}} - \frac{\mathbf{x}_\xi \cdot \mathbf{x}_{\eta\eta}}{g_{22}} \quad (63)$$

$$\mathbf{Q} = -\frac{\mathbf{x}_\eta \cdot \mathbf{x}_{\eta\eta}}{g_{22}} - \frac{\mathbf{x}_\eta \cdot \mathbf{x}_{\xi\xi}}{g_{11}} \quad (64)$$

При использовании эллиптических уравнений для генерации сеток необходимо задавать распределение узлов на всех границах расчетной области. Как показано на рис. 10 в двухмерном случае таких границ будет четыре: первая соответствует $\xi = 0$, вторая – $\xi = 1$, третья – $\eta = 0$, четвертая – $\eta = 1$. При этом изменение обобщенной координаты ξ соответствует изменению индекса i от 1 до NI , а изменение обобщенной координаты η – изменению индекса j от 1 до NJ .

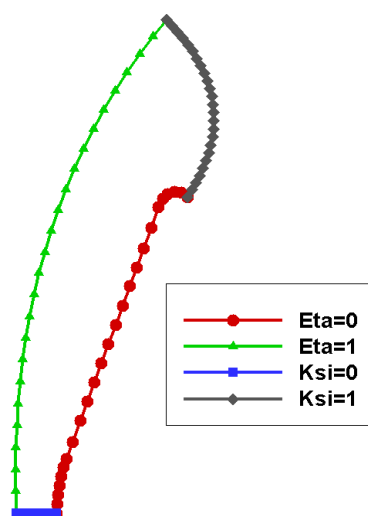


Рис. 10. Распределение узлов по границам расчетной области

Теперь необходимо определить все производные, входящие в уравнения (63) – (64). Формулы с центральными разностями применяются для аппроксимации производных \mathbf{x}_η и $\mathbf{x}_{\eta\eta}$ на границах $\xi=0$ и $\xi=1$.

$$\mathbf{x}_\eta = 0.5 \cdot (\mathbf{x}_{i,j+1} - \mathbf{x}_{i,j-1}) / \Delta\eta \quad (65)$$

$$\mathbf{x}_{\eta\eta} = (\mathbf{x}_{i,j+1} - 2 \cdot \mathbf{x}_{i,j} + \mathbf{x}_{i,j-1}) / (\Delta\eta)^2 \quad (66)$$

Здесь $i=1$ при $\xi=0$ и $i=NI$ при $\xi=1$, $\Delta\eta=1$. Аналогичным образом определяются производные \mathbf{x}_ξ и $\mathbf{x}_{\xi\xi}$ на границах $\eta=0$ и $\eta=1$ соответственно.

$$\mathbf{x}_\xi = 0.5 \cdot (\mathbf{x}_{i+1,j} - \mathbf{x}_{i-1,j}) / \Delta\xi \quad (67)$$

$$\mathbf{x}_{\xi\xi} = (\mathbf{x}_{i+1,j} - 2 \cdot \mathbf{x}_{i,j} + \mathbf{x}_{i-1,j}) / (\Delta\xi)^2 \quad (68)$$

Здесь $j=1$ при $\eta=0$ и $j=NJ$ при $\eta=1$, $\Delta\xi=1$. Таким образом, для вычисления контрольных функций (63) – (64) необходимо определить \mathbf{x}_ξ , $\mathbf{x}_{\xi\xi}$ на границах $\xi=0$ и $\xi=1$, и \mathbf{x}_η , $\mathbf{x}_{\eta\eta}$ на границах $\eta=0$ и $\eta=1$. Первые производные определяются по следующим соотношениям

$$\mathbf{x}_\xi = 0.5 \cdot (-3\mathbf{x}_{1,j} + 4\mathbf{x}_{2,j} - \mathbf{x}_{3,j}) / \Delta\xi, \xi=0 \quad (69)$$

$$\mathbf{x}_\xi = 0.5 \cdot (3\mathbf{x}_{NI,j} - 4\mathbf{x}_{NI-1,j} + \mathbf{x}_{NI-2,j}) / \Delta\xi, \xi=1 \quad (70)$$

$$\mathbf{x}_\eta = 0.5 \cdot (-3\mathbf{x}_{i,1} + 4\mathbf{x}_{i,2} - \mathbf{x}_{i,3}) / \Delta\eta, \eta=0 \quad (71)$$

$$\mathbf{x}_\eta = 0.5 \cdot (3\mathbf{x}_{i,NJ} - 4\mathbf{x}_{i,NJ-1} + \mathbf{x}_{i,NJ-2}) / \Delta\eta, \eta=1 \quad (72)$$

Для определения вторых производных необходимо обеспечить генерацию дополнительных слоев фиктивных точек вдоль всех границ. В этом процессе используется информация о граничных точках, а также координаты первого слоя сеточных узлов. Сначала определяется проекция точки с ближайшей к границе линии сетки на нормаль к этой границе

$$\mathbf{x}_\xi^n = \begin{pmatrix} \frac{y_\eta}{g_{22}} & \frac{-x_\eta}{g_{22}} \end{pmatrix} (y_\eta x_\xi - x_\eta y_\xi) \quad (73)$$

$$\mathbf{x}_\eta^n = \begin{pmatrix} \frac{-y_\xi}{g_{11}} & \frac{x_\xi}{g_{11}} \end{pmatrix} (-y_\xi x_\eta + x_\xi y_\eta) \quad (74)$$

В уравнении (73) x_η , y_η определяются с помощью выражения (65), а производные x_ξ и y_ξ – с помощью выражений (69) – (70) в зависимости от границы. Аналогично в соотношении (74) производные x_ξ и y_ξ вычисляются с помощью соотношения (67), а x_η , y_η – с помощью соотношений (71) – (72). Выражения для определения координат фиктивных точек вдоль всех границ имеют вид

$$\mathbf{x}_{\xi=0}^{ghost} = \mathbf{x}_{1,j} - \mathbf{x}_\xi^n \quad (81)$$

$$\mathbf{x}_{\xi=1}^{ghost} = \mathbf{x}_{NI,j} + \mathbf{x}_\xi^n \quad (82)$$

$$\mathbf{x}_{\eta=0}^{ghost} = \mathbf{x}_{i,1} - \mathbf{x}_\eta^n \quad (83)$$

$$\mathbf{x}_{\eta=1}^{ghost} = \mathbf{x}_{i,NJ} + \mathbf{x}_\eta^n \quad (84)$$

Распределение фиктивных узлов вдоль границ показано на рис. 11. Следует отметить, что для узлов $i=1, j=1$, $i=NI, j=1$, $i=1, j=NJ$, $i=NI, j=NJ$ не требуется определение фиктивных точек.

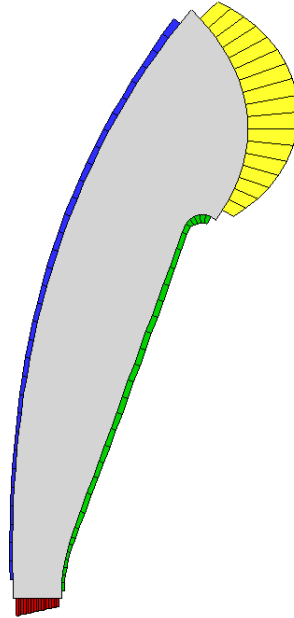


Рис. 11. Распределение фиктивных узлов вдоль границ расчетной области

Теперь производные $\mathbf{x}_{\xi\xi}$ на границах $\xi=0$ и $\xi=1$, и $\mathbf{x}_{\eta\eta}$ на границах $\eta=0$ и $\eta=1$ могут быть определены при помощи следующих соотношений

$$\mathbf{x}_{\xi\xi}^{\xi=0} = (\mathbf{x}_{2,j} - 2 \cdot \mathbf{x}_{1,j} + \mathbf{x}_{\xi=0}^{ghost}) / \Delta\xi^2 \quad (85)$$

$$\mathbf{x}_{\xi\xi}^{\xi=1} = \left(\mathbf{x}_{\xi=1}^{ghost} - 2 \cdot \mathbf{x}_{NI,j} + \mathbf{x}_{NI-1,j} \right) / \Delta\xi^2 \quad (86)$$

$$\mathbf{x}_{\eta\eta}^{\eta=0} = \left(\mathbf{x}_{i,2} - 2 \cdot \mathbf{x}_{i,1} + \mathbf{x}_{\eta=0}^{ghost} \right) / \Delta\eta^2 \quad (87)$$

$$\mathbf{x}_{\eta\eta}^{\eta=1} = \left(\mathbf{x}_{\eta=1}^{ghost} - 2 \cdot \mathbf{x}_{i,NJ} + \mathbf{x}_{i,NJ-1} \right) / \Delta\eta^2 \quad (88)$$

После определения контрольных функций на границах расчетной области в соответствии с уравнениями (63) – (64) производится их трансфинитная интерполяция для определения соответствующих значений во внутренних узлах. Полезным оказывается также выполнение сглаживания

$$\mathbf{P}_{i,j}^s = \frac{1}{2} \left(\mathbf{P}_{i,j+1} + \mathbf{P}_{i,j-1} \right) \quad (89)$$

$$\mathbf{Q}_{i,j}^s = \frac{1}{2} \left(\mathbf{Q}_{i,j+1} + \mathbf{Q}_{i,j-1} \right) \quad (90)$$

При применении эллиптического генератора к первоначальной сетке происходит перемещение внутренних узлов. Однако, существует необходимость сохранять особенности изначальной сетки (например, зоны сгущения) для дальнейшей работы. В этом случае вводится демпфирующий множитель

$$b_{i,j} = e^{-\frac{1}{8} \frac{i}{NI} \frac{j}{NJ} \frac{NI-i}{NI} \frac{NJ-j}{NJ}} \quad (91)$$

В итоге контрольные функции будут определяться при помощи следующих уравнений

$$\mathbf{P}_{i,j}^{itog} = b_{i,j} \mathbf{P}_{i,j} + (1 - b_{i,j}) \mathbf{P}_{i,j}^s \quad (92)$$

$$\mathbf{Q}_{i,j}^{itog} = b_{i,j} \mathbf{Q}_{i,j} + (1 - b_{i,j}) \mathbf{Q}_{i,j}^s \quad (93)$$

Результат применения контрольных функций показан на рис. 13 в сравнении с первоначальной сеткой, полученной с помощью алгебраических методов (рис. 12). Основным достоинством изложенного выше подхода является возможность получения сеток близких к ортогональным на всех границах расчетной области.

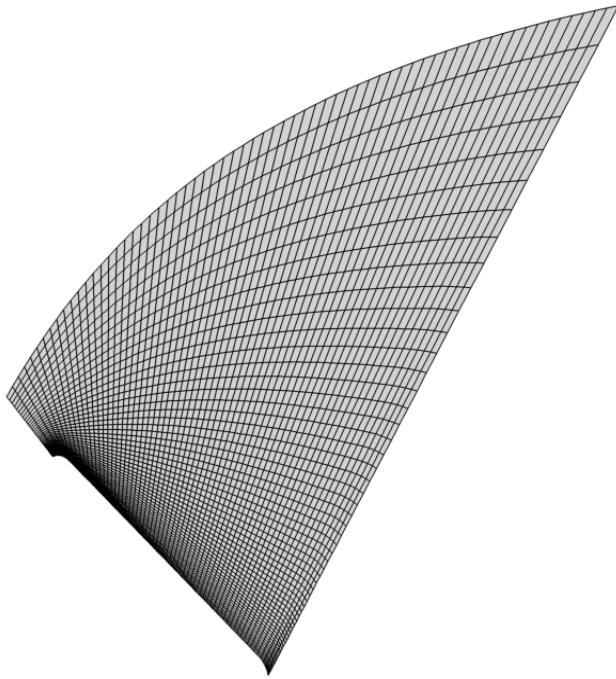


Рис. 12. Начальная сетка

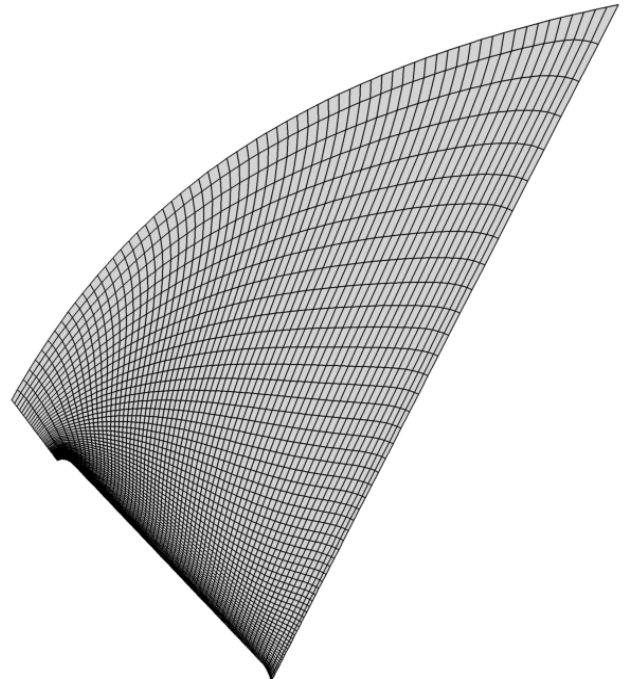


Рис. 13. Сетка, полученная с помощью применения контрольных функций

2.2.4. Численный метод

Решение уравнений (63) осуществляется с применением метода Гаусса-Зейделя или методов релаксации, широко используемых при численном интегрировании уравнения Пуассона [123]. Конечно-разностная схема метода релаксации имеет вид

$$\mathbf{x}_{i,j}^{p+1} = (1 - \omega)\mathbf{x}_{i,j}^p + \omega\mathbf{x}_{i,j}^{p+1/2} \quad (94)$$

$$\mathbf{x}_{i,j}^{p+1/2} = \frac{\omega}{2(g_{11} + g_{22})} \left(\begin{aligned} &g_{22} \cdot (\mathbf{x}_{i+1,j}^p \cdot (1 + 0.5 \cdot \mathbf{P}_{i,j}^p) + \mathbf{x}_{i-1,j}^p \cdot (1 - 0.5 \cdot \mathbf{P}_{i,j}^p)) + \\ &+ g_{11} \cdot (\mathbf{x}_{i,j+1}^p \cdot (1 + 0.5 \cdot \mathbf{Q}_{i,j}^p) + \mathbf{x}_{i,j-1}^p \cdot (1 - 0.5 \cdot \mathbf{Q}_{i,j}^p)) \end{aligned} \right) \quad (95)$$

Здесь p – номер временного шага, ω – параметр релаксации, g_{11} и g_{22} определяются в соответствии с уравнениями (60) – (62). Значения этого параметра, при которых уравнение (94) сходится к решению, лежат в пределах $0 < \omega < 2$. При $\omega < 1$ речь идет о методе последовательной нижней релаксации, а при $\omega = 1$ получается стандартный метод Гаусса-Зейделя.

2.2.5. Результаты

Применение эллиптического сеточного генератора является наиболее оправданным для задач, в которых необходимо выполнить построение расчетной сетки в пределах расчетной области с границами (внутренними и внешними) строго определенной формы или в задачах, требующих применения многоблочных сеток. В частности, при численном моделировании радиационной аэротермодинамики спускаемых космических аппаратов в общей расчетной области возникают характерные разномасштабные зоны, требующие определенных конфигураций сеток: 1) Зона лобового щита, представляющая собой полосу пространства, которая включает высокотемпературный сжатый ударный слой – крайне узкий при характерных скоростях входа в атмосферу; 2) Переходная зона, в которой ударная волна отходит от поверхности спускаемого аппарата и образуется возвратно-вихревое течение; 3) Протяженная зона следа, чья физическая длина может достигать нескольких десятков метров. Свойства течения в следе за спускаемым аппаратом определяют конвективный и радиационный нагрев задней поверхности зонда. Пример двумерной расчетной сетки для расчета обтекания спускаемого космического аппарата Exomars показан на рис. 14

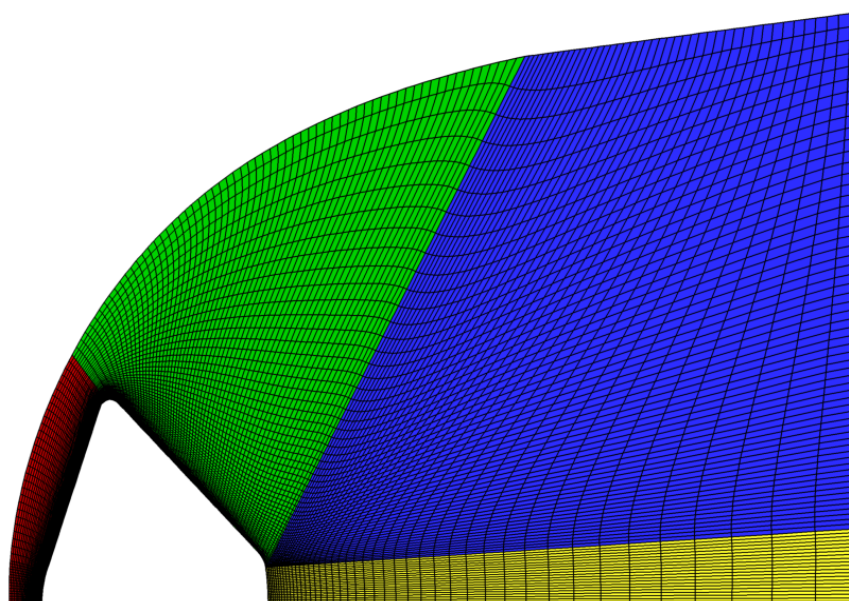


Рис. 14. Двухмерная четырехблочная сетка для спускаемого космического аппарата Exomars

Использованные двумерные эллиптические уравнения Пуассона могут быть пригодны для создания в том числе и пространственных расчетных сеток во многих практически важных случаях: при осевой симметрии расчетной области или при возможности представления исходной геометрии в виде последовательности плоских сечений. Пространственная сеточная топология для спускаемого космического аппарата Exomars показана на рис. 15.

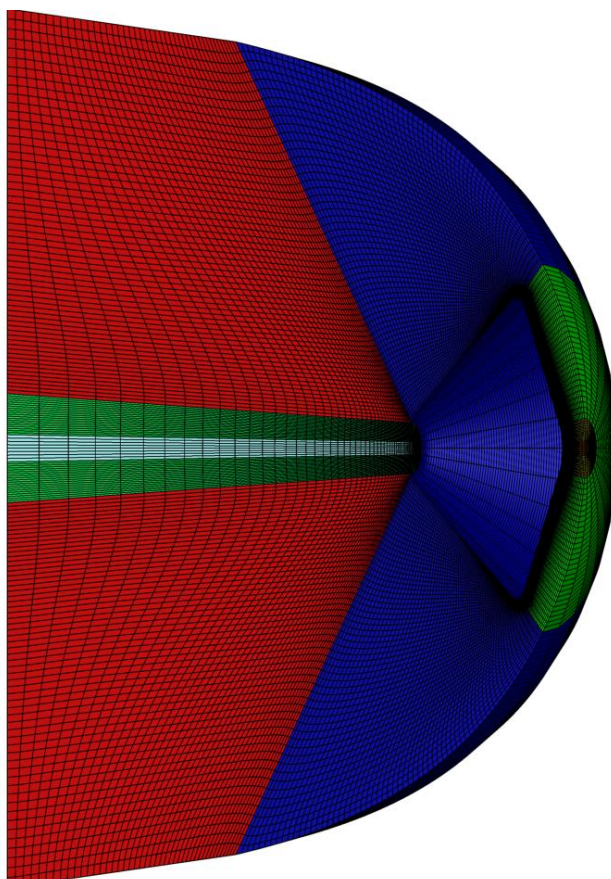


Рис. 15. Пространственная семиблочная сетка для спускаемого космического аппарата Exomars

2.3. Применение уравнений гиперболического типа для построения расчетных сеток (гиперболический сеточный генератор)

2.3.1. Формулировка системы уравнений для реализации двухмерного гиперболического сеточного генератора

В статье [108] была предложена методика построения сеток, основанная на численном решении системы из двух уравнений. Первое из них представляло собой условие ортогональности линий сетки к исходной внутренней границе

$$x_{\xi}x_{\eta} + y_{\xi}y_{\eta} = 0 \quad (96)$$

Второе уравнение использует Якобиан преобразования как отношение двумерных объемов в физической и расчетной области и определяет ограничения на размер сеточных ячеек

$$x_{\xi}y_{\eta} - x_{\eta}y_{\xi} = \frac{1}{J} \equiv V \quad (97)$$

Здесь J – якобиан преобразования, V – двумерный объем ячейки. Далее уравнения (96) – (97) должны быть линеаризованы.

$$x = x^0 + (x - x^0) = x^0 + \tilde{x} \quad (98)$$

$$y = y^0 + (y - y^0) = y^0 + \tilde{y} \quad (99)$$

Подставляя (98), (99) в (96) и (97) соответственно, получим

$$(x^0 + \tilde{x})_{\xi}(x^0 + \tilde{x})_{\eta} + (y^0 + \tilde{y})_{\xi}(y^0 + \tilde{y})_{\eta} = 0 \quad (100)$$

$$(x^0 + \tilde{x})_{\xi}(y^0 + \tilde{y})_{\eta} + (x^0 + \tilde{x})_{\eta}(y^0 + \tilde{y})_{\xi} = V + V^0 \quad (101)$$

Подставляя (98), (99) в (96) и (97) соответственно, получим

$$x_{\eta}x_{\xi}^0 + x_{\eta}^0x_{\xi} + y_{\xi}y_{\eta}^0 + y_{\xi}^0y_{\eta} = 0 \quad (102)$$

$$x_{\xi}y_{\eta}^0 + y_{\eta}x_{\xi}^0 - x_{\eta}y_{\xi}^0 - y_{\xi}x_{\eta}^0 = V + V^0 \quad (103)$$

Данная система уравнений имеет гиперболический тип и может быть решена численно. В соответствии с работами [108], [110], [113] имеет смысл представить исходную систему в матричной форме

$$[A]R_{\xi} + [B]R_{\eta} = H \quad (104)$$

где

$$R = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} x_{\eta}^0 & y_{\eta}^0 \\ y_{\eta}^0 & -x_{\eta}^0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} x_{\xi}^0 & y_{\xi}^0 \\ -y_{\xi}^0 & x_{\xi}^0 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 0 \\ V + V^0 \end{bmatrix} \quad (105)$$

Далее аппроксимируем производную по ξ с помощью центральных разностей, а производную по η с помощью обратных разностей. Тогда получим

$$x_{\xi}^0 = \frac{x_{i+1,j}^0 - x_{i-1,j}^0}{2} \quad (114)$$

$$y_{\xi}^0 = \frac{y_{i+1,j}^0 - y_{i-1,j}^0}{2} \quad (115)$$

Производные по η определяются с помощью следующих соотношений

$$x_{\eta}^0 = -\frac{y_{\xi}^0 V^0}{(x_{\xi}^0)^2 + (y_{\xi}^0)^2} \quad (116)$$

$$y_{\eta}^0 = \frac{x_{\xi}^0 V^0}{(x_{\xi}^0)^2 + (y_{\xi}^0)^2} \quad (117)$$

Таким образом, необходимо предварительно определить распределение объемов ячеек по расчетной области, учитывая, что координаты каждого нового j -го слоя являются заранее неизвестными. Одним из вариантов является введение полярных координат и определение окружности с длиной дуги равной длине искомой внутренней границы. В качестве внешней границы берется еще одна окружность с заранее определенным радиусом, большим чем радиус внутренней окружности. При известном количестве узлов в нормальном к внутренней границе направлении может быть получена сетка, обеспечивающая желаемое распределение объемов ячеек. Для концентрации узлов сетки в зоне пограничного слоя может быть использована экспоненциальная функция сгущения

$$s(\eta) = \frac{\exp(\beta\eta) - 1}{\exp(\beta) - 1} \quad (118)$$

Здесь β – произвольная положительная постоянная. На рис. 16 представлено распределение узлов вдоль границы сечения перспективного ВЛА. На рис. 17 показано распределение объемов ячеек по расчетной области вблизи поверхности перспективного ВЛА. Двумерный объем ячейки определяется в соответствии с выражением

$$V_{i,j} = 0.25 \cdot (R_{j+1}^2 - R_j^2) (\theta_{i+1} - \theta_i) \quad (119)$$

Здесь R_j и θ_j – полярные координаты.

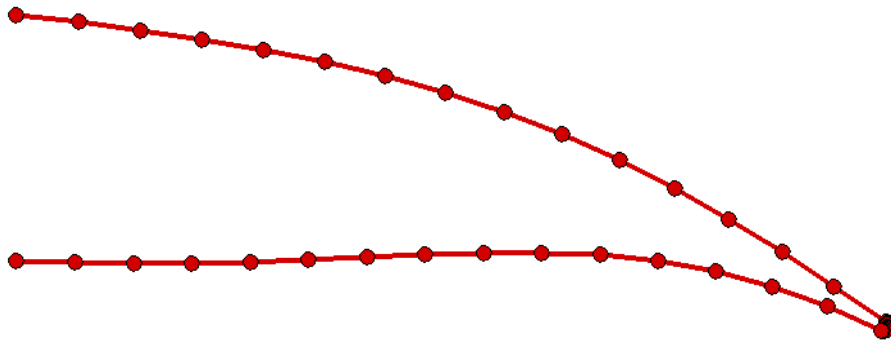


Рис. 16. Распределение узлов вдоль границы сечения ВЛА Waverider

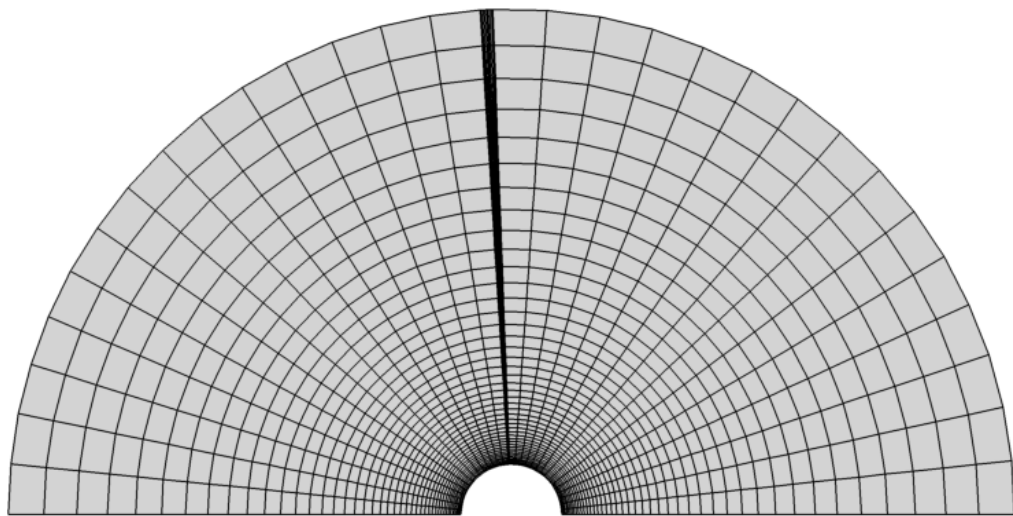


Рис. 17. Распределение объемов ячеек по расчетной области вблизи поверхности ВЛА Waverider

2.3.3. Повышение устойчивости численного метода

Одной из негативных особенностей гиперболического сеточного генератора является его чувствительность к особенностям границы (изломам) и низкая устойчивость численного метода. Оба фактора затрудняют получение гладкой сетки без самопересечения линий. Для борьбы с указанными недостатками в правую часть уравнения (112) вводится диссипативный член, который имеет вид [110]

$$\Phi = \beta(\Delta\nabla)_{\xi}^2 R_{i,j} = \beta(\Delta\nabla)_{\xi} \left[(\Delta\nabla)_{\xi} R_{i,j} \right] \quad (120)$$

$$\begin{aligned} \beta(\Delta\nabla)_\xi \left[(\Delta\nabla)_\xi R_{i,j} \right] &= \beta(\Delta\nabla)_\xi \left[R_{i+1,j} - 2R_{i,j} + R_{i-1,j} \right] = \\ &= \beta \left[\begin{aligned} &\left(R_{i+2,j} - 2R_{i+1,j} + R_{i,j} \right) - 2 \cdot \left(R_{i+1,j} - 2R_{i,j} + R_{i-1,j} \right) \\ &+ \left(R_{i,j} - 2R_{i-1,j} + R_{i-2,j} \right) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (121)$$

Здесь β – постоянная. Характерные значения $\beta = 0.125 \div 0.16$.

2.3.4. Результаты

Гиперболический сеточный генератор удобен при расчетном исследовании объектов, требующих дискретизации лишь ближнего поля течения. В этом случае можно не определять отдельно форму внешней границы расчетной области. На рис. 18 показана двухмерная расчетная сетка вокруг сечения волнолета. Как уже было отмечено, реализация сгущения выполняется на этапе определения распределения объемов ячеек.

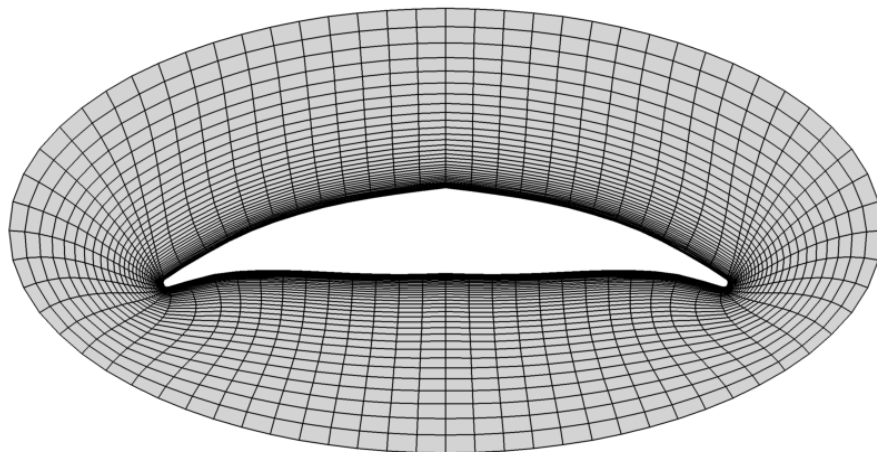


Рис. 18. Расчетная сетка в сечении волнолета

Для построения пространственных сеток может быть удобно представить поверхность летательного аппарата сложной формы в виде последовательности плоских сечений, в пределах каждого из которых могут быть применены двумерные гиперболические уравнения сеточного генератора. Примеры подобных поверхностей представлены на рис. 19–21.

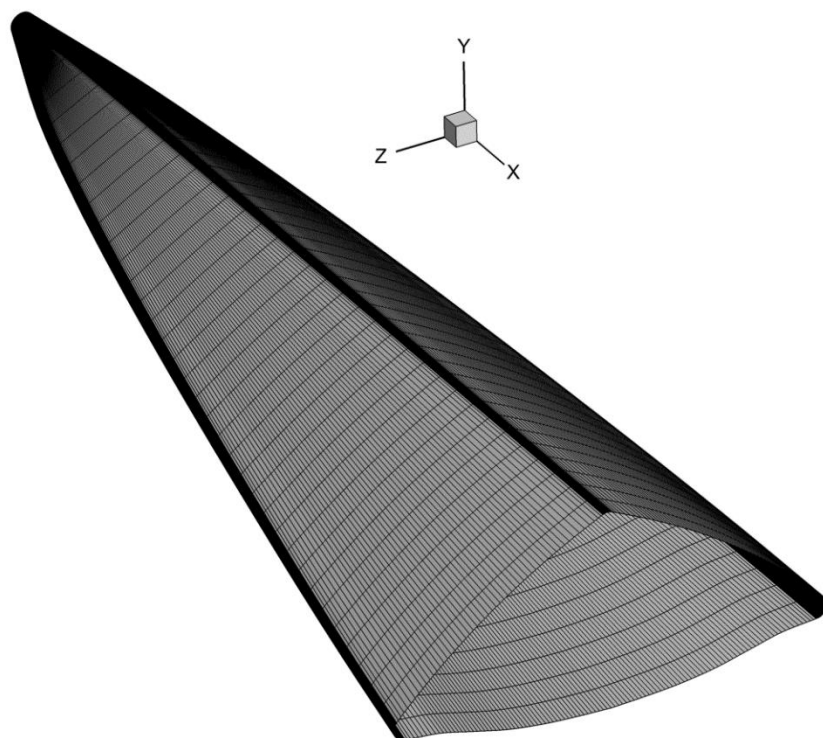


Рис. 19. Поверхностная сетка для модели волнолета

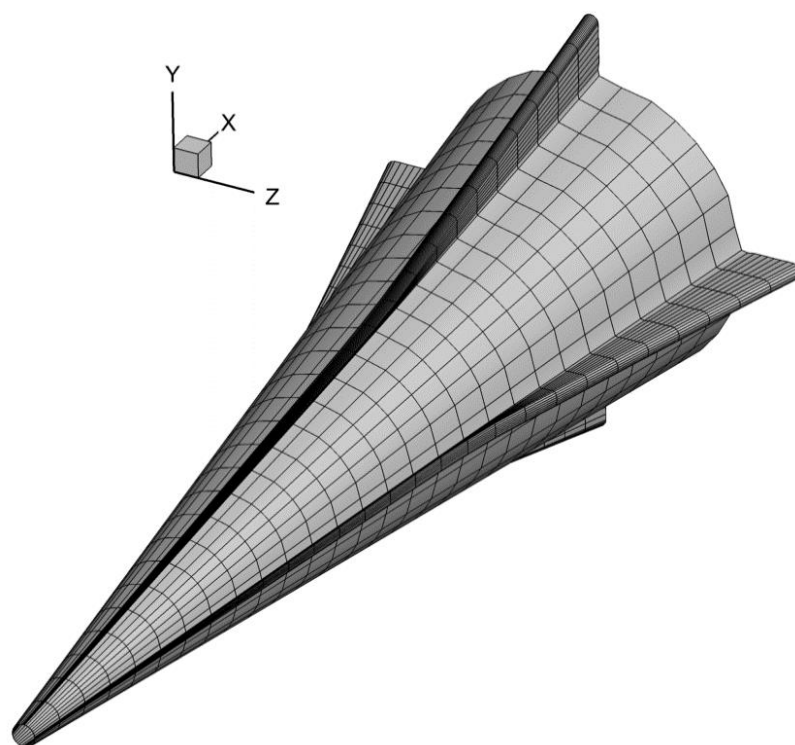


Рис. 20. Поверхностная сетка для модели ВЛА АНВ

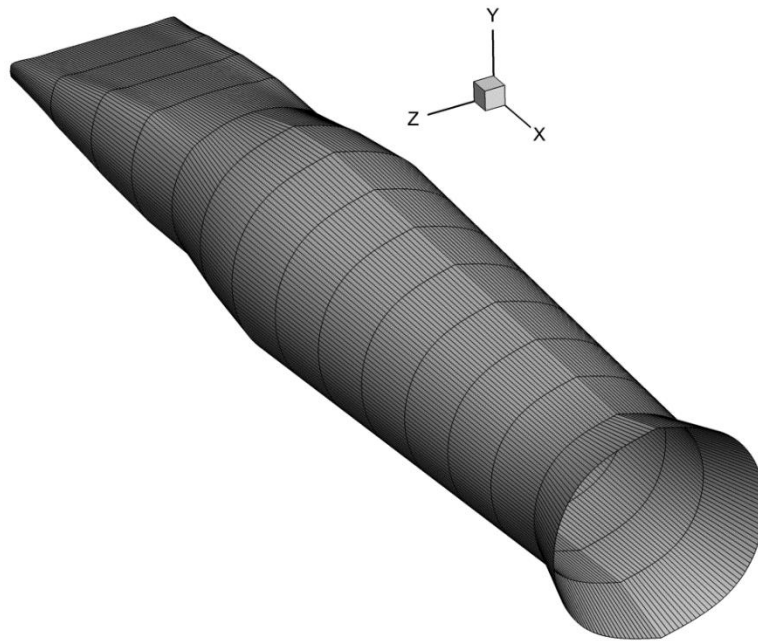


Рис. 21. Поверхностная сетка для модели ВЛА НуVolt

Пространственные расчетные сетки для моделей волнолета и ВЛА АНВ, а также для ВЛА НуVolt показаны на рис. 22–24. Следует отметить необходимость отдельного построения дополнительных блоков в области носа летательного аппарата, а также в зоне задней стенки. Для первой области сетка может быть получена с помощью алгебраических методов, для второй области – либо трансфинитной интерполяцией, либо с помощью эллиптического сеточного генератора.

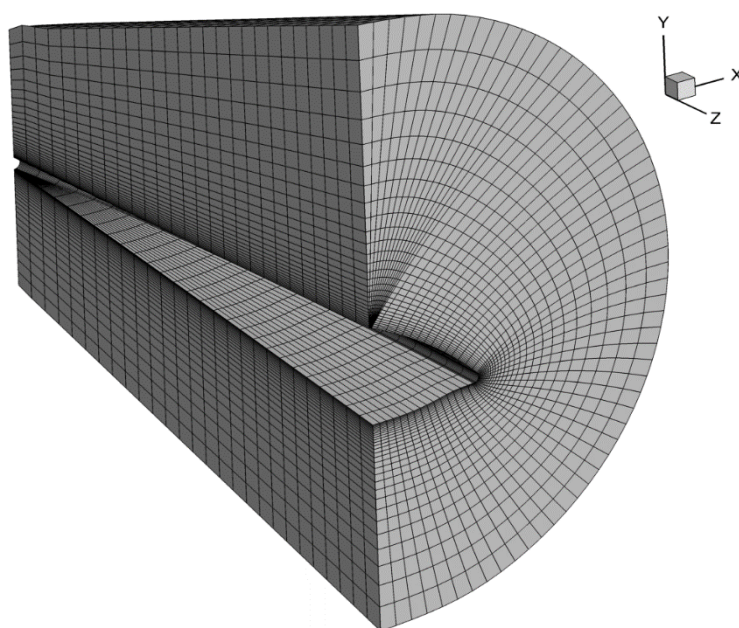


Рис. 22. Пространственная сетка для модели волнолета

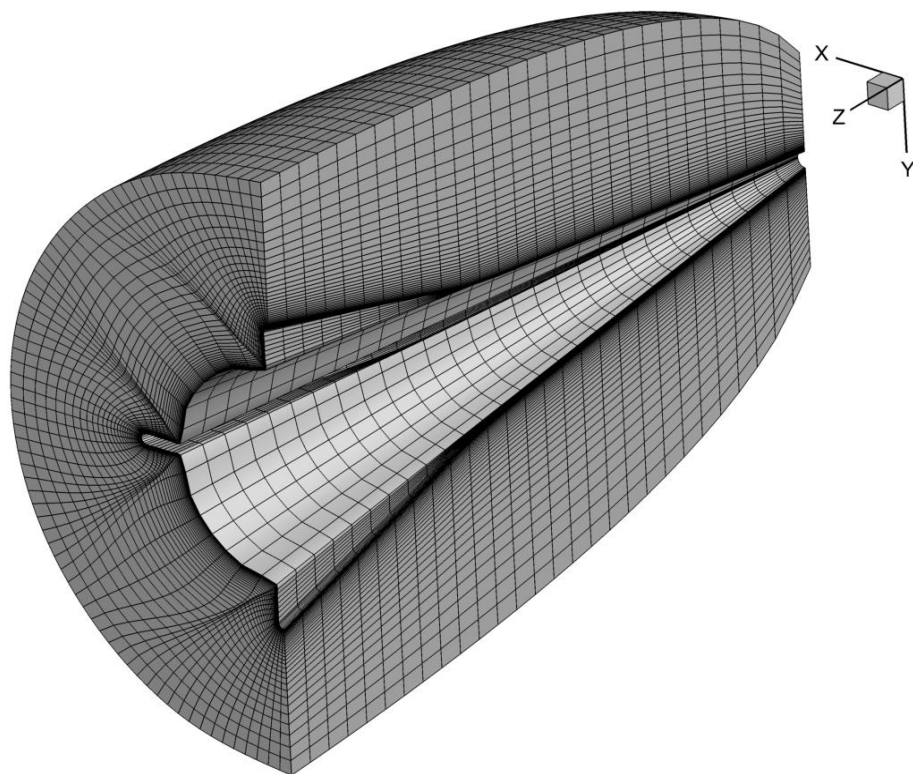


Рис. 23. Пространственная сетка для модели ВЛА АНВ

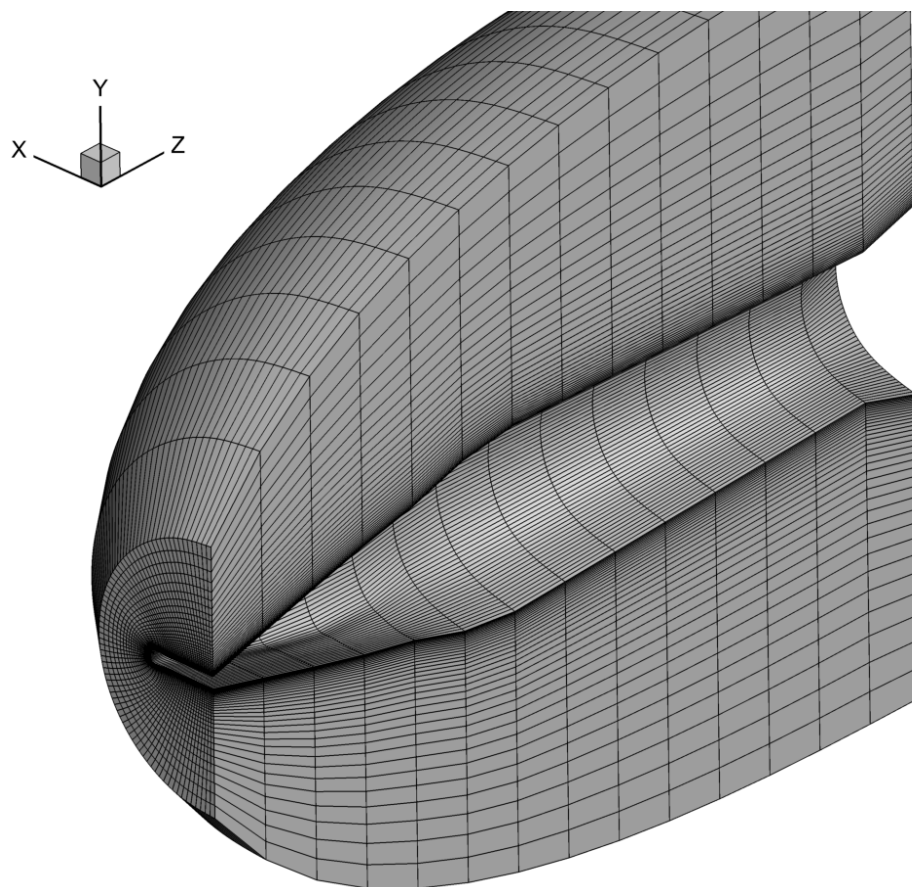


Рис. 24. Пространственная сетка для модели ВЛА HyVolt

2.4. Выводы

В данной главе изложены методики построения расчетных сеток с применением эллиптических и гиперболических уравнений в частных производных. Эллиптический сеточный генератор позволяет осуществлять дискретизацию расчетной области с заранее определенными границами с применением итерационных методов. Основное преимущество данного подхода – широкая возможность контроля распределения внутренних сеточных узлов, реализуемая путем введения контрольных функций в исходную систему эллиптических уравнений. К недостаткам стоит отнести общую трудоемкость итерационного процесса, сходимость которого значительно ухудшается с увеличением количества узлов и уменьшением размеров ячеек. Гиперболический сеточный генератор выполняет построение ортогональных сеток с помощью маршевого безытерационного метода. Внешняя граница области таким образом формируется апостериорно. Данный метод позволяет получить качественную расчетную сетку в прилегающей к летательному аппарату области течения. Однако, гиперболический генератор требует применения процедур сглаживания и введения в исходную систему уравнений демпфирующих членов для того, чтобы избежать распространения нежелательных особенностей геометрии внутренней границы (изломов) внутрь расчетной области.

ГЛАВА 3. МЕТОД РАСЩЕПЛЕНИЯ ПО ФИЗИЧЕСКИМ ПРОЦЕССАМ В ЗАДАЧЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОБТЕКАНИЯ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

3.1. Введение

Одной из отличительных особенностей актуальных задач вычислительной газовой динамики является необходимость исследовать поле течения вблизи объектов сложной формы, требующих детальной дискретизации расчетной области. Применение неструктурированных сеток в этом случае является наиболее оправданным подходом благодаря большой гибкости и универсальности методов их построения относительно исходной геометрии, а также в возможности полной автоматизации процесса генерации. К настоящему моменту разработано значительное количество методов аппроксимации полной системы уравнений газовой динамики на неструктурированных сетках, основанных на использовании метода контрольного объема, обладающего консервативностью и позволяющего реализовывать схемы сквозного счета [124–130]. Другим важным аспектом вычислительного процесса является выбор способа решения непосредственно уравнений Навье-Стокса, отвечающего, прежде всего, требованиям устойчивости, а также позволяющего корректно моделировать течения вязкого сжимаемого газа в широком диапазоне скоростей и чисел Рейнольдса. Предложенный в работе [131] метод частиц в ячейках, а также его модифицированный вариант – метод крупных частиц [132] – реализуют принцип расщепления по физическим процессам, позволяющего свести решение исходной системы к последовательному решению более простых задач, используя различные сочетания Эйлера и Лагранжева подхода. Теория методов расщепления изложена также в монографиях [133, 134].

Основные идеи расщепления по физическим процессам могут быть удачно реализованы в рамках метода контрольного объема с использованием неструктурированных сеток. Разработанный в лаборатории Радиационной газовой динамики ИПМех РАН компьютерный код UST3D (Unstructured

Splitting Tetrahedron 3-Dimensional) предназначен для решения задач вычислительной аэродинамики высокоскоростных летательных с применением вышеупомянутых методов. К настоящему моменту опубликован ряд работ, посвященных результатам верификации и валидации данного кода. В работах [135, 136] опубликованы результаты расчетов аэродинамических характеристик ВЛА сложной формы: X-43, X-51, спускаемого космического аппарата Fire-II. Следует отметить, что метод расщепления по физическим процессам также удачно сочетается с современными методами решения задачи о распаде произвольного разрыва. В работах [137–140] опубликованы сравнительные результаты тестирования различных модификаций кода UST3D, основанных на применении различных подходов к решению задачи Римана: метода донорных ячеек [141], а также различных вариантов AUSM-схем [142–143]. Восстановление экспериментальных данных по аэродинамическим характеристикам затупленного конуса, а также летательных аппаратов X-33 и X-34, представлены в работе [144]. Аэродинамика различных конфигураций волнолетов исследовалась в работах [145–147]. В работе [148] была выполнена модификация граничных условий с целью выполнения невязких расчетов аэродинамики стандартных баллистических моделей. Сравнительный анализ конечно-разностного и конечно-объемного методов с использованием структурированных и неструктурированных сеток был выполнен в статье [149]. В этой же работе рассматривались аспекты влияния набора консервативных переменных, определяющих вид уравнения энергии, на течение в области донного среза. На основании представленных в работах [124–149] результатов можно сделать вывод о пригодности метода расщепления по физическим процессам, реализуемого в рамках конечно-объемного подхода на неструктурированных сетках, для достоверного предсказания аэродинамических характеристик ВЛА сложной формы при различных условиях набегающего потока, а также о широких потенциальных возможностях для модификации компьютерного кода UST3D.

3.2. Постановка задачи

В основе компьютерного кода UST3D лежит полная система газодинамических уравнений, которая описывает модель вязкого сжимаемого совершенного газа. Данная модель включает в себя следующие уравнения: уравнение неразрывности, уравнения Навье-Стокса и уравнение энергии. Все уравнения представлены в векторной форме

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}^x(\mathbf{w})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}^y(\mathbf{w})}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{F}^z(\mathbf{w})}{\partial z} = \frac{\partial \mathbf{G}^x(\mathbf{w})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}^y(\mathbf{w})}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}^z(\mathbf{w})}{\partial z} \quad (122)$$

В данном выражении $\mathbf{w} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E)^T$ – вектор консервативных переменных; $\mathbf{F}^x = (\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, \rho uw, \rho uE + pu)^T$ – проекция вектора конвективного потока на ось x , $\mathbf{F}^y = (\rho v, \rho v^2 + p, \rho vw, \rho vE + pv)^T$ – проекция вектора конвективного потока на ось y , $\mathbf{F}^z = (\rho w, \rho w^2 + p, \rho wE + pw)^T$ – проекция вектора конвективного потока на ось z ; $\mathbf{G}^x = (0, \tau_{xx}, \tau_{yx}, \tau_{zx}, u\tau_{xx} + v\tau_{yx} + w\tau_{zx} - q_x)^T$ – проекция вектора вязкого потока на ось x , $\mathbf{G}^y = (0, \tau_{xy}, \tau_{yy}, \tau_{zy}, u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{zy} - q_y)^T$ – проекция вектора вязкого потока на ось y , $\mathbf{G}^z = (0, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \tau_{zz}, u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} - q_z)^T$ – проекция вектора вязкого потока на ось z ;

В качестве замыкающих соотношений используются термическое и калорическое уравнение состояния совершенного газа, выражение для полной энергии и закон Фурье

$$p = (\gamma - 1)\rho U = (\gamma - 1)\rho \left[E - 0.5(u^2 + v^2 + w^2) \right], \quad (123)$$

$$U = c_v T, \quad (124)$$

$$E = \frac{p}{(\gamma - 1)\rho} + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2}, \quad (125)$$

$$q = -\lambda \nabla T. \quad (126)$$

В приведенных выше уравнениях ρ – плотность; t – время; x, y, z – координаты; u, v, w – проекции вектора скорости; p – давление; E – полная энергия; γ – показатель адиабаты; U – внутренняя энергия; c_v – теплоемкость при постоянном объеме; T – температура; λ – коэффициент теплопроводности; q – тепловой поток.

Компоненты тензора вязких напряжений определяются при помощи следующих выражений

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= \mu \left(\frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad \tau_{yy} = \mu \left(\frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \tau_{zz} &= \mu \left(\frac{4}{3} \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right), \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (127)$$

Здесь μ – коэффициент динамической вязкости.

3.3. Граничные условия

Использовался следующий подход к реализации граничных условий. На входной границе расчетной области задавались условия набегающего потока

$$\rho_{\text{вх}} = \rho_{\infty}, \quad u_{\text{вх}} = u_{\infty}, \quad v_{\text{вх}} = v_{\infty}, \quad w_{\text{вх}} = w_{\infty}, \quad E_{\text{вх}} = E_{\infty} \quad (128)$$

Здесь ρ_{∞} , u_{∞} , v_{∞} , w_{∞} , E_{∞} – давление, плотность, полная энергия и компоненты скорости в набегающем потоке. На выходной границе применялись условия непрерывности потока

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial n} \right|_{\text{вых}} = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{\text{вых}} = 0, \quad \left. \frac{\partial v}{\partial n} \right|_{\text{вых}} = 0, \quad \left. \frac{\partial w}{\partial n} \right|_{\text{вых}} = 0, \quad \left. \frac{\partial E}{\partial n} \right|_{\text{вых}} = 0 \quad (129)$$

Здесь n – единичная нормаль к поверхности границы.

Симметричность исследуемых объектов позволяет выполнять расчеты для половины области при реализации следующих условий в плоскости симметрии

$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{\text{сим}} = 0, \mathbf{V} \cdot \mathbf{n}|_{\text{сим}} = 0, \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\text{сим}} = 0 \quad (130)$$

Здесь \mathbf{V} – вектор скорости.

На поверхности обтекаемого тела задавались условия прилипания. Температура стенки оставалась фиксированной

$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{\text{нов}} = 0, u|_{\text{нов}} = 0, v|_{\text{нов}} = 0, w|_{\text{нов}} = 0, \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\text{нов}} = 0 \quad (131)$$

3.4. Численный метод

При решении системы уравнений (122) использовался метод контрольного объема, реализованный с использованием неструктурированных тетраэдральных сеток. Аппроксимация производных газодинамических параметров производилась с использованием следующих соотношений

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial \alpha} \right\rangle_{V_i} = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \frac{\partial f}{\partial \alpha} dV = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \mathbf{f} \mathbf{i} \cdot d\mathbf{S} \approx \frac{1}{V_i} \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{i,j}^\alpha f_i^j, \quad (132)$$

Здесь $f = (u, v, w, p, q_\alpha, \tau_{\alpha\beta})$; $i = 1 \dots N$; $j = 1 \dots 4$; $\alpha = x, y, z$; $\beta = x, y, z$; V_i – объем i -го тетраэдра; S_i^j – площадь поверхности j -й грани i -го элемента; $n_{i,j}^\alpha$ – составляющая единичной нормали j -й грани i -го элемента. Таким образом, с помощью выражения (132) определяется осредненное значение производной функции по тетраэдральному элементу.

Компьютерный код UST3D реализует принцип расщепления по физическим процессам, в одном из его классических вариантов [132]. При этом отличительной особенностью является адаптация данного метода к неструктурированным сеткам, что значительно расширяет область его

применения. В соответствии с основными положениями метода расщепления по физическим процессам решение нестационарной системы уравнений Навье-Стокса осуществляется в три этапа. На первом (эйлеровом) этапе выполняется расчет искомых газодинамических функций, изменение которых происходит исключительно за счет сил давления. В этом случае проекции вектора конвективного потока, входящие в систему уравнений (122) примут вид

$$\mathbf{F}^x = \begin{pmatrix} 0 \\ p \\ 0 \\ 0 \\ \rho u \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}^y = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p \\ 0 \\ \rho v \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}^z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ p \\ \rho w \end{pmatrix}, \quad (133)$$

Из уравнений движения и энергии определим промежуточные значения компонент скорости и внутренней энергии

$$\tilde{u}_L^{p+1} = u_L^p - \frac{\tau}{\rho_L^p} \left\langle \frac{\partial p}{\partial x} \right\rangle, \quad (134)$$

$$\tilde{v}_L^{p+1} = v_L^p - \frac{\tau}{\rho_L^p} \left\langle \frac{\partial p}{\partial y} \right\rangle, \quad (135)$$

$$\tilde{w}_L^{p+1} = w_L^p - \frac{\tau}{\rho_L^p} \left\langle \frac{\partial p}{\partial z} \right\rangle, \quad (136)$$

$$\tilde{E}_L^{p+1} = E_L^p - \frac{\tau}{\rho_L^p} \left(\left\langle \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right\rangle \right), \quad (137)$$

Расчет значений производных газодинамических функций на гранях тетраэдров выполняется в соответствии с методом донорных ячеек [141]. На рис. 25 показана схема возможного взаимного положения соседних элементов расчетной сетки. В дальнейшем параметры, относящиеся к текущему контрольному объему будут иметь нижний индекс L , а к соседнему объему – LB .

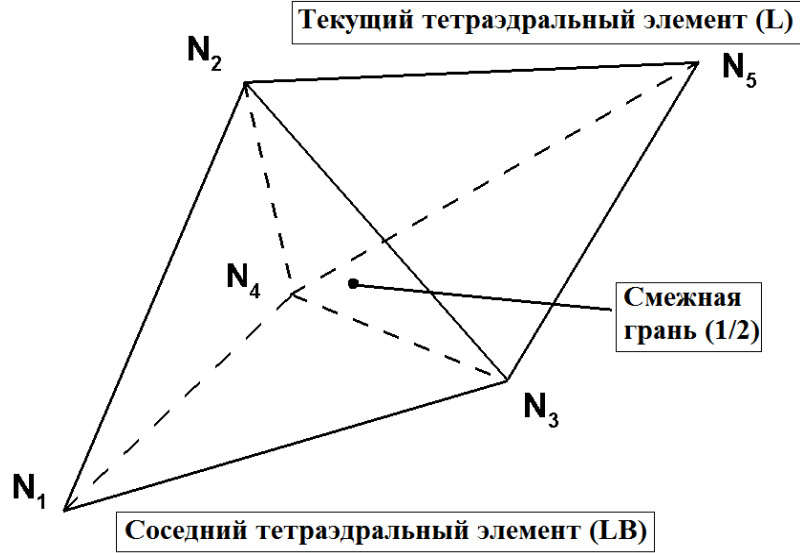


Рис. 25. Схема расположения соседних тетраэдральных элементов
С учетом уравнения (132) уравнения (134) – (137) примут вид

$$\tilde{u}_L^{p+1} = u_L^p - \frac{1}{2} \frac{\tau}{\rho_L^p V_L} \sum_{j=1}^4 (p_L + p_{LB}) \cdot S_L^j \cdot n_{L,j}^x, \quad (138)$$

$$\tilde{v}_L^{p+1} = v_L^p - \frac{1}{2} \frac{\tau}{\rho_L^p V_L} \sum_{j=1}^4 (p_L + p_{LB}) \cdot S_L^j \cdot n_{L,j}^y, \quad (139)$$

$$\tilde{w}_L^{p+1} = w_L^p - \frac{1}{2} \frac{\tau}{\rho_L^p V_L} \sum_{j=1}^4 (p_L + p_{LB}) \cdot S_L^j \cdot n_{L,j}^z, \quad (140)$$

$$\tilde{E}_L^{p+1} = E_L^p - \frac{1}{2} \frac{\tau}{\rho_L^p V_L} \left(\begin{array}{l} \sum_{j=1}^4 ((pu)_L + (pu)_{LB}) \cdot S_L^j \cdot n_{L,j}^x + \\ + \sum_{j=1}^4 ((pv)_L + (pv)_{LB}) \cdot S_L^j \cdot n_{L,j}^y + \\ + \sum_{j=1}^4 ((pw)_L + (pw)_{LB}) \cdot S_L^j \cdot n_{L,j}^z \end{array} \right), \quad (141)$$

Компоненты вектора вязкого потока определяются аналогичным образом и могут быть учтены на эйлеровом этапе путем добавления в выражения (138) – (141) соответствующих членов, которые также необходимо суммировать по всем граням. При этом выполняется расчет производных компонент тензора напряжений

$$\left\langle \frac{\partial \tau_{\alpha\beta}}{\partial \alpha} \right\rangle = \frac{1}{2V_L} \sum_{j=1}^4 \left(\tau_{\alpha\beta}|_L + \tau_{\alpha\beta}|_{LB} \right) \cdot S_L^j \cdot n_{L,j}^\alpha, \quad (142)$$

Здесь $\alpha = x, y, z$; $\beta = x, y, z$. Сами компоненты тензора определяются следующим образом

$$\langle \tau_{xx} \rangle_L = \frac{2}{3} \mu_L \cdot \left(\left\langle \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle_L - \left(\left\langle \frac{\partial v}{\partial y} \right\rangle_L + \left\langle \frac{\partial w}{\partial z} \right\rangle_L \right) \right), \quad (143)$$

$$\langle \tau_{xy} \rangle_L = \mu_L \cdot \left(\left\langle \frac{\partial u}{\partial y} \right\rangle_L + \left\langle \frac{\partial v}{\partial x} \right\rangle_L \right), \quad (144)$$

$$\langle \tau_{xz} \rangle_L = \mu_L \cdot \left(\left\langle \frac{\partial u}{\partial z} \right\rangle_L + \left\langle \frac{\partial w}{\partial x} \right\rangle_L \right), \quad (145)$$

$$\langle \tau_{yy} \rangle_L = \frac{2}{3} \mu_L \cdot \left(\left\langle \frac{\partial v}{\partial y} \right\rangle_L - \left(\left\langle \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle_L + \left\langle \frac{\partial w}{\partial z} \right\rangle_L \right) \right), \quad (146)$$

$$\langle \tau_{yz} \rangle_L = \mu_L \cdot \left(\left\langle \frac{\partial v}{\partial z} \right\rangle_L + \left\langle \frac{\partial w}{\partial y} \right\rangle_L \right), \quad (147)$$

$$\langle \tau_{zz} \rangle_L = \frac{2}{3} \mu_L \cdot \left(\left\langle \frac{\partial w}{\partial z} \right\rangle_L - \left(\left\langle \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle_L + \left\langle \frac{\partial v}{\partial y} \right\rangle_L \right) \right), \quad (148)$$

Производные компонент определяются аналогично производным давления, вычисленным ранее.

На втором этапе (лагранжевом) выполняется расчет массообмена между соседними ячейками. При этом предполагается, что перенос массы осуществляется только за счет нормальной к соответствующей грани компоненты скорости, определяемой по формуле

$$\mathbf{V}_L^n = un_{L,j}^x + vn_{L,j}^y + wn_{L,j}^z, \quad (149)$$

Для корректного определения потока массы следует сначала определить втекает или вытекает поток газа из контрольного объема. Это можно осуществить с использованием следующих соотношений

$$FUN = \frac{1}{2}(V_L^n + V_{LB}^n), \quad (150)$$

$$V^+ = \frac{1}{2}(FUN + |FUN|), \quad (151)$$

$$V^- = \frac{1}{2}(FUN - |FUN|), \quad (152)$$

При $V^+ \geq 0$ поток считается вытекающим из объема, при $V^- < 0$ – втекающим. Поток массы из i -го элемента через j -ю грань вычисляется по формуле

$$\Delta M_{i,j} = (\rho_L V^+ + \rho_{LB} V^-) S_L^j \tau, \quad (153)$$

Массообмен в пределах i -го элемента тетраэдрального элемента описывается зависимостью

$$M_i^{p+1} = M_i^p - \sum_{j=1}^4 \Delta M_{i,j}, \quad (154)$$

Затем определяются потоки компонент импульса и энергии

$$\tilde{u}_i^{p+1} M_i^{p+1} = \tilde{u}_i^p M_i^p - \sum_{j=1}^4 \tilde{u}_{i,j}^p \Delta M_{i,j}, \quad (155)$$

$$\tilde{v}_i^{p+1} M_i^{p+1} = \tilde{v}_i^p M_i^p - \sum_{j=1}^4 \tilde{v}_{i,j}^p \Delta M_{i,j}, \quad (156)$$

$$\tilde{w}_i^{p+1} M_i^{p+1} = \tilde{w}_i^p M_i^p - \sum_{j=1}^4 \tilde{w}_{i,j}^p \Delta M_{i,j}, \quad (157)$$

$$\tilde{E}_i^{p+1} M_i^{p+1} = \tilde{E}_i^p M_i^p - \sum_{j=1}^4 \tilde{E}_{i,j}^p \Delta M_{i,j}, \quad (158)$$

На заключительном этапе исходя из интегральных законов сохранения определяются окончательные значения плотности, компонент скорости и полной энергии на новом временном шаге

$$\rho_i^{p+1} = \rho_i^p - \frac{\sum_{j=1}^4 \Delta M_{i,j}}{V_i}, \quad (159)$$

$$u_i^{p+1} = \frac{-\sum_{j=1}^4 FUN \cdot \tilde{u}_{i,j}^p \cdot \Delta M_{i,j} + \tilde{u}_i^p \cdot \left(\rho_i^p V_i - \sum_{j=1}^4 (1 - FUN) \Delta M_{i,j} \right)}{\rho_i^{p+1} V_i}, \quad (160)$$

$$v_i^{p+1} = \frac{-\sum_{j=1}^4 FUN \cdot \tilde{v}_{i,j}^p \cdot \Delta M_{i,j} + \tilde{v}_i^p \cdot \left(\rho_i^p V_i - \sum_{j=1}^4 (1 - FUN) \Delta M_{i,j} \right)}{\rho_i^{p+1} V_i}, \quad (161)$$

$$w_i^{p+1} = \frac{-\sum_{j=1}^4 FUN \cdot \tilde{w}_{i,j}^p \cdot \Delta M_{i,j} + \tilde{w}_i^p \cdot \left(\rho_i^p V_i - \sum_{j=1}^4 (1 - FUN) \Delta M_{i,j} \right)}{\rho_i^{p+1} V_i}, \quad (162)$$

$$E_i^{p+1} = \frac{-\sum_{j=1}^4 FUN \cdot \tilde{E}_{i,j}^p \cdot \Delta M_{i,j} + \tilde{E}_i^p \cdot \left(\rho_i^p V_i - \sum_{j=1}^4 (1 - FUN) \Delta M_{i,j} \right)}{\rho_i^{p+1} V_i}, \quad (163)$$

Стационарное решение задачи получается путем установления. Изложенный подход позволяет моделировать обтекание пространственных моделей сложной формы без предварительного выделения поверхностей разрыва.

3.5. Расчетное исследование аэродинамики различных конфигураций волнолетов с применением метода расщепления по физическим процессам

В данном разделе представлены результаты численного моделирования волнолетов, построенных на скачках уплотнения различной формы, а также интегральных компоновок (с ракетным ускорителем и ГПВРД) на их основе, полученные в рамках решения задач верификации и валидации, также исследованию взаимного влияния составляющих интегральной компоновки на общие характеристики летального аппарата.

3.5.1. Численное моделирование обтекания волнолетов, построенных на скачках уплотнения за прямым круговым конусом

В первой части данного раздела представлены результаты численного моделирования обтекания модели волнолета, прототип которой экспериментально исследовался в работе [70]. В качестве тела-генератора ударной волны был взят острый прямой круговой конус. В статье [70] также представлены результаты расчетов аэродинамических характеристик, выполненных для виртуального аналога экспериментальной модели, который был получен с помощью кода MAXWARP [43], позволяющего генерировать модели волнолетов, обладающих максимальным аэродинамическим качеством либо минимальным сопротивлением. Данный виртуальный аналог был взят за основу при разработке модели ВЛА для тестирования компьютерного кода UST3D. Сравнительные характеристики этих двух моделей волнолета представлены в таблице 1.

Таблица 1. Сравнительные характеристики моделей волнолета

Характеристика	Модель № 1[70]	Виртуальная модель
Длина L , см	60.96	60.96
Ширина W , см	50.597	50.597
Высота h , см	5.608	5.223
Площадь задней поверхности S_{base} , см ²	126.348	122.65
Площадь горизонтальной проекции несущей поверхности S_{plan} , см ²	1756	1803
Объемная эффективность, V_{eff}	0.112	0.112
Угол полураствора конуса, град	8.1	
Угол наклона ударной волны, град	16.44	
Длина конуса, см	121.92	

Виртуальная модель волнолета изображена на рис. 26. В качестве характерной площади S_{ref} для расчета аэродинамических коэффициентов использовалась площадь проекции несущей поверхности на горизонтальную

плоскость S_{plan} . Коэффициент объемной эффективности вычислялся по формуле

$$V_{eff} = \frac{V^{\frac{2}{3}}}{S_{plan}}, \quad (164)$$

где V – объем летательного аппарата.

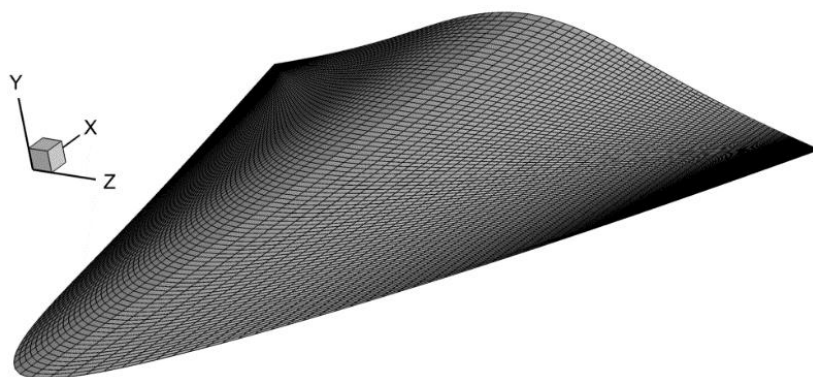


Рис. 26. Виртуальная модель волнолета

Для основного цикла расчетов была построена неструктурированная сетка, состоящая из 2192622 тетраэдров (рис. 27). Для реализации граничных условий было предусмотрено 129704 фиктивных ячеек, освобождающих от необходимости построения специальных аппроксимаций для граничных элементов.

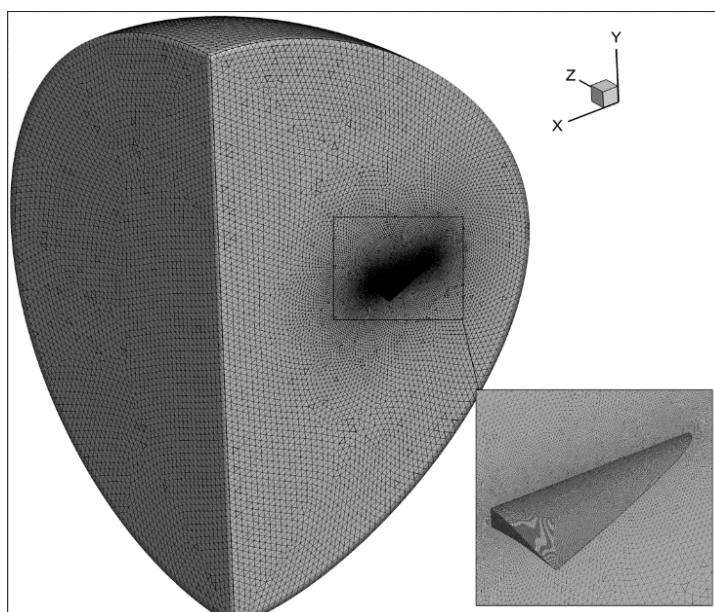


Рис. 27. Расчетная область и неструктурированная сетка (2192622 тетраэдральных элемента)

Оценка параметров аэродинамики для виртуальной модели ВЛА Waverider производилась для трех вариантов условий набегающего потока, приведенных в таблице 2. В процессе эксперимента на задней стенке Волнолета поддерживалось давление равное давлению набегающего потока. Поэтому для корректного сравнения с экспериментальными данными была введена поправка на донное давление.

Таблица 2. Параметры набегающего потока для различных чисел Маха [70]

$M_\infty = 2.3$	$M_\infty = 4$	$M_\infty = 4.63$
$p_\infty = 5524.9 \text{ Па}$	$p_\infty = 1243.78 \text{ Па}$	$p_\infty = 734.48 \text{ Па}$
$\rho_\infty = 1.22 \cdot 10^{-4} \text{ г/см}^3$	$\rho_\infty = 0.516 \cdot 10^{-4} \text{ г/см}^3$	$\rho_\infty = 0.388 \cdot 10^{-4} \text{ г/см}^3$
$T_\infty = 158.1 \text{ К}$	$T_\infty = 84.4 \text{ К}$	$T_\infty = 67.1 \text{ К}$
$\mu_\infty = 10.77 \cdot 10^{-5} \text{ г/см} \cdot \text{с}$	$\mu_\infty = 5.78 \cdot 10^{-5} \text{ г/см} \cdot \text{с}$	$\mu_\infty = 4.488 \cdot 10^{-5} \text{ г/см} \cdot \text{с}$

Аэродинамические коэффициенты рассчитывались с помощью следующих соотношений:

$$C_x = \int_{(s)} \left[\bar{p} \cdot \cos(\hat{nx}) + c_f \cos(\hat{\tau x}) \right] \frac{dS}{S_{plan}},$$

$$C_y = \int_{(s)} \left[\bar{p} \cdot \cos(\hat{ny}) + c_f \cos(\hat{\tau y}) \right] \frac{dS}{S_{plan}}, \quad (164)$$

$$C_{base} = \int_{(S_{base})} [\bar{p}_{base}] \frac{dS}{S_{plan}},$$

Здесь C_x – коэффициент осевой силы; C_y – коэффициент нормальной силы; C_{base} – коэффициент донного сопротивления; $\bar{p} = \frac{P - P_\infty}{q_\infty}$ – безразмерный

коэффициент давления; $\bar{p}_{base} = \frac{p_{base} - p_{\infty}}{q_{\infty}}$ – безразмерный коэффициент донного давления; $q_{\infty} = \frac{\rho_{\infty} V_{\infty}^2}{2}$ – динамический напор; $c_f = \frac{\tau}{q_{\infty}}$ – коэффициент поверхностного трения; p_{base} – донное давление; τ – касательное напряжение на поверхности Волнолета; $\cos(\hat{nx})$ и $\cos(\hat{\tau x})$ – косинусы углов между нормалью (касательной) и одной из осей координат.

Вычисления производились в связанной системе координат. Переход в поточную систему координат осуществлялся по следующим формулам

$$C_L = C_y \cos(\alpha) - C_x \sin(\alpha), \quad (165)$$

$$C_D = C_y \sin(\alpha) + C_x \cos(\alpha), \quad (166)$$

Здесь C_L – коэффициент подъемной силы; C_D – коэффициент силы лобового сопротивления; α – угол атаки. Для учета влияния поверхностного трения применялся метод характерной температуры [45].

На рис. 28–30 приведены результаты расчетов аэродинамических характеристик ВЛА Waverider при различных значениях числа Маха и в широком диапазоне углов атаки, а также их сравнение с экспериментальными данными. При общей корреляции результатов расчета и данных эксперимента следует отметить, что для всех вариантов исходных данных значения коэффициента лобового сопротивления, полученные с помощью кода UST3D, выше, чем в эксперименте. Это может быть вызвано тем, что форма виртуальной модели не была оптимизирована для достижения максимального аэродинамического качества и минимального лобового сопротивления, а также несколько завышенными значениями коэффициента поверхностного трения, полученными с помощью метода характерной температуры. Поэтому максимальное расчетное аэродинамическое качество у исследуемой виртуальной модели также несколько ниже. Наилучшая корреляция данных расчета и эксперимента наблюдается при числе Маха набегающего потока

равном $M_\infty = 2.3$. Наилучшие аэродинамические характеристики представленной виртуальной модели также наблюдаются при наименьшей скорости набегающего потока. Некоторое увеличение числа Маха не вызывает существенной деградации аэродинамического качества Волнолета. Наличие разрежения в области задней стенки летательного аппарата качественно меняет поведение аэродинамических характеристик. Возникающая при этом дополнительная сила лобового сопротивления снижает аэродинамическое качество ВЛА. Для более высоких скоростей набегающего потока статическое давление будет несколько ниже, что снижает масштаб влияния донного сопротивления. На рис. 31 приведены сравнительные результаты оценки максимального аэродинамического качества Волнолета в зависимости от числа Маха при различных вариантах учета донного давления. Для случая отсутствия разрежения в области задней стенки приводятся также экспериментальные данные. На рис. 32 показаны относительные величины компонент, входящих в общий коэффициент сопротивления летательных аппаратов – сопротивление от действия давления и сопротивление трения. Как уже было отмечено ранее коэффициент поверхностного трения играет значительную роль в деградации аэродинамического качества.

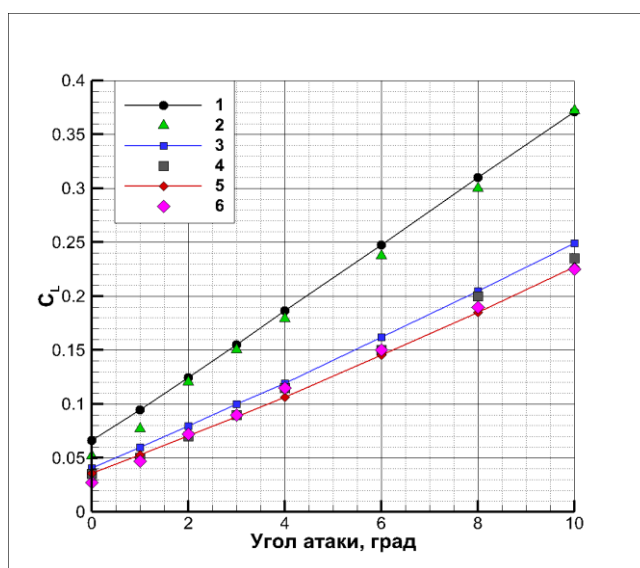


Рис. 28. Коэффициент подъемной силы в зависимости от угла атаки: 1, 3, 5 – расчет по коду UST3D для чисел Маха $M_\infty = 2.3$, $M_\infty = 4$ и $M_\infty = 4.63$ соответственно; 2, 4, 6 – экспериментальные данные [70], соответствующие числам Маха $M_\infty = 2.3$, $M_\infty = 4$ и $M_\infty = 4.63$.

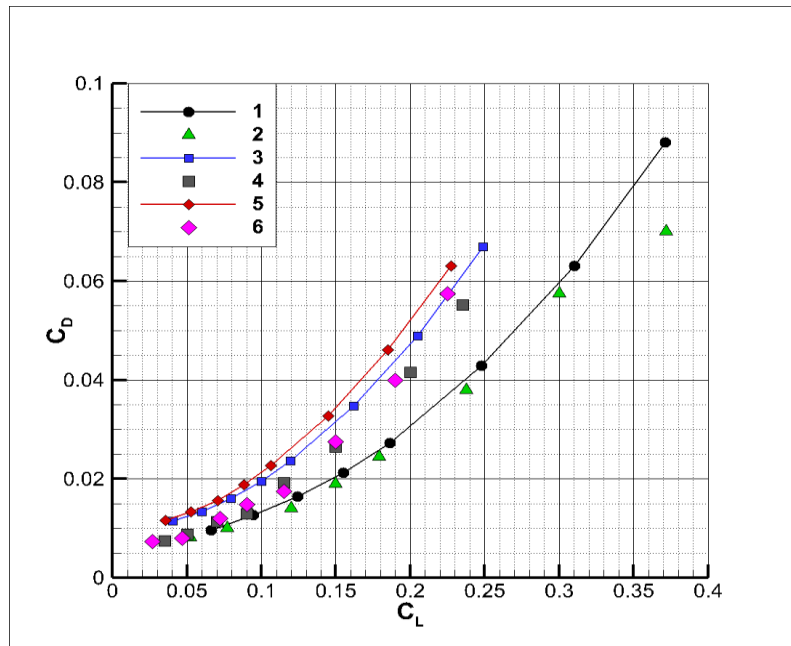


Рис. 29. Коэффициент силы лобового сопротивления в зависимости от угла атаки: 1, 3, 5 – расчет по коду UST3D для чисел Маха $M_\infty = 2.3$, $M_\infty = 4$ и $M_\infty = 4.63$ соответственно; 2, 4, 6 – экспериментальные данные [70], соответствующие числам Маха $M_\infty = 2.3$, $M_\infty = 4$ и $M_\infty = 4.63$.

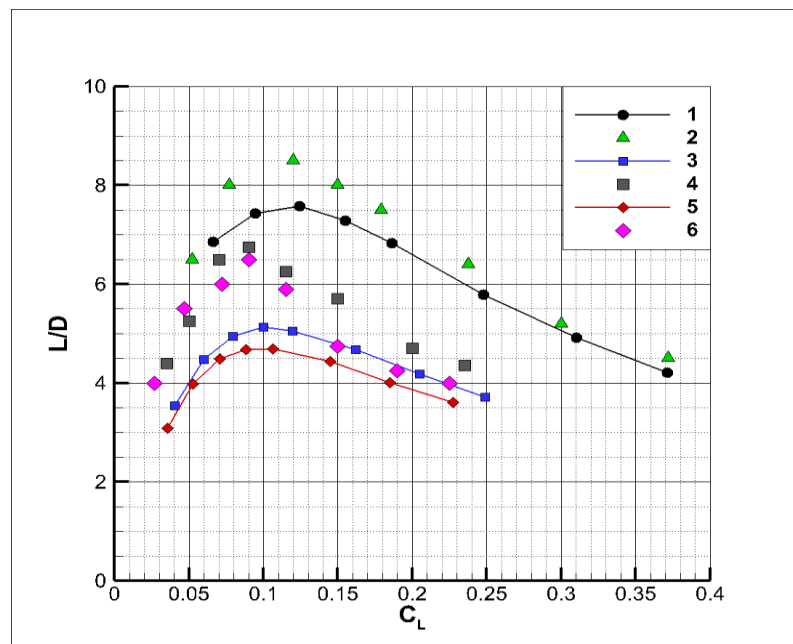


Рис. 30. Аэродинамическое качество в зависимости от угла атаки: 1, 3, 5 – расчет по коду UST3D для чисел Маха $M_\infty = 2.3$, $M_\infty = 4$ и $M_\infty = 4.63$ соответственно; 2, 4, 6 – экспериментальные данные [70], соответствующие числам Маха $M_\infty = 2.3$, $M_\infty = 4$ и $M_\infty = 4.63$.

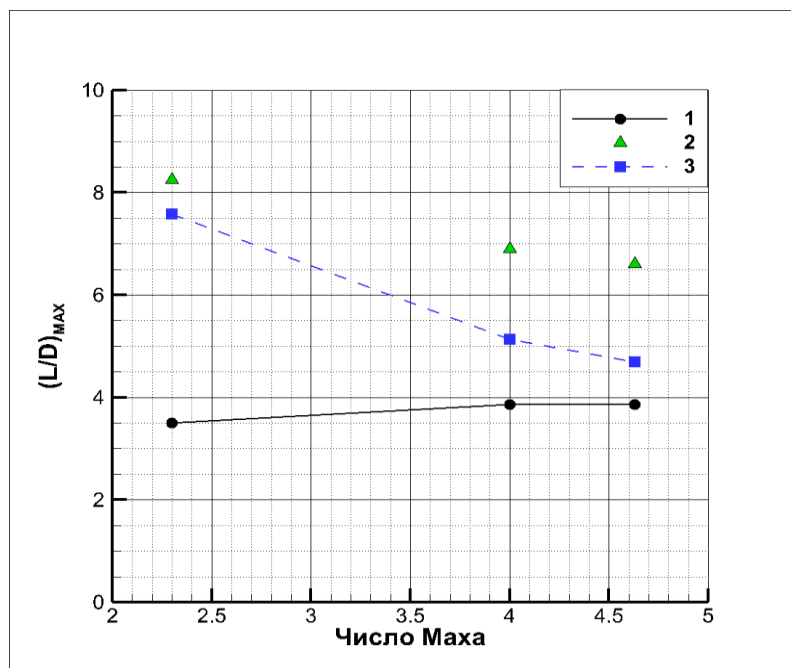


Рис. 31 Аэродинамическое качество как функция числа Маха при различных величинах донного давления: 1, 3 – расчет по коду UST3D при $p_{base} = 0$ и $p_{base} = p_{\infty}$; 2 – экспериментальные данные [70] для случая $p_{base} = p_{\infty}$.

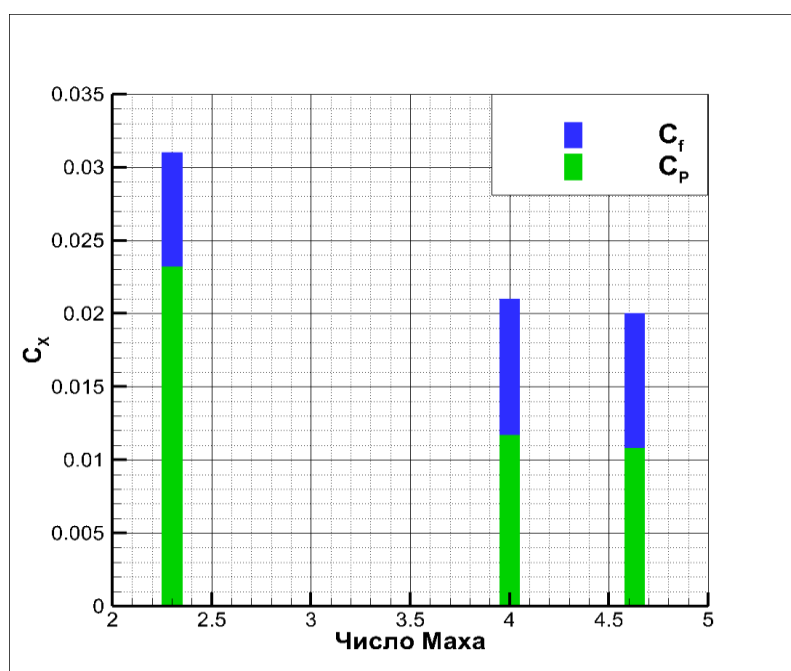


Рис. 32. Соотношение составляющих лобового сопротивления – сопротивление от сил давления и сопротивление от поверхностного трения

Обобщение опыта расчетных и экспериментальных исследований различных аэродинамических конфигураций для больших сверхзвуковых

выявило принципиальные теоретические ограничения, накладываемые на аэродинамическое качество летательного аппарата при увеличении скорости полета [42]. Однако, как следует из работ [40–41], применение процесса вязкостной оптимизации аэродинамической формы, при учете эффектов ламинарно-турбулентного перехода, может позволить существенно приблизить или даже превысить максимально допустимые значения аэродинамического качества и, таким образом, преодолеть гиперзвуковой «барьер». Соответствующие асимптотические кривые описываются следующими зависимостями

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{MAX1} = \frac{4(M_\infty + 3)}{M_\infty}, \quad (167)$$

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{MAX2} = \frac{6(M_\infty + 2)}{M_\infty}, \quad (168)$$

На рис. 33 приводится анализ максимального аэродинамического качества экспериментального ВЛА и исследуемой виртуальной модели относительно гиперзвуковых «барьеров».

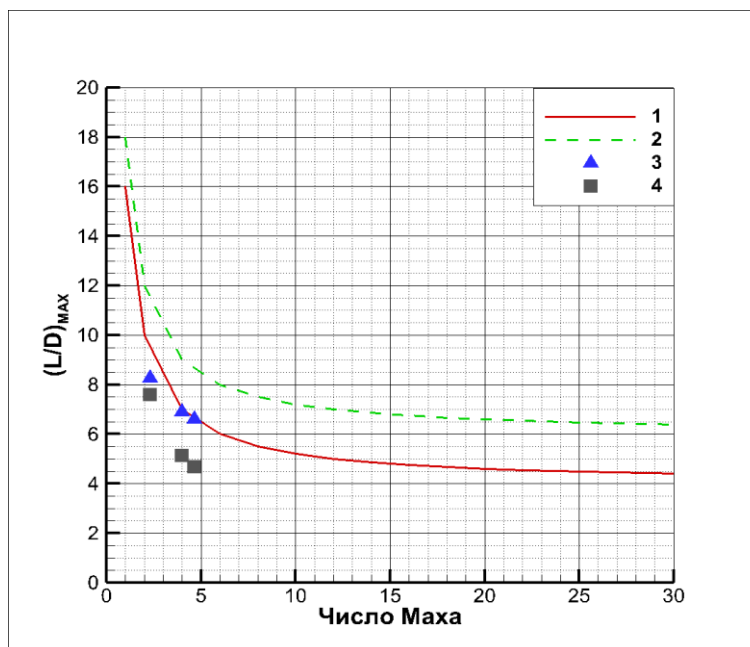


Рис. 33. Максимальное аэродинамическое качество как функция числа Маха: 1 – первый гиперзвуковой барьер; 2 – второй гиперзвуковой барьер; 3 – экспериментальные данные [70]; 4 – расчет по коду UST3D.

Вторая часть раздела посвящена сравнительному анализу результатов расчета аэродинамики волнолета, полученных с помощью кода UST3D и аэродинамических коэффициентов, рассчитанных с помощью других компьютерных кодов: MAXWARP [43] и CFL3D [60]. На рис. 34 изображена виртуальная модель волнолета, построенного для расчетного числа Маха $M_\infty = 6$. На рис. 35 показана использованная при расчетах неструктурированная сетка.

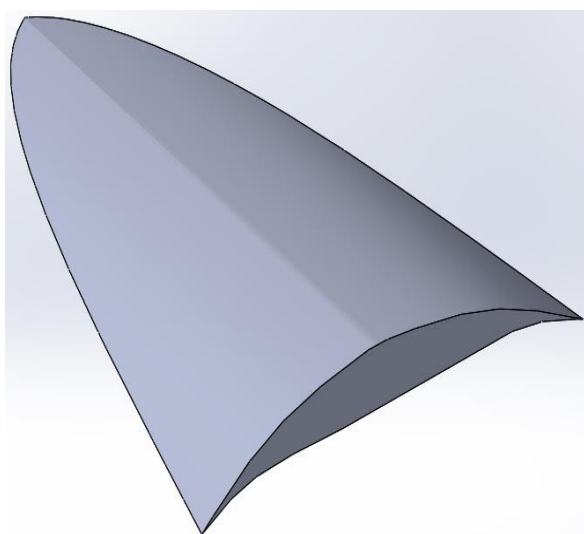


Рис. 34. Виртуальная модель волнолета из работы [60]

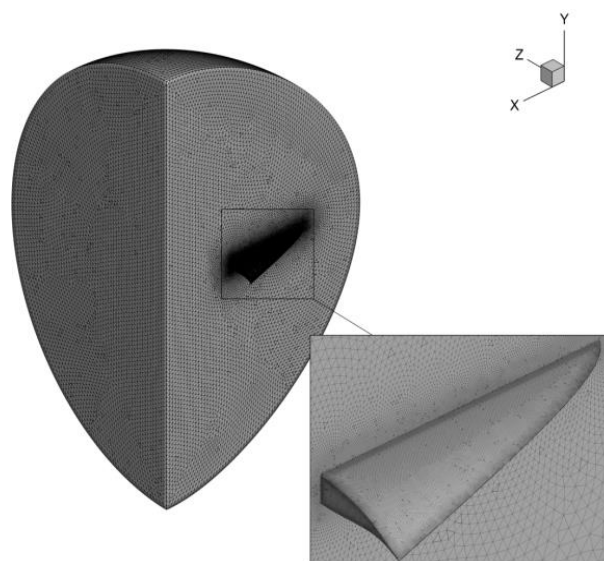


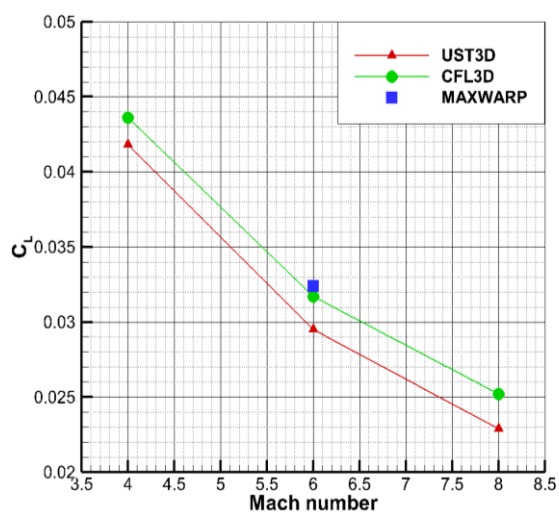
Рис. 35. Расчетная сетка (2515038 тетраэдральных элемента)

Параметры невозмущенного потока представлены в таблице 3. Численное моделирование было выполнено для расчетного режима, соответствующего числу Маха $M_\infty = 6$ и двух нерасчетных режимов: $M_\infty = 4$ и $M_\infty = 8$.

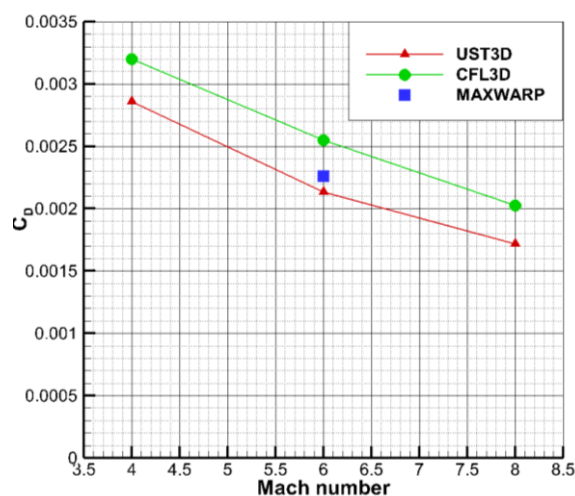
Таблица 3. Параметры набегающего потока для различных чисел Маха

	$M_\infty = 4$	$M_\infty = 6$	$M_\infty = 8$
p_∞ , эрг/см ³	17791	11866	8889
$\rho_\infty \cdot 10^4$, г/см ³	0.268	0.179	0.134
T_∞ , К	231.3		
$Re_\infty \cdot 10^4$, см ⁻¹	2.156		

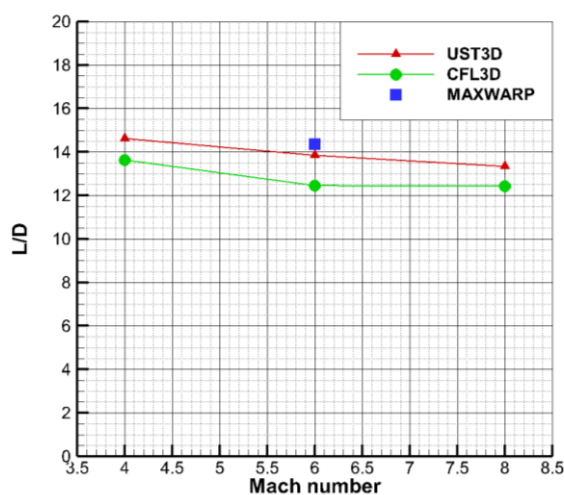
Результаты расчетов показаны на рис. 36–38. В качестве характерной площади для расчета аэродинамических коэффициентов использовалась площадь волнолета в плане. Должно быть отмечено, что при расчете коэффициента лобового сопротивления учитывалась только составляющая, обусловленная действием давления. Все аэродинамические коэффициенты монотонно убывают при увеличении числа Маха. В целом наблюдается хорошее согласие между всеми представленными расчетными данными.



а



б



в

Рис. 36. Коэффициенты подъемной силы (а) и лобового сопротивления (б) и аэродинамическое качество (в) как функции числа Маха.

Распределение давления плоскости поперечного сечения волнолета для различных чисел Маха изображено на рис. 37. Наилучшее совпадение между различными расчетными данными наблюдается для кодов UST3D и CFL3D

при $M_\infty = 4$ [60]. Может быть отмечено также некоторое различие в степени сжатия потока вблизи кромки волнолета для чисел Маха $M_\infty = 6$ и $M_\infty = 8$.

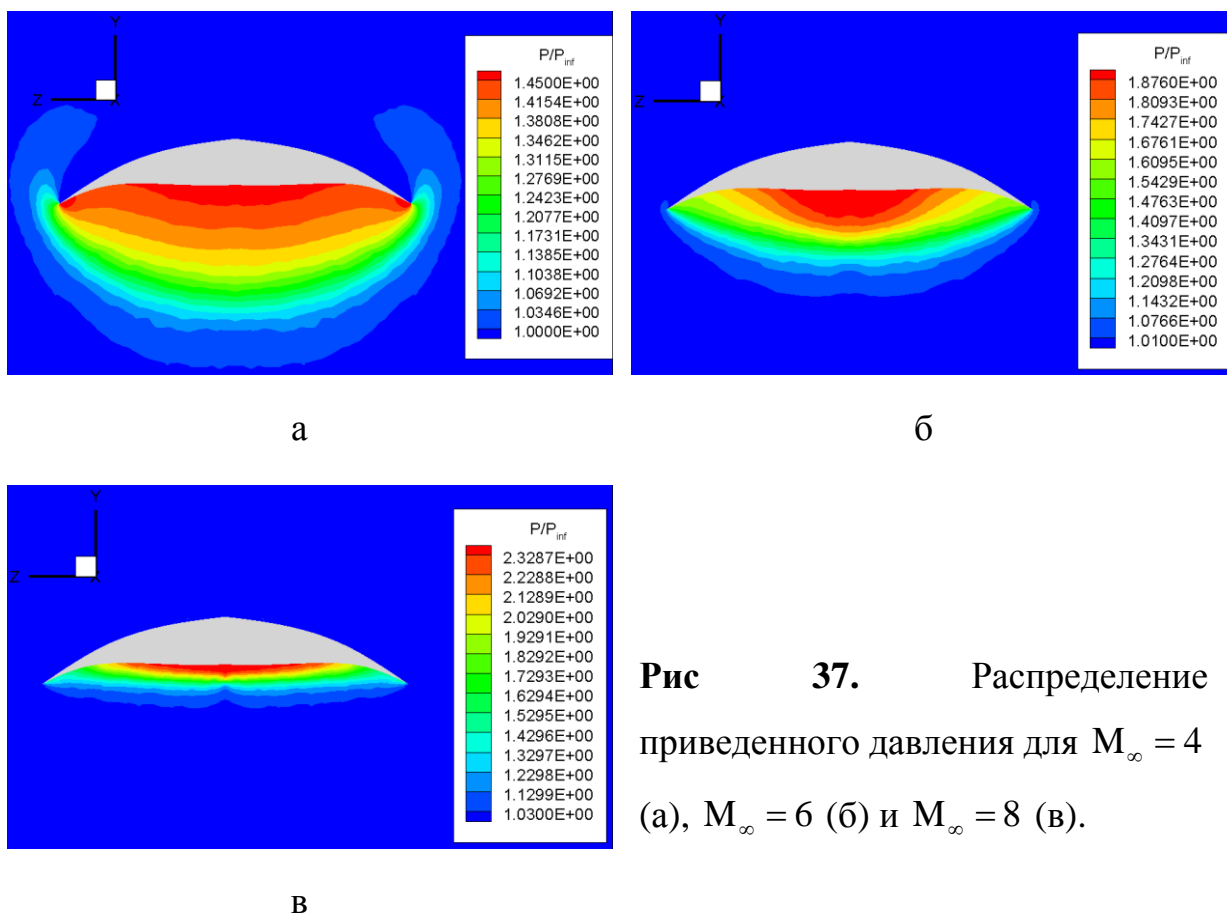


Рис 37. Распределение приведенного давления для $M_\infty = 4$ (а), $M_\infty = 6$ (б) и $M_\infty = 8$ (в).

Проведенное с использованием компьютерного кода UST3D численное моделирование позволило произвести оценку основных аэродинамических характеристик волнолетов, построенных на скачках уплотнения за прямым круговым конусом. В первой части раздела, несмотря на приближенный характер расчета коэффициента поверхностного трения и коэффициента донного давления, было получено, в целом, удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных данных. Сравнительный анализ показал, что для данной модели ВЛА аэродинамические характеристики при скорости полета $M_\infty = 4.63$ наиболее близки к результатам эксперимента. Для представленной конфигурации волнолета поверхностное трение играет значительную роль в общем сопротивлении летательного аппарата. Во второй части раздела продемонстрировано хорошее совпадение между расчетными

данными кода UST3D и результатами расчетов из других компьютерных кодов.

3.5.2. Численное моделирование обтекания волнолетов, построенных на скачках уплотнения за наклонным круговым конусом и эллиптическим конусом

Объектами исследования в данном разделе были две конфигурации волнолетов, несущие поверхности которых могут быть описаны с помощью соотношений, получаемых методами теории малых возмущений [24].

$$\frac{\theta}{\delta} = 1 + 0.34 \cdot \left[\tan \left(\frac{\pi - \phi}{2} \right) \right]^{12.5}, \quad (169)$$

$$\frac{\theta}{\delta} = 1 - 0.1 \cos(2\phi) + (0.39 + 0.1 \cos(2\phi)) \cdot \left[\tan \left(\frac{\pi - \phi}{2.75} \right) \right]^{7.69}, \quad (170)$$

Здесь θ – полярный угол; ϕ – азимутальный угол; $\delta = 18.62^\circ$ – угол конуса, используемого для генерации невозмущенного поля течения. Форма поверхности, определяемая выражением (169) соответствует волнолету, построенному на скачке уплотнения за наклонным круговым конусом (НК-волнолет), несущая поверхность волнолета, построенного на поле течения за эллиптическим конусом (ЭК-волнолет) описывается выражением (170). Верхняя поверхность НК-волнолета выполнена с наклоном, соответствующим отрицательному углу атаки $\alpha = -3.72^\circ$, при котором возникает дополнительное разрежение части потока, обеспечивающее прирост подъемной силы. Данные аэродинамические конфигурации, в отличие от классических конических волнолетов, обладают значительно большим внутренним объемом, что делает более оправданным их применение при разработке интегральных компоновок ВЛА. Однако при этом существенно увеличиваются площади смачиваемой и донной поверхностей, вносящих существенный вклад в общее сопротивление модели и снижая аэродинамическое качество. Основные геометрические характеристики исследуемых тел приведены в таблице 4.

Таблица 4. Характерные параметры геометрии исследуемых волнолетов

	ЭК-волнолет	НК-волнолет
Длина, м	0.6	0.6
Ширина, м	0.545	0.557
Площадь донного среза, м ²	0.0488	0.0558
Площадь смачиваемой поверхности, м ²	0.359	0.399

Сравнительный анализ результатов численного моделирования и экспериментальных данных [27] был выполнен для расчетного числа Маха $M_\infty = 4$ в диапазоне углов атаки $\alpha = -20^\circ \dots +20^\circ$ и углов скольжения $\beta = 0^\circ \dots +20^\circ$. Параметры набегающего потока в аэродинамической трубе закрытого типа исследовательского центра Арнольда соответствовали размерному числу Рейнольдса $Re_\infty = 6.56 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$: $M_\infty = 4$; $p_\infty = 1453 \text{ Па}$; $T_\infty = 92.8 \text{ К}$; $\rho_\infty = 0.0546 \text{ кг/м}^3$. При расчете аэродинамических характеристик использовалась поточная система координат. В качестве характерной площади использовалась площадь донного среза. Характерным размером при определении аэродинамических моментов являлась длина волнолета. Общий вид исследуемых конфигураций показан на рис. 38 (а, б).

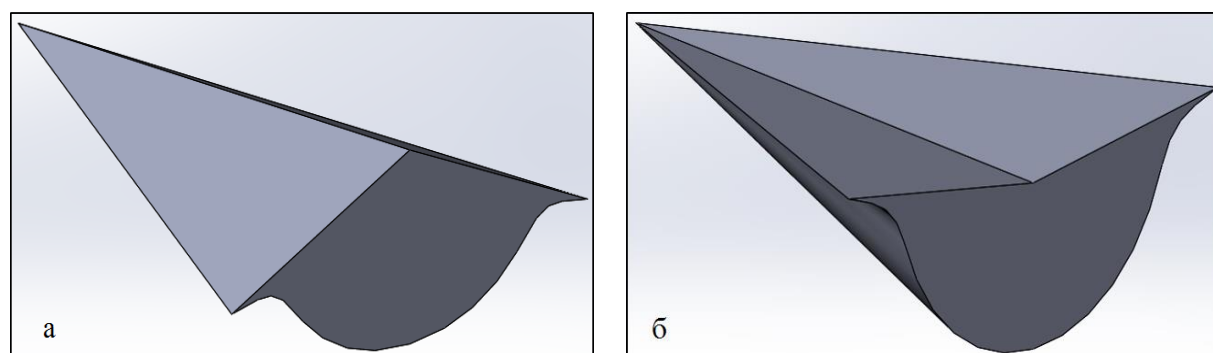


Рис. 38. Модели высокоскоростных летательных аппаратов: ЭК-волнолет (а), НК-волнолет (б)

Распределения коэффициентов подъемной силы, сопротивления и аэродинамического качества представлены на рис. 39–41. В широком диапазоне отрицательных углов атаки несущая поверхность НК-волнолета

используется более эффективно. Это проявляется в больших значениях качества при $\alpha = -20^\circ \dots -3.72^\circ$ по сравнению с ЭК-волнолетом, форма которого обеспечивает лучшие аэродинамические характеристики при положительных углах атаки.

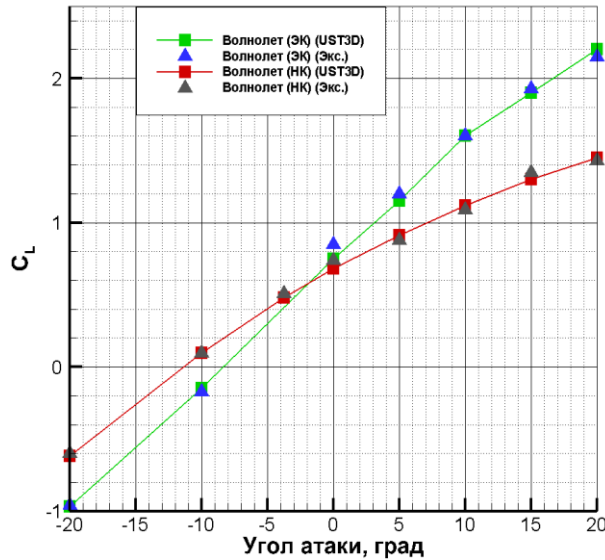


Рис. 39. Коэффициенты подъемной силы для ЭК- и НК-волнолета в сравнении с экспериментальными данными для числа Маха $M_\infty = 4$

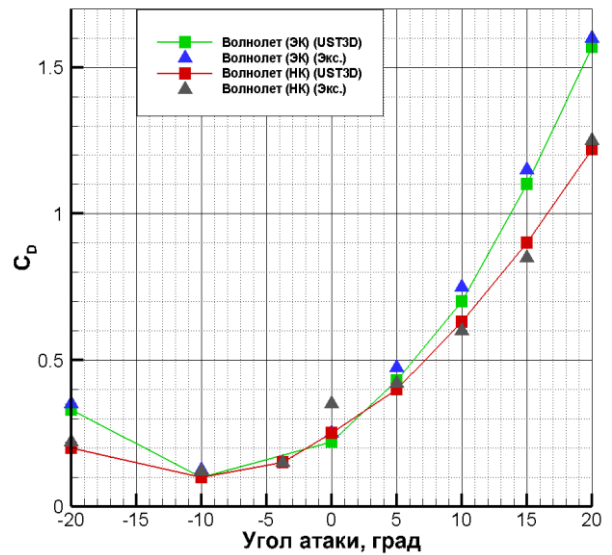


Рис. 40. Коэффициенты лобового сопротивления для ЭК- и НК-волнолета в сравнении с экспериментальными данными для числа Маха $M_\infty = 4$

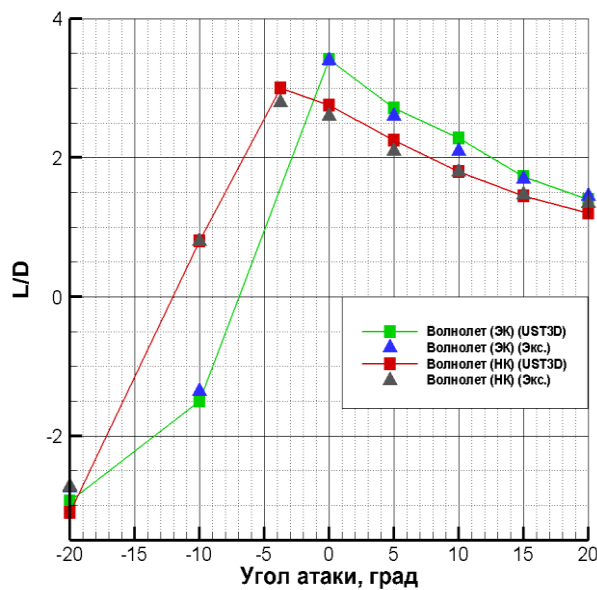


Рис. 41. Аэродинамическое качество для ЭК- и НК-волнолета в сравнении с экспериментальными данными для числа Маха $M_\infty = 4$

Изменение сопротивления данных летательных аппаратов носит немонотонный характер, причем минимальное его значение достигается при $\alpha = -10^\circ$. Эллиптический волнолет обладает большим волновым сопротивлением во всем исследуемом диапазоне, несмотря на меньшую площадь смачиваемой поверхности и донного среза. Обладая в целом схожим аэродинамическим качеством НК- и ЭК-волнолеты уступают по этому параметру конфигурациям с несущей поверхностью на основе прямого кругового конуса [69].

Оценка моментных характеристик летательного аппарата необходима для понимания относительного перераспределения давления по поверхности исследуемого объекта при изменении его ориентации в пространстве. Это обусловлено вопросами управления ВЛА и его устойчивости в полете. Эти коэффициенты обладают высокой чувствительностью как к условиям эксперимента, так и к положению центра тяжести виртуальной модели. Распределения коэффициентов аэродинамических моментов в зависимости от изменения угла атаки или скольжения показаны на рис. 42–44. Все графики имеют характер близкий к линейному. Следует отметить, что для НК-волнолета абсолютные значения момента тангажа при любых углах атаки несколько ниже, чем для ЭК-волнолета. Это говорит о несколько большей устойчивости данной конфигурации в процессе полета.

Одной из проблем вычислительной аэрогазодинамики является описание течения в области донного среза ВЛА. Анализ данной области осложняется нестационарностью и неустойчивостью потока, наличием отрыва и возвратно-рециркуляционным движением газа. Актуальной проблемой исследования отрывных течений является корректный выбор консервативных переменных в исходной системе уравнений газовой динамики вязкого сжимаемого газа. Течение в донной области для двух конфигураций волнолетов при различных углах атаки показано на рис. 45–48. Характерной особенностью является наличие как локальных дозвуковых зон, так и ускорившегося потока,

со скоростью, превышающей исходное число Маха. Может быть отмечено появление небольших локальных вихрей в дозвуковых зонах.

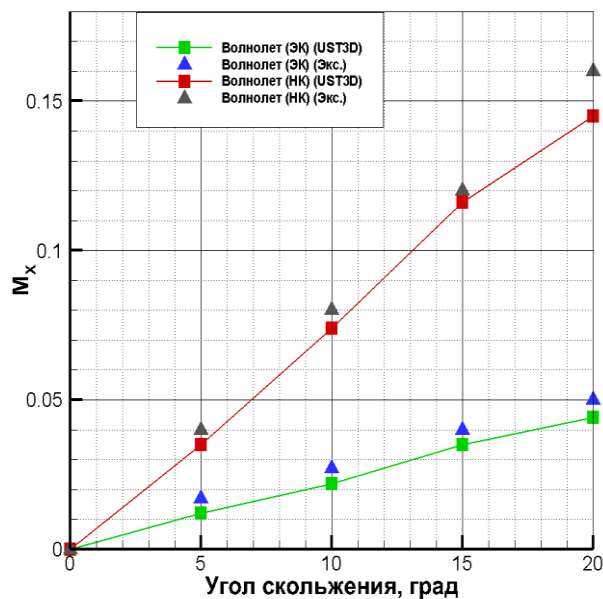


Рис. 42. Коэффициенты момента крена для ЭК- и НК-волнолета в сравнении с экспериментальными данными для числа Маха $M_\infty = 4$

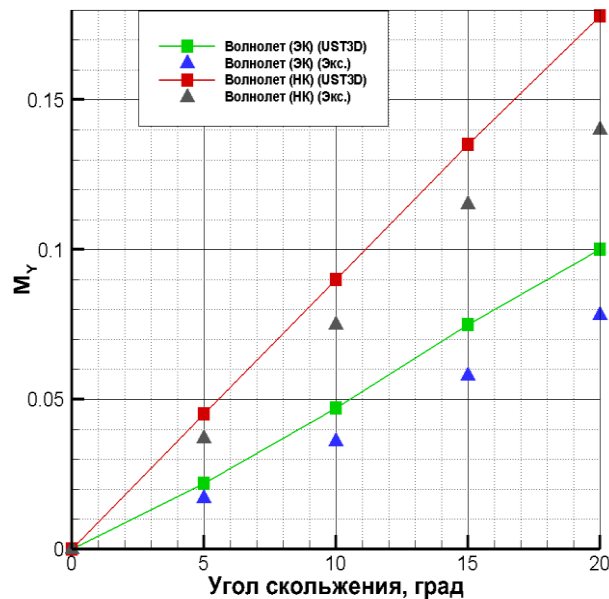


Рис. 43. Коэффициенты момента рыскания для ЭК- и НК-волнолета в сравнении с экспериментальными данными для числа Маха $M_\infty = 4$

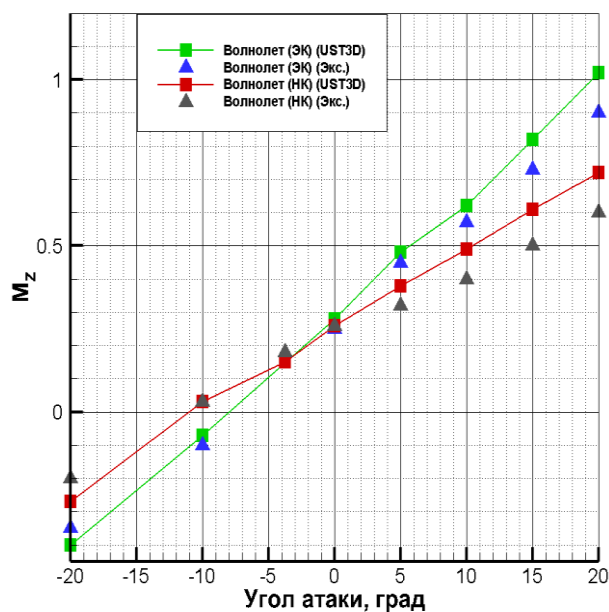


Рис. 44. Коэффициента момента тангажа для ЭК- и НК-волнолета в сравнении с экспериментальными данными для числа Маха $M_\infty = 4$

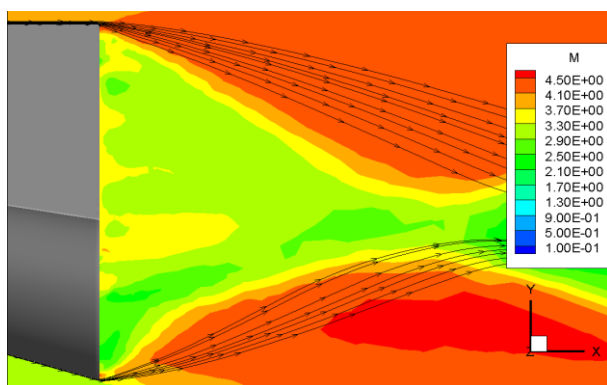


Рис. 45. Течение в области донного среза и линии тока для ЭК-волнолета для числа Маха $M_\infty = 4$ при $\alpha = 0^\circ$

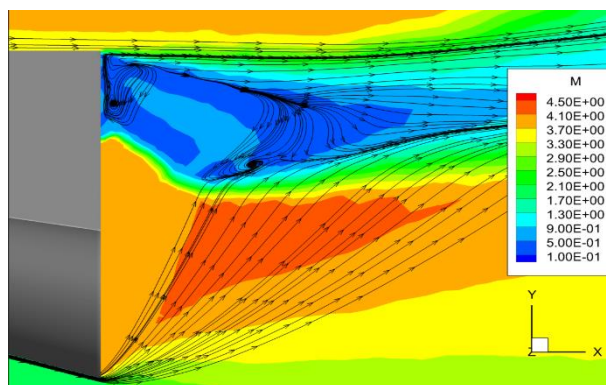


Рис. 46. Течение в области донного среза и линии тока для ЭК-волнолета для числа Маха $M_\infty = 4$ при $\alpha = 20^\circ$

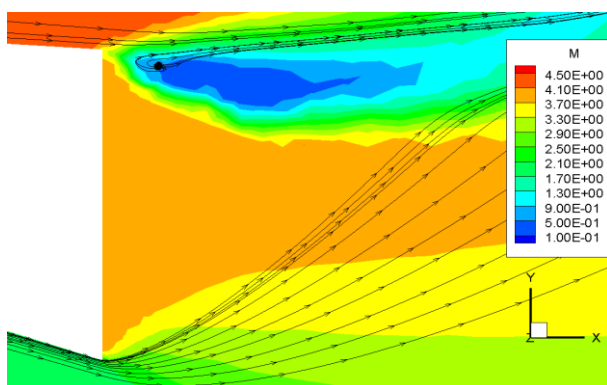


Рис. 47. Течение в области донного среза и линии тока для НК-волнолета для числа Маха $M_\infty = 4$ при $\alpha = 20^\circ$

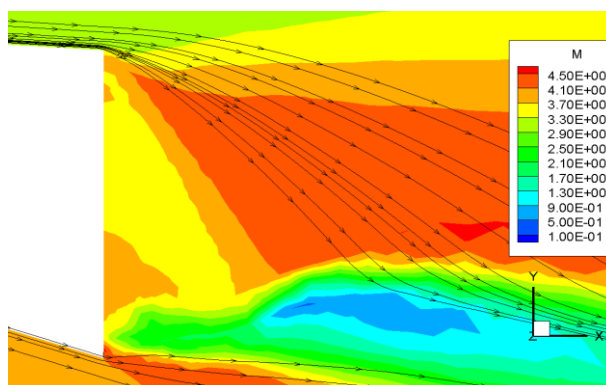


Рис. 48. Течение в области донного среза и линии тока для НК-волнолета для числа Маха $M_\infty = 4$ при $\alpha = -20^\circ$

3.5.3. Численное моделирование обтекания волнолетов, построенных на плоских скачках уплотнения

Следующий цикл расчетов был выполнен для двух моделей волнолета, построенного на течении за плоским скачком уплотнения с верхней поверхностью на основе Λ -крыла (Λ -волнолет). Экспериментальное исследование нескольких подобных конфигураций [15] было выполнено в ударной трубе при числах Маха $M_\infty = 7.9 - 15.5$. При этом основное внимание было уделено изучению взаимосвязи геометрических характеристик ВЛА (габаритных размеров, объемной эффективности, угла наклона исходной

плоской ударной волны) с аэродинамическими характеристиками, получаемыми как в результате эксперимента, так и с помощью различных методов, часто используемых в аэродинамике больших скоростей (теория тонкого тела, теория Ньютона).

Основной задачей настоящего численного моделирования было определение аэродинамических коэффициентов для двух упомянутых выше конфигураций Λ -волнолета с учетом влияния углов атаки для скоростей $M_\infty = 4 - 15.5$ в рамках модели совершенного газа. Облик Λ -волнолета показан на рис. 49. Характерные параметры геометрии описаны в таблице 5.

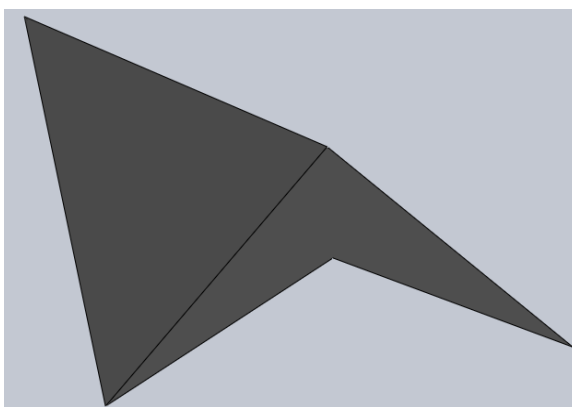


Рис. 49. Виртуальная модель Λ -волнолета

Следует отметить, что несущая поверхность ВЛА для модели 1 получена на основе плоского скачка уплотнения при расчетном числе Маха $M_\infty = 10$, а для модели 2 – при расчетном числе Маха $M_\infty = 6$. В соответствии с условиями эксперимента при расчете коэффициента аэродинамического сопротивления не учитывалось донное давление. Это может оказать значительное влияние на аэродинамическое качество. Как показано в работе [60] рост сопротивления от донного среза приводит к суммарному снижению аэродинамического качества с увеличением числа Маха, несмотря на снижение волнового сопротивления.

Первый цикл расчетов был проведен для модели 1 при углах атаки $\alpha = 0^\circ$ и $\alpha = 10^\circ$ для следующих чисел Маха: $M_\infty = 7.9, 10.9, 13.6, 15.5$. Результаты сравнения расчетных и экспериментальных данных представлены в таблице 6.

Без учета поверхностного трения и донного сопротивления наблюдается почти двухкратное снижение сопротивления, обусловленного действием давления.

Таблица 5. Геометрические характеристики моделей Λ -волнолета

	Λ -волнолет (модель 1 [15])	Λ -волнолет (модель 2 [15])
Длина, мм	90	90
Ширина, мм	36	54
Высота, мм	15.4	24.6
Угол между плоскостями, образующими несущую поверхность, град	136.4	125.7

Таблица 6. Сравнение расчетных и экспериментальных данных для модели 1 Λ -волнолета при $\alpha = 0^\circ$ и $\alpha = 10^\circ$

$\alpha = 0^\circ$	UST3D		Эксперимент [15]	
	C_L	C_D^*	C_L	C_D
$M_\infty = 7.9$	0.032	0.005	0.04	0.010
$M_\infty = 10.9$	0.255	0.003	0.03	0.008
$M_\infty = 13.6$	0.0226	0.0026	0.035	0.005
$M_\infty = 15.5$	0.0211	0.0023	0.037	0.006
$\alpha = 10^\circ$	UST3D		Эксперимент [15]	
	C_L	C_D^*	C_L	C_D
$M_\infty = 7.9$	0.19	0.0509	0.22	0.06
$M_\infty = 10.9$	0.173	0.0462	0.18	0.06
$M_\infty = 13.6$	0.165	0.0440	0.19	0.07
$M_\infty = 15.5$	0.157	0.0419	0.18	0.09

* учитывается только составляющая, обусловленная давлением

Далее анализировалась модель 2. Были выполнены расчеты для чисел Маха $M_\infty = 4 \div 8$ при нулевом угле атаки. При обтекании волнолета с острыми кромками образуется присоединенная ударная волна, форма которой зависит от параметров обтекания. При расчетном режиме обтекания (в данном случае это $M_\infty = 6$, рис. 52) скачок уплотнения лежит точно между двумя кромками, образуя прямую линию в поперечном сечении с равномерным распределением давления по поверхности тела.

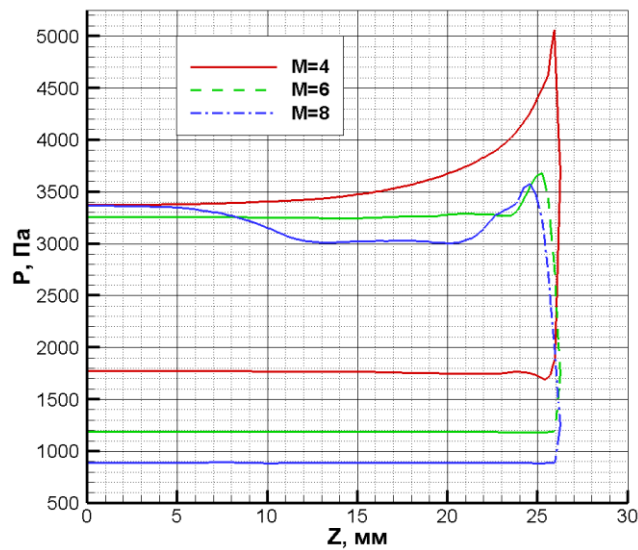


Рис. 50. Распределение давления в плоскости поперечного сечения Λ -волнолета на расстоянии $s = 0.9l$ от передней критической точки для различных чисел Маха



Рис. 51. Конфигурация ударной волны в плоскости поперечного сечения Λ -волнолета на расстоянии $s = 0.9l$ от передней критической точки для нерасчетного режима обтекания $M_\infty = 4$

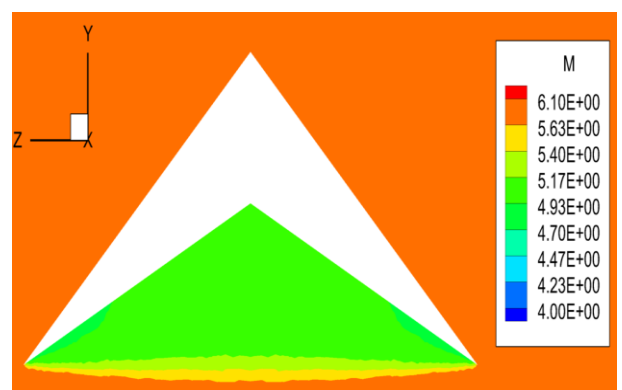


Рис. 52. Конфигурация ударной волны в плоскости поперечного сечения Λ -волнолета на расстоянии $s = 0.9l$ от передней критической точки для расчетного режима обтекания $M_\infty = 6$

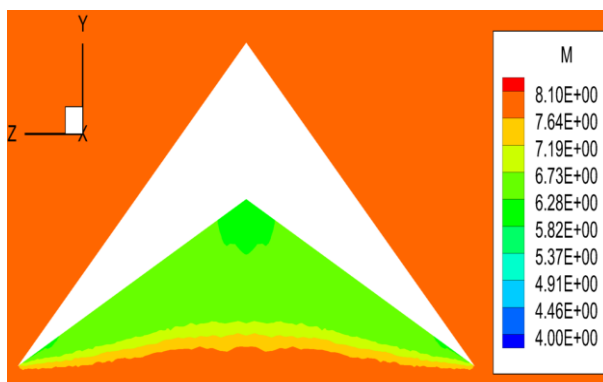


Рис. 53. Конфигурация ударной волны в плоскости поперечного сечения Λ -волнолета на расстоянии $s = 0.9l$ от передней критической точки для нерасчетного режима обтекания $M_\infty = 8$

С увеличением числа Маха фронт ударной волны искривляется в направлении несущей поверхности, формируя зону локального увеличения давления в окрестности точки излома нижней поверхности. Если скорость потока меньше расчетной, то скачок уплотнения изгибается от несущей поверхности, а давление в окрестности точки излома снижается. При расчетах скачок уплотнения так или иначе отходил от кромок, что проявлялось в локальном увеличении давления на них (см. рис. 51.). В остальном форма ударной волны, полученная в процессе численного моделирования, соответствует описанной выше теории (см. рис. 53).

В таблице 6 представлены результаты сравнение расчетных данных с экспериментальными для различных чисел Маха и углов атаки.

3.5.4. Численное моделирование обтекания волнолета, сопряженного с ракетным ускорителем

Современная концепция ВЛА для больших сверхзвуковых скоростей подразумевает необходимость предварительного разгона летательного аппарата до скорости, обеспечивающей возможность начала работы силовой установки. Таким образом, непосредственно летному испытанию ВЛА предшествуют этап транспортировки (из опыта летных экспериментов для ВЛА X-43 и X-51 – под крылом самолета) на высоту начала работы ускорителя и фаза полета вместе с ракетой. В связи с этим представляет интерес оценка

относительного влияния ускорителя на аэродинамические характеристики интегральной компоновки. Важным является также исследование взаимного влияния элементов ГЛА на поле течения, интерференционных эффектов, приводящих к образованию сложных конфигураций ударных волн.

Расчетное исследование аэродинамики было выполнено для двух виртуальных моделей, изображенных на рис. 54–55: первая представляла собой волнолет, форма которого была получена для расчетного числа Маха $M_\infty = 8$, имеющий кромку с радиусом затупления $R = 1$ см; вторая модель была получена присоединением к описанному ранее волнолету ракетного ускорителя, прообразом которого являлась твердотопливная крылатая ракета-носитель Pegasus XL. Расчетные сетки для волнолета и интегральной компоновки содержали соответственно 2153882 и 4176821 тетраэдральных элемента

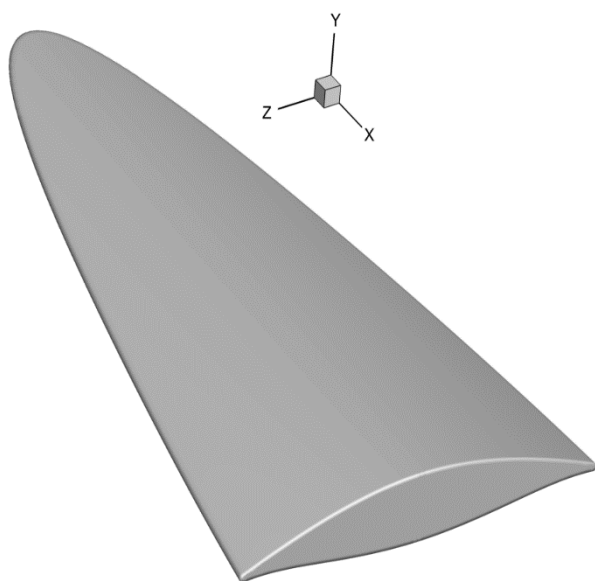


Рис. 54. Виртуальная модель волнолета с затупленной кромкой

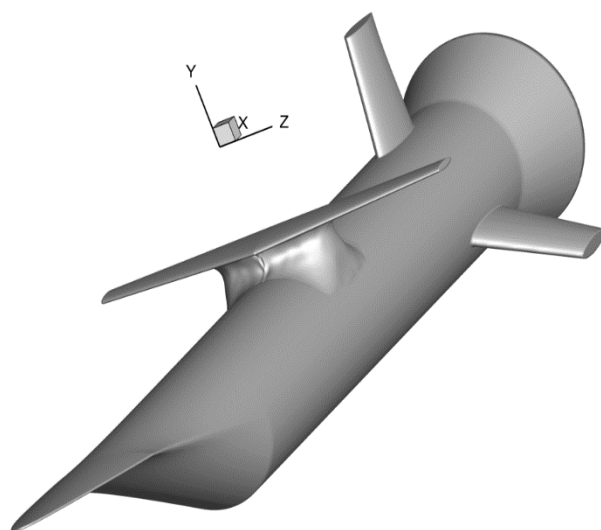


Рис. 55. Виртуальная модель волнолета, сопряженного с ракетным ускорителем

Расчеты были выполнены для условий невозмущенного потока, показанных в таблице 7. При вычислении аэродинамических коэффициентов в качестве характерной площади использовалась площадь миделевого сечения каждой модели.

Таблица 7. Параметры набегающего потока

	Λ-волнолет
Давление, Па	287.2
Температура, К	250.3
Плотность, кг/м ³	0.004
Число Маха	8

Изменение коэффициентов подъемной силы и лобового сопротивления в зависимости от угла атаки показано на рис. 56–57. Интегральная компоновка обладает значительно большим сопротивлением, при этом площадь смачиваемой поверхности используется менее эффективно, что соответствует меньшим значениям коэффициента подъемной силы.

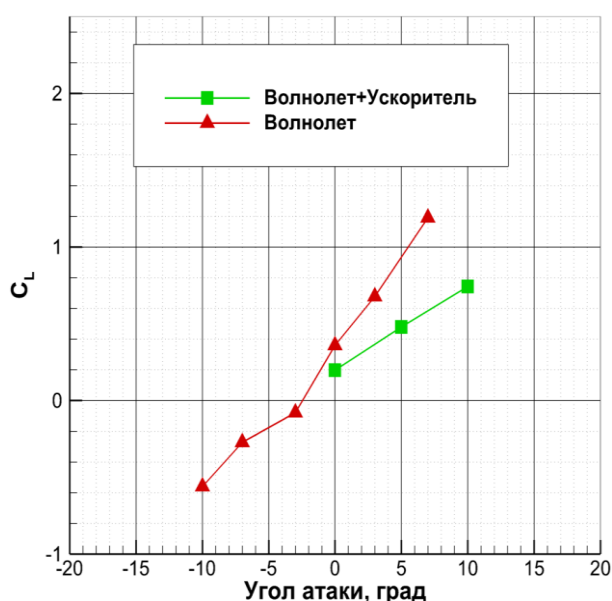


Рис. 56. Распределение коэффициента подъемной силы

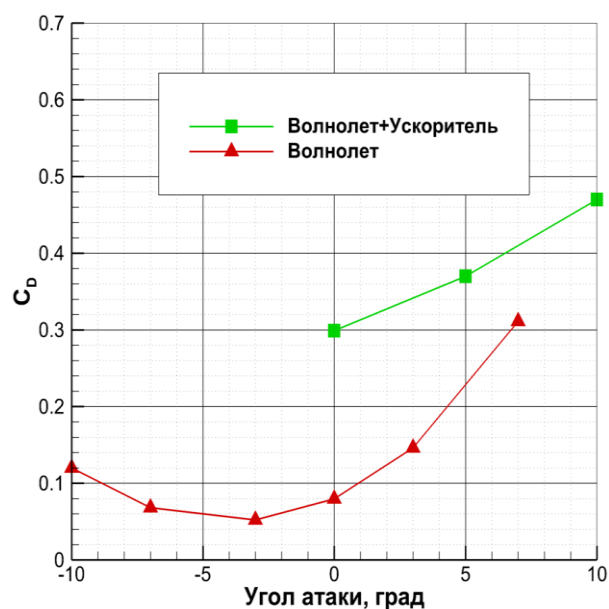


Рис. 57. Распределение коэффициента лобового сопротивления

Распределение давления в поперечном сечении волнолета при различных углах атаки представлено на рис. 58–60. Характерной особенностью увеличения угла атаки является дополнительное сжатие потока на нижней поверхности и расширение зоны разрежения над верхней поверхностью.

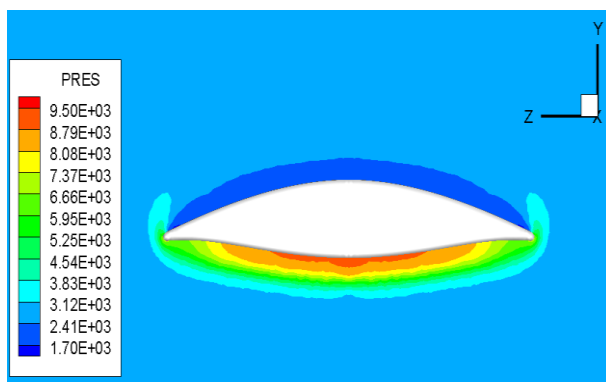


Рис. 58. Поле давления в поперечном сечении волнолета при $\alpha = 0^\circ$

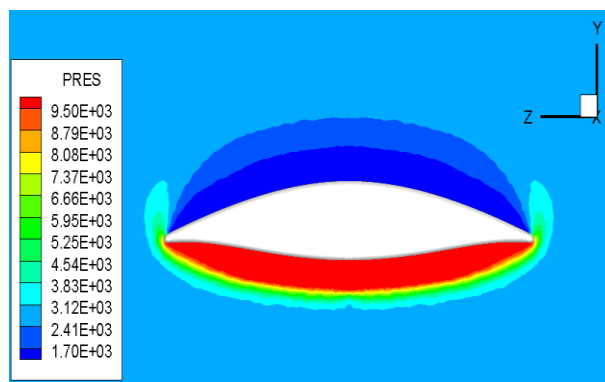


Рис. 59. Поле давления в поперечном сечении волнолета при $\alpha = 3^\circ$

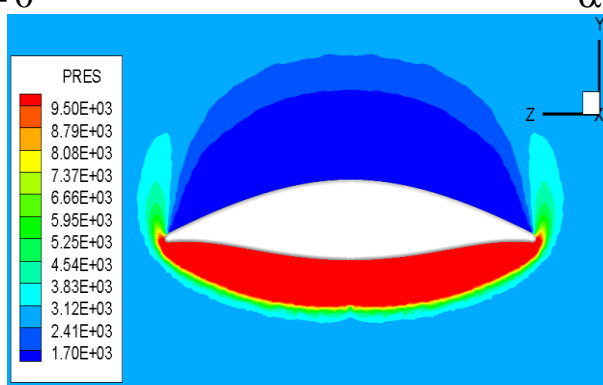


Рис. 60. Поле давления в поперечном сечении волнолета при $\alpha = 7^\circ$

Поля плотности в сечении плоскости симметрии интегральной компоновки показаны на рис. 61–62. Могут быть выделены четыре локальные зоны торможения с образованием ударных волн: затупленная носовая часть волнолета, передняя часть ускорителя, элементы оперения и центральные крылья, сопло ракеты. С увеличением угла атаки меняется интенсивность ударных волн в перечисленных областях.

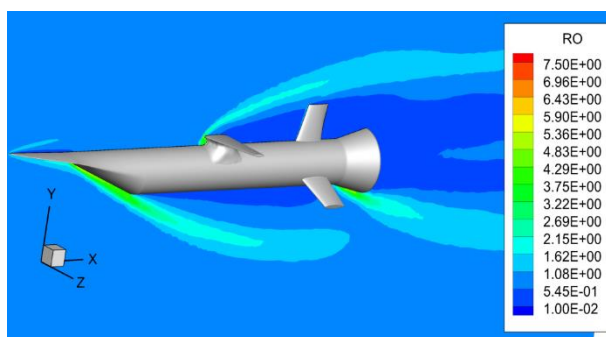


Рис. 61. Поле давления в поперечном сечении волнолета при $\alpha = 0^\circ$

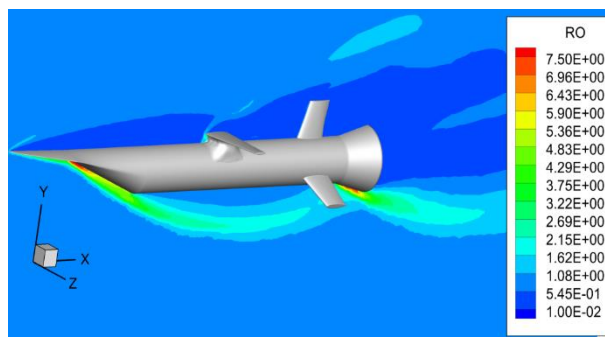


Рис. 62. Поле давления в поперечном сечении волнолета при $\alpha = 3^\circ$

3.5.5. Численное моделирование обтекания волнолета с интегрированным гиперзвуковым прямоточным воздушно-реактивным двигателем с учетом влияния объемных источников энергии

В настоящем разделе приводятся результаты численного исследования еще одной интегральной компоновки: планер летательного аппарата представляет собой вариант волнолета с затупленной кромкой, к нижней поверхности которого пристыкована силовая установка. Основное внимание было уделено моделированию течения в тракте ГПВРД и взаимодействию ударных волн, образующихся при обтекании ВЛА, со скачками уплотнения в камере двигателя. Еще один цикл расчетов был выполнен для исследования влияния на аэродинамику и поле течения объемного источника энергии, размещаемого в камере двигательной установки или вблизи носовой части планера. В целом задача управления течением с помощью энергетического воздействия является довольно актуальной и широко исследуется как численно, так и экспериментально [150–152]. При этом весьма разнообразны способы реализации данного воздействия: разряды (дуговой, СВЧ), лазерное излучение, вдув до- и сверхзвуковых струй газа. В работе [153] было выполнено численное моделирование обтекания ВЛА X-43 с учетом энерговклада в поток. Мощность объемного источника определялась при помощи следующего выражения [153]

$$q_v = \frac{I_\infty f_{O_2} H_U}{LV_{ener}}, \quad (171)$$

Здесь I_∞ – массовый расход воздуха через входное сечение воздухозаборника, кг/с; $f_{O_2} = 0.2345$ – массовая доля кислорода в воздухе; $L = 34.5$ – отношение массы окислителя к массе горючего в топливной смеси; $H_U = 119.54$ МДж/кг – теплотворная способность топлива; V_{ener} – объем зоны энерговыделения, см³. В качестве топлива использовался водород.

Реализация энергетического воздействия на поток была выполнена путем введения в правую часть уравнения (122) вектора источниковых членов

$$S = (0 \ 0 \ 0 \ q_v)^T, \quad (172)$$

Геометрия исследуемого ВЛА, неструктурированная расчетная сетка, а также схема расположения объемных источников энергии представлены на рис. 62–65. В таблице 8 показаны параметры набегающего потока, используемые в качестве начальных условий в данной задаче.

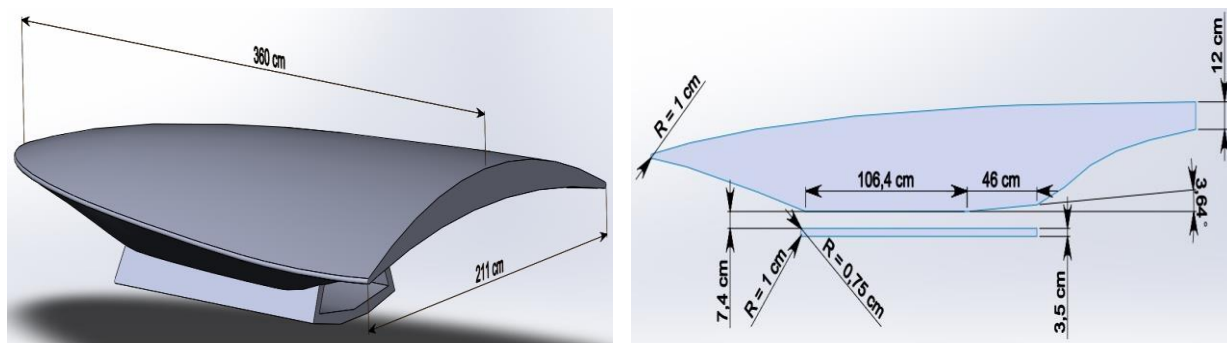


Рис. 62. Параметры геометрии исследуемого ВЛА

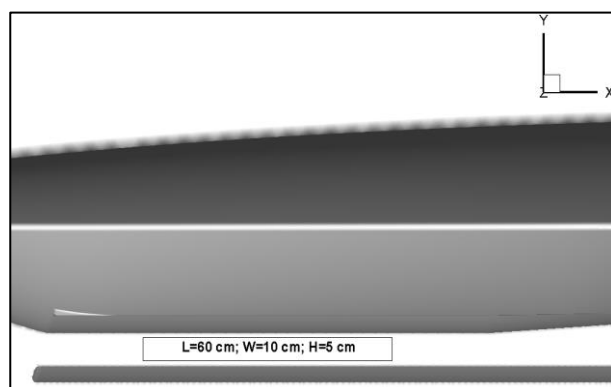


Рис. 63. Расположение объемного источника энергии в камере ГПВРД

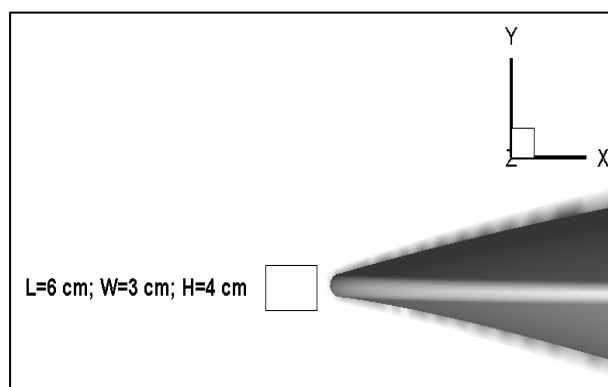


Рис. 64. Расположение объемного источника вблизи носовой части ВЛА

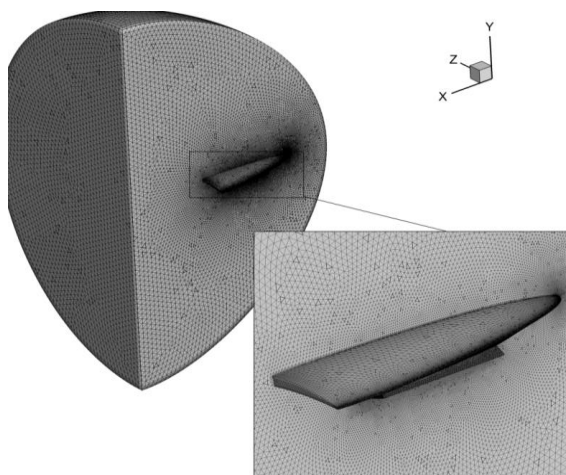


Рис. 65. Расчетная сетка (3225320 тетраэдральных элемента)

Таблица 8. Параметры набегающего потока

Давление, Па	1190
Температура, К	231.3
Плотность, кг/м ³	0.0179
Число Маха	6
Углы атаки	0°, 5°

Распределение числа Маха в камере ГПВРД для различных расчетных случаев показано на рис. 66 (а,б,в). Влияние угла атаки на поле течения в тракте двигательной установки является незначительным, а некоторые отличия в ударно-волновой структуре обусловлены изменением части набегающего потока, попадающей непосредственно в воздухозаборник. Влияние объемного источника проявляется в возникновении дополнительного торможения потока позади области энерговклада и как следствие снижении скорости течения.

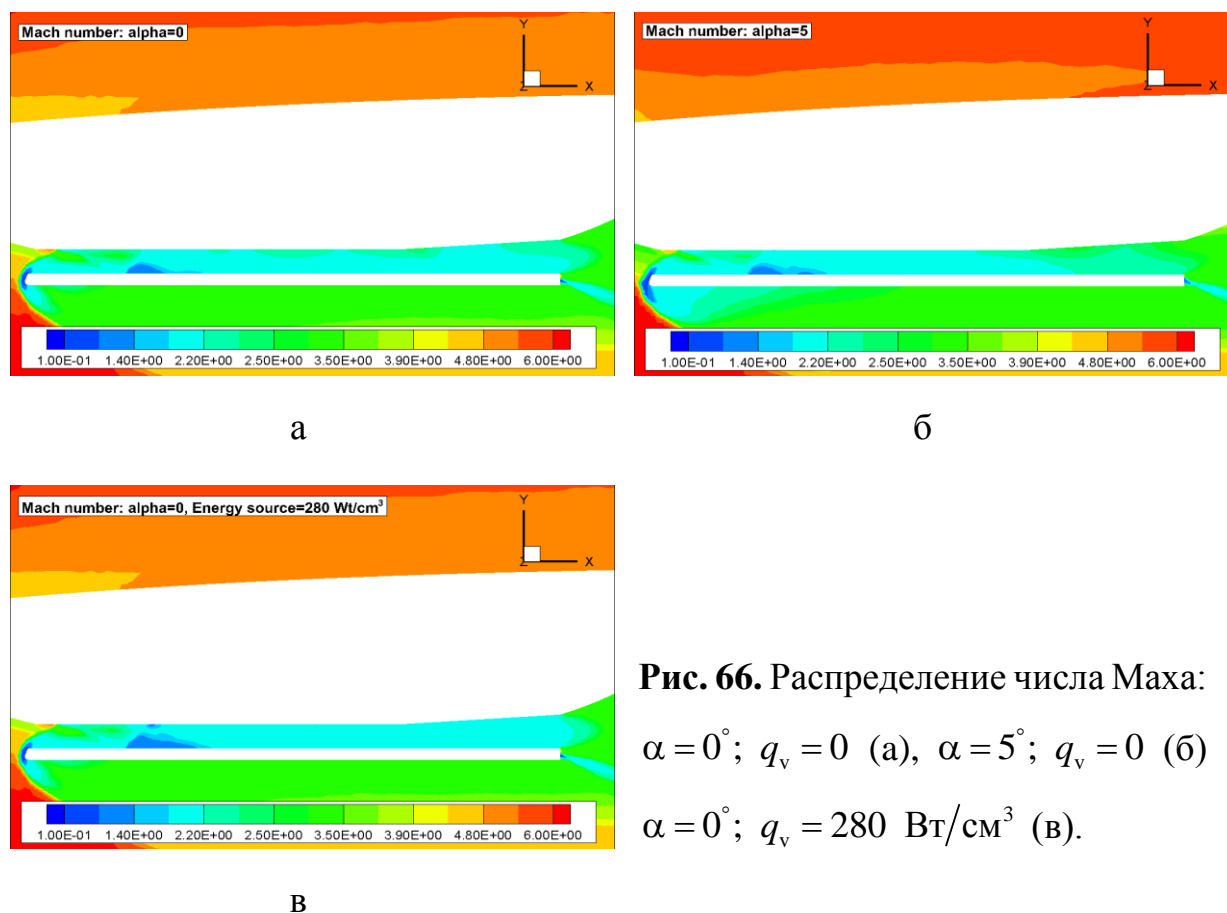


Рис. 66. Распределение числа Маха:
 $\alpha = 0^\circ$; $q_v = 0$ (а), $\alpha = 5^\circ$; $q_v = 0$ (б)
 $\alpha = 0^\circ$; $q_v = 280 \text{ Вт/см}^3$ (в).

Схожая картина наблюдается и при исследовании распределения давления. Рост интенсивности скачка уплотнения и увеличение давления в камере силовой установки происходит при увеличении угла атаки. Возникновение ударной волны в задней части тракта ГПВРД обусловлено влиянием области энерговыделения.

Источник энергии оказывает также существенный тепловой эффект. Выбранные значения мощности были обусловлены необходимостью получения приемлемых температур в областях течения, прилегающих к поверхностям ВЛА. На рис. 67 (а,б,в) показано распределение температуры в камере. Рост температуры фиксируется по всему тракту двигателя, а наибольший – непосредственно в зоне источника.

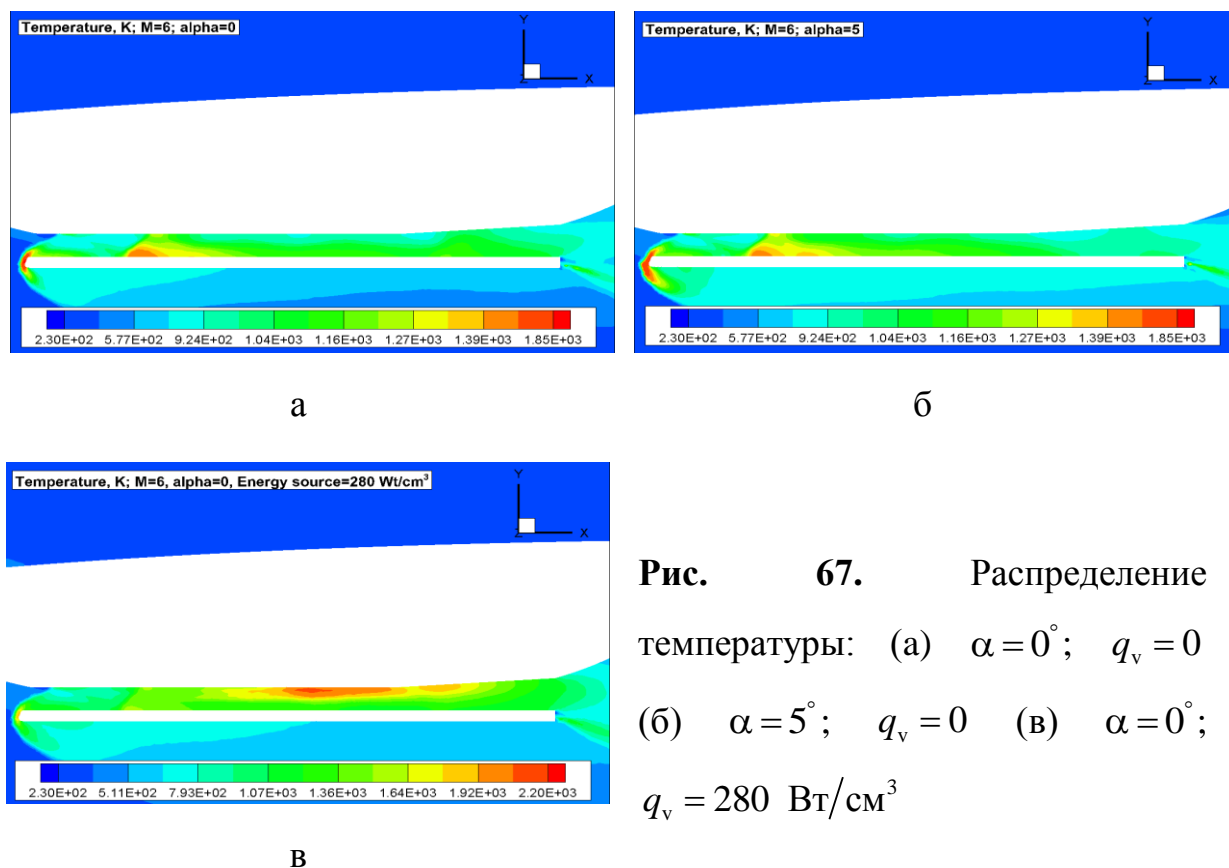


Рис. 67. Распределение температуры: (а) $\alpha = 0^\circ$; $q_v = 0$
 (б) $\alpha = 5^\circ$; $q_v = 0$ (в) $\alpha = 0^\circ$; $q_v = 280 \text{ Вт/см}^3$

Результаты моделирования влияния объемного источника вблизи носовой части ВЛА на число Маха (а), давление (б) и температуру (в) представлены на рис. 68. Прежде всего изменяется структура фронта головной ударной волны. Еще одним эффектом является увеличение давления на носовой кромке.

Фиксируется также некоторое снижение лобового сопротивления, которое происходит в результате выравнивания давления в камере и уменьшении разницы между давлением торможения на входе в воздухозаборник и на выходе из двигателя.

Действие источника вблизи носовой части оказывает влияние на структуру ударной волны и снижает ее интенсивность, что способствует росту скорости потока на входе в воздухозаборник и несколько снижает лобовое сопротивление. Некоторое изменение взаимодействия головной ударной волны и скачков уплотнения в воздухозаборнике определяет небольшой прирост подъемной силы.

Таблица 9. Аэродинамические характеристики для различных расчетных случаев

	$q_v = 0$		$q_v = 280 \text{ Вт/см}^3$	$q_v = 68 \text{ Вт/см}^3$
	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 5^\circ$	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 0^\circ$
C_L	0.0217	0.429	0.0263	0.0222
C_D	0.211	0.288	0.208	0.209
L/D	0.103	1.49	0.126	0.106

3.5.6. Анализ влияния радиуса затупления на аэродинамические характеристики волнолета

Как уже отмечалось ранее одной из наиболее значимых особенностей волнолетов является тот факт, что образующаяся при обтекании поверхности ударная волна остается присоединенной вдоль всей передней кромки. В этих условиях удается сохранить сверхзвуковой характер течения за ударной волной, что является удобным при численном моделировании. Однако это справедливо лишь для идеализированных моделей, с незатупленной кромкой. Конструктивно трудно получить поверхность летательного аппарата с абсолютно острой передней кромкой. Более того, формирование затупления является одним из основных способов борьбы со значительными тепловыми потоками из высокоэнтропийного слоя к поверхности летательного аппарата.

Наличие затупленного носка вызывает отход ударной волны от передней кромки и усложняет характер течения.

Данный раздел посвящен обзору результатов расчетов волнолета при различных вариантах радиуса затупления передней кромки. Всего были исследованы четыре модели ВЛА, которые показаны на рис. 71–74. Параметры набегающего потока описаны в таблице 10. Вычисления проводились при нулевом угле атаки с использованием неструктурированных тетраэдральных сеток с количеством элементов ~ 2.5 млн.

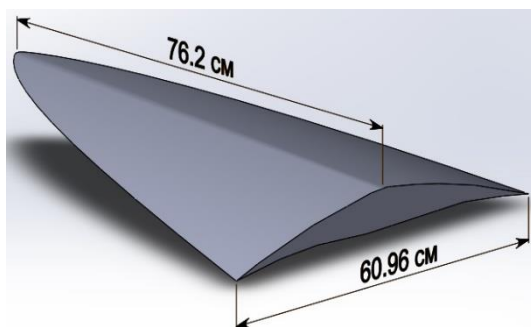


Рис. 71. Исходная модель волнолета

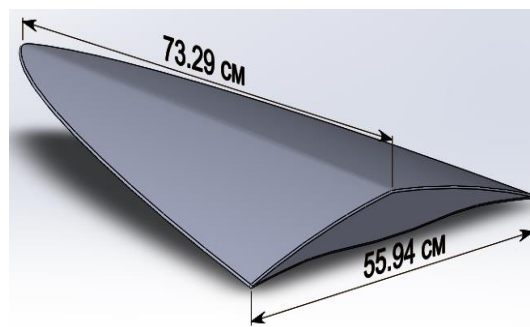


Рис. 72. Модель волнолета с радиусом затупления кромки $R_{ЗАТ} = 0.25$ см

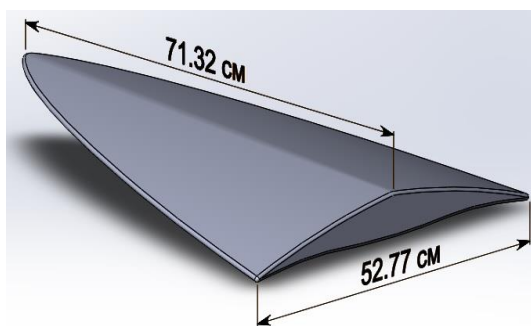


Рис. 73. Модель волнолета с радиусом затупления кромки $R_{ЗАТ} = 0.4$ см

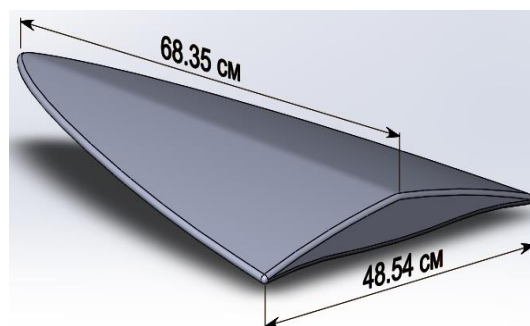


Рис. 74. Модель волнолета с радиусом затупления кромки $R_{ЗАТ} = 0.6$ см

Таблица 10. Параметры набегающего потока

Давление, Па	1240
Температура, К	84.3
Плотность, кг/м ³	0.0513
Число Маха	4

При реализации затупления различных размеров происходит сокращение площади несущей поверхности: для острой кромки $S_{н.п.} = 2909.4 \text{ см}^2$, при $R_{зат} = 0.25 \text{ см}$ $S_{н.п.} = 1795.4 \text{ см}^2$, при $R_{зат} = 0.4 \text{ см}$ $S_{н.п.} = 1425 \text{ см}^2$, при $R_{зат} = 0.6 \text{ см}$ $S_{н.п.} = 1055.2 \text{ см}^2$. В результате происходит снижение подъемной силы. Одновременно появляется поверхность затупления, которая увеличивает лобовое сопротивление. На рис. 75 показана динамика изменения аэродинамических коэффициентов в зависимости от радиуса затупления передней кромки. Несмотря на сокращение площади смачиваемой поверхности происходит увеличение лобового сопротивления. Таким образом, эффект влияния кромки является более существенным чем влияние площади смачиваемой поверхности.

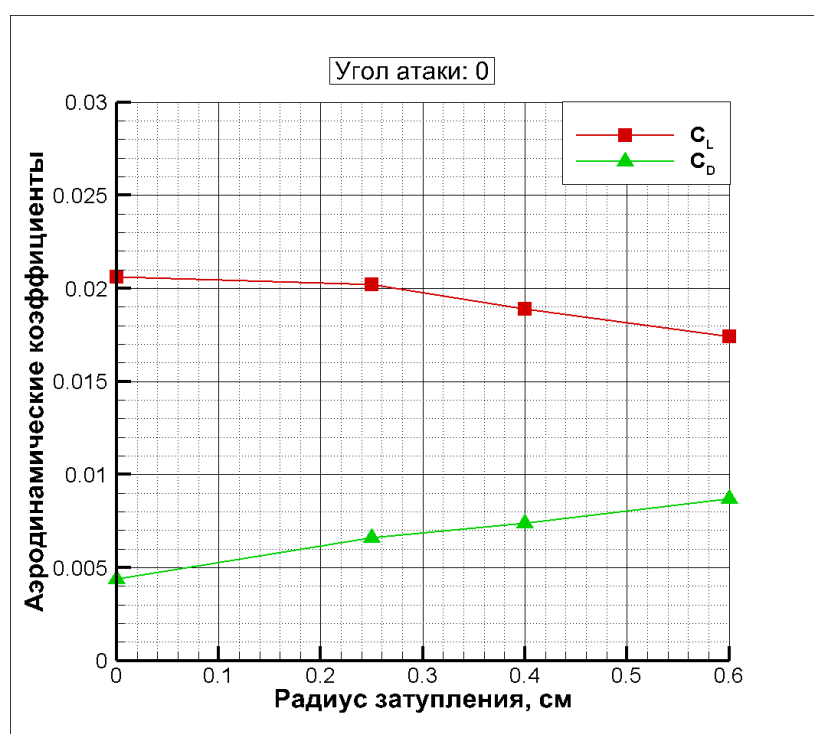


Рис. 75. Аэродинамические коэффициенты подъемной силы и лобового сопротивления для различных вариантов радиуса затупления

3.6. Выводы

В данной главе представлены результаты численного моделирования различных конфигураций волнолетов, полученные с помощью компьютерного кода UST3D. В рамках главы были рассмотрены следующие задачи

- Моделирование обтекания волнолетов, построенных на скачке уплотнения за прямым круговым конусом. На примере первой из представленных моделей была выполнена валидация кода UST3D – сравнение с доступными экспериментальными данными. Для второй модели была выполнена верификация численной модели путем сравнения со сторонними расчетными данными.

- Моделирование обтекания волнолетов, построенных на скачках уплотнения за эллиптическим и наклонным круговым конусом. Была решена валидационная задача для соответствующих экспериментальных данных.

- Моделирование обтекания волнолетов, построенных на плоских скачках уплотнения. Сравнение с экспериментальными данными по аэродинамическим коэффициентам.

- Анализ влияния ракетного ускорителя на аэродинамику интегральной компоновки ВЛА.

- Анализ влияния объемного источника энергии на аэродинамику и поле течения вблизи интегральной компоновки ВЛА.

- Анализ влияния величины радиуса затупления на аэродинамику волнолета.

Во всех случаях отмечено хорошее совпадение расчетных и имеющихся экспериментальных данных. В целом данный вариант реализации метода расщепления по физическим процессам в рамках метода контрольного объема с аппроксимацией уравнений газовой динамики на неструктурированных сетках позволяет выполнять численное моделирование аэродинамики ВЛА сложной формы с достаточной точностью.

ГЛАВА 4. ДВУХМЕРНАЯ РАДИАЦИОННАЯ АЭРОТЕРМОДИНАМИКА СПУСКАЕМОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В АТМОСФЕРЕ МАРСА

4.1. Введение

Научные программы по исследованию Марса реализуются практически с самого начала освоения космоса. Одной из основных задач, стоящей перед каждой исследовательской миссией, является доставка научного оборудования на поверхность планеты. При этом спускаемый космический аппарат (СКА) испытывает значительные тепловые нагрузки в ходе преодоления плотных слоев марсианской атмосферы. Входящий в ее состав углекислый газ при высоких температурах обладает значительной излучательной способностью, что обуславливает необходимость учета не только конвективного, но и радиационного теплообмена.

К настоящему моменту в рамках различных исследовательских программ (в том числе и международных) был выполнен ряд уникальных летных испытаний, в результате которых были получены экспериментальные данные, касающиеся нагрева поверхности СКА. Учитывая значительную сложность и исключительную дороговизну подобных проектов особую актуальность приобретает задача разработки специализированных компьютерных кодов, предназначенных для численного моделирования физических процессов, протекающих при атмосферном входе СКА:

- Газодинамические процессы обтекания;
- Химические реакции;
- Процессы релаксации и возбуждения колебательных степеней свободы;
- Процессы равновесной и неравновесной диссоциации и ионизации;
- Перенос излучения;
- Влияние турбулентности;

К настоящему моменту ведущими исследовательскими группами опубликовано значительное количество статей, посвященных анализу результатов актуальных экспериментальных исследований различных типов

марсианских аппаратов, а также вопросам развития и совершенствования компьютерных кодов – прежде всего в направлении повышения точности предсказания тепловых потоков к поверхности летательного аппарата. Обзору данных работ и посвящен данный подраздел.

В статье [154] представлены результаты расчетного исследования аэротермодинамики СКА Pathfinder, имеющего максимальную среди спускаемых марсианских аппаратов скорость входа в атмосферу (более 7 км/с) и наиболее крутую траекторию спуска. Расчеты были выполнены с использованием компьютерного кода GIANTS [155]. Одной из особенностей этой работы являлось сопоставление данных численного моделирования конвективного нагрева поверхности СКА с учетом абляции и без нее. Было отмечено существенное снижение теплового потока в условиях уноса тепловой защиты. В статье [156] был выполнен анализ экспериментальных данных, полученных для СКА Pathfinder в диапазоне высот 85–21 км. Были также выполнены расчеты конвективного теплового потока к поверхности лобового щита с использованием алгебраической модели турбулентности Болдуина-Ломакса. В работе [157] были представлены расчетные данные уже для полной поверхности СКА Pathfinder, полученные с использованием компьютерного кода LAURA [158] для наиболее теплонапряженного участка траектории. Была также выполнена оценка конвективного нагрева в условиях термодеструкции материала поверхности СКА. В целом было отмечено слабое влияние продуктов уноса на параметры потока в зоне подветренной части летательного аппарата.

В ходе проведения летных испытаний СКА Mars Science Laboratory (MSL) выполнил доставку марсохода Curiosity на поверхность планеты, при характерной скорости входа в плотные слои атмосферы ~ 5.8 км/с. Одной из задач данного эксперимента было исследование процесса ламинарно-турбулентного перехода на наветренной поверхности СКА и оценка влияния турбулентности на конвективный нагрев поверхности летательного аппарата. В ходе предварительных численных и

экспериментальных [159–162] исследований определялись характерные зоны ламинарного и турбулентного течения (где впоследствии и были размещены датчики температуры), а также получены результаты оценки нагрева поверхности СКА при движении под углом атаки в рамках различных моделей турбулентности. Вопросы восстановления экспериментальных данных по ламинарному и турбулентному нагреву СКА MSL были рассмотрены в работе [163]. Следует отметить, что в ходе эксперимента измерялись температуры, а значения тепловых потоков были получены в результате решения обратной задачи теплообмена. При этом летательный аппарат был оснащен тепловой защитой, сконструированной из секций с различными теплофизическими и прочностными свойствами.

В перечисленных выше работах не были затронуты вопросы радиационного теплообмена. Проблема нагрева излучением во время прохождения плотных слоев атмосферы Марса характерна прежде всего для подветренной поверхности СКА, что обусловлено структурой течения в этой области и оптическими свойствами углекислого газа в инфракрасном спектральном диапазоне. Аспекты оценки радиационных потоков активно обсуждались в рамках международных проектов Exomars с конца 90-х годов. Компьютерный код NERAT (Non-Equilibrium Radiative AeroThermodynamics) разрабатывался для решения задач аэротермодинамики СКА, сопряженных с переносом излучения. Развитие данного кода тесно сопряжено с актуальными проблемами упомянутых научных проектов и отражено в значительном количестве публикаций, а также в материалах ведущих отечественных и международных конференций по аэрофизике и аэрокосмической технике. В частности, для верификации результатов, полученных различными научными группами, была предложена характерная геометрия СКА [164], а также набор исходных параметров траектории движения в марсианской атмосфере [165]. Для данного летательного аппарата – Mars Sample Return Orbiter (MSRO) – в работах [166–170] были представлены результаты численного моделирования конвективного и радиационного нагрева с использованием различных

подходов. В статье [166] был выполнен анализ влияния каталитических свойств поверхности на распределение тепловых потоков в рамках кинетической модели Парка [167]. Сравнение результатов при использовании четырех различных кинетических моделей показано в работе [168]. В статье [169] были опубликованы данные касающиеся анализа спектральных сигнатур СКА MSRO. Результаты расчетов аэротермодинамики СКА MSRO, выполненных с учетом процессов колебательной кинетики, представлены в работе [170].

Моделирование радиационного нагрева связано с интегрированием уравнения переноса излучения, различные методы решения которого изложены в [171]. В статьях [172] представлены результаты реализации P_1 -приближения метода сферических гармоник, реализованного в рамках метода контрольного объема. Распределение параметров потока было получено с помощью кода NERAT в соответствии с двумерной газодинамической моделью [173]. Используемые при моделировании радиационного переноса неструктурированные сетки позволили получить достаточно хорошее соответствие с другими методами, при значительной большей простоте дискретизации расчетной области. Реализация трехмерного варианта описанного подхода была описана в работе [174]. При этом использовались явные и неявные схемы реализации метода сферических гармоник, а также различные групповые модели. Было отмечено также хорошее соответствие результатов с Ray-Tracing методом [171].

Решение задач переноса излучения требует детальной информации о спектральных оптических свойствах высокотемпературных газовых смесей. В работах [175–176] были рассмотрены вопросы создания компьютерной платформы для моделирования радиационных свойств газов и плазмы в широком диапазоне температур, давлений и волновых чисел. Отличительной особенностью данной платформы, являющейся одной из составляющих кода NERAT, является компьютерная реализация моделей квантовой механики и квазиклассической физики. Вопросы создания базы данных по параметрам

атомных линий обсуждались в статье [177]. Наиболее полная информация по проблемам компьютерного моделирования спектральных и групповых моделей газов и низкотемпературной плазмы представлена в монографии [178].

В процессе тестирования радиационно-газодинамических моделей кода NERAT были также выполнены расчеты прототипов марсианского СКА. В статье [179] были представлены результаты сравнительного анализа экспериментальных данных по конвективному нагреву сегментально-конического СКА, полученных в аэродинамической и ударной трубах, и результатов численного моделирования, соответствующих обтеканию модели воздухом, азотом и диоксидом углерода. Работа [180] содержит расчетные данные по радиационно-конвективному теплообмену летательного аппарата сферической формы в условиях атмосферы из углекислого газа.

В статье [181] представлены результаты анализа радиационной газовой динамики различных типов СКА. В данной работе применялись модели неравновесной диссоциации и ионизации, а также различные подходы к определению радиационных тепловых потоков. Численное моделирование обтекания СКА MSRO, Pathfinder, MSL, Exomars, а также космического аппарата Orion выполнено в работе [182]. В ряде расчетных случаев обнаружено преобладание радиационного потока над конвективным на подветренной части летательных аппаратов. Исследование аэротермодинамики СКА Exomars было также выполнено в статье [183] в рамках сравнения двух- и трехмерной моделей. Аналогичное сравнение было проведено для СКА Pathfinder [184]. Результаты трехмерного моделирования обтекания СКА MSL и Pathfinder под углом атаки показаны в работе [185]. Цикл пространственных расчетов для всех траекторных точек СКА MSL был проведен в статье [186]. Оценка влияния турбулентности на величину конвективного потока к поверхности СКА MSL и Exomars в рамках алгебраической модели Болдуина-Ломакса была выполнена в статье [187]. В

работе [188] также исследовались СКА MSL и Eхomars. При этом были выполнены следующие расчеты: оценка влияния количества спектральных групп на величину радиационного теплового потока к поверхности СКА MSL; оценка влияния различных алгебраических моделей турбулентности на конвективный нагрев модели СКА MSL при обтекании ее совершенным газом (азотом) в ходе эксперимента в аэродинамической трубе; расчеты основных параметров радиационной газовой динамики СКА Eхomars с учетом влияния угла атаки для актуальных траекторных точек [189] при ламинарном потоке.

Наиболее полная информация, касающаяся актуальных результатов численного моделирования радиационной газовой динамики спускаемых аппаратов, как для атмосферы Марса, так и для атмосферы Земли представлена в монографиях [190–191].

4.2. Двумерная модель радиационной газовой динамики СКА

В основе компьютерного кода NERAT-2D лежит двумерная модель радиационной газовой динамики [173], которая включает в себя следующие группы уравнений: уравнение неразрывности, уравнения Навье-Стокса, закон сохранения поступательной энергии в форме уравнения Фурье-Кирхгофа, уравнения диффузии химических компонент, уравнения сохранения колебательной энергии молекул, уравнение переноса селективного теплового излучения. Уравнения газовой динамики, диффузии химических компонент и сохранения поступательной и колебательной энергии представлены в двухмерной осесимметричной постановке

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (173)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + S_{\mu,x} \quad (174)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial r} + S_{\mu,r} \quad (175)$$

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \operatorname{div} \rho_i \mathbf{V} = -\operatorname{div} \mathbf{J}_i + \dot{w}_i, \quad i = 1, 2, \dots, N_s \quad (176)$$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p \mathbf{V} \text{grad} T = \text{div}(\lambda \text{grad} T) + \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{V} \text{grad} p + \Phi_\mu +$$

$$+ Q_{vib} - \text{div} \mathbf{q}_R - \sum_{i=1}^{N_s} h_i \dot{w}_i + \sum_{i=1}^{N_s} \rho c_{p,i} D_i (\text{grad} Y_i \cdot \text{grad} T) \quad (177)$$

$$\frac{\partial \rho e_{v,m}}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V} e_{v,m}) = \dot{e}_{v,m}, \quad m=1, 2, \dots, N_v \quad (178)$$

Уравнения (173) – (178) включают в себя следующие параметры: t – время; ρ – плотность; p – давление; x, r – ортогональные цилиндрические координаты; u, v – продольная и радиальные компоненты вектора скорости \mathbf{V} ; μ – коэффициент динамической вязкости; компоненты сил вязкого трения $S_{\mu,x}$ и $S_{\mu,r}$, а также диссипативная функция Φ_μ определяются с помощью следующих соотношений

$$S_{\mu,x} = -\frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} (\mu \text{div} \mathbf{V}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (179)$$

$$S_{\mu,r} = -\frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} (\mu \text{div} \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial r} \right) + 2 \mu \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) \quad (180)$$

$$\Phi_\mu = \mu \left[2 \left(\frac{v}{r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right)^2 \right] \quad (181)$$

Уравнения (179) – (181) содержат следующие переменные:

$\rho_i, h_i, c_{p,i}$ – плотность, энтальпия и удельная теплоемкость при постоянном давлении для i -го компонента смеси; $\mathbf{J}_i = -\rho D_i \text{grad} Y_i$ – плотность диффузионного потока i -го компонента смеси; N_s – число компонент смеси; \dot{w}_i – скорость реакции для i -го компонента смеси; T – температура поступательного движения частиц; λ – коэффициент теплопроводности; $c_p = \sum_{i=1}^{N_s} Y_i c_{p,i}$ – удельная теплоемкость газовой смеси при постоянном давлении; Y_i – массовая доля i -го компонента смеси; D_i – эффективный коэффициент диффузии i -го компонента смеси; Q_{vib} – объемный источник энергии, обусловленный процессами колебательной релаксации;

Уравнение состояния совершенного газа имеет вид

$$p = \rho \frac{R_0}{M_\Sigma} T = \rho R_0 T \sum_i^{N_s} \frac{Y_i}{M_i} \quad (182)$$

Здесь M_i – молекулярный вес i -го компонента смеси; R_0 – универсальная газовая постоянная.

Уравнение (178) описывает колебательную кинетику. В данном выражении $e_{v,m}$ – удельная колебательная m -й моды i -го компонента смеси, которая определяется из следующего соотношения

$$e_{v,m} = \frac{R_0 \theta_m}{M_{i(m)} \left[\exp(\theta_m / T_{v,m}) - 1 \right]} \quad (183)$$

Здесь θ_m – характеристическая температура m -й моды; $M_{i(m)}$ – молекулярный вес молекулы i -го компонента смеси m -й моды; $T_{v,m}$ – колебательная температура m -й моды i -го компонента смеси которая определяется как

$$T_{v,m} = \frac{\theta_m}{\ln \left(1 + \frac{R_0 \theta_m}{M_{i(m)} e_{v,m}} \right)} \quad (184)$$

Удельная колебательная энергия определяется с использованием соотношений Ландау-Теллера [192]:

$$\dot{e}_{v,m} = \rho_{i(m)} \frac{e_{v,m}^0 - e_{v,m}}{\tau_m} - e_{v,m} \dot{w}_{i(m)} \quad (185)$$

Здесь $\rho_{i(m)}$ – плотность i -го компонента смеси m -й моды; $e_{v,m}^0 = e_{v,m}(T_v = T)$ – равновесная удельная колебательная энергия m -й моды i -го компонента смеси; $\dot{w}_{i(m)}$ – массовая скорость образования молекулы i -го компонента смеси, имеющего m -ю моду; τ_m – время колебательной релаксации. В настоящем исследовании учитываются 6 колебательных мод газовой смеси $\text{CO}_2\text{-N}_2$ ($N_v = 6$): $m=1$ для колебательной моды N_2 , $m=2$ для колебательной моды O_2 , $m=3,4,5$ для колебательных мод CO_2 s

(симметричной, деформационной, антисимметричной), $m = 6$ для колебательной моды СО. Основные характеристики колебательных мод представлены в таблице 11.

Уравнение переноса излучения в многогрупповом записывается в обобщенном виде без учета рассеяния

$$\Omega \frac{\partial J_{\omega}(\mathbf{r}, \Omega)}{\partial \mathbf{r}} + \kappa_{\omega}(\mathbf{r}) J_{\omega}(\mathbf{r}, \Omega) = j_{\omega}(\mathbf{r}) \quad (186)$$

Таблица 11. Характерные параметры колебательных мод [193–196]

№ колебательной моды	Колебательная мода	Характеристическая колебательная температура, θ_m , К	Молекулярный вес $M_{i(m)}$, г/моль
1	N ₂	3354	28
2	O ₂	2240	32
3	CO ₂ (симметричная колебательная мода)	1999	44
4	CO ₂ (антисимметричная колебательная мода)	3383	44
5	CO ₂ (деформационная мода)	960	44
6	СО	3084	30

Здесь $J_{\omega}(\mathbf{r}, \Omega)$ – спектральная излучательная способность; $\kappa_{\omega}(\mathbf{r})$ – спектральный коэффициент поглощения; $j_{\omega}(\mathbf{r})$ – спектральный коэффициент испускания, который рассчитывается в приближении локального термодинамического равновесия с помощью закона Кирхгоффа

$$j_{\omega}(\mathbf{r}) = \kappa_{\omega}(\mathbf{r}) J_{b,\omega}(\mathbf{r}) \quad (187)$$

Здесь $J_{b,\omega}(\mathbf{r})$ – спектральная излучательная способность абсолютно черного тела; \mathbf{r} – радиус-вектор; $\mathbf{\Omega}$ – вектор телесного угла. Интегральный радиационный поток вычисляется с использованием соотношений:

$$q_R = q_R(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} d\Omega \int_{\Delta\omega_{tot}} J_{\omega}(\mathbf{r},\mathbf{\Omega}) \mathbf{\Omega} d\omega = \int_{\Delta\omega_{tot}} q_{R,\omega}(\mathbf{r}) d\omega \quad (188)$$

$$q_{R,\omega}(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} J_{\omega}(\mathbf{r},\mathbf{\Omega}) \mathbf{\Omega} d\Omega, \quad q_R = (q_R \cdot \mathbf{n}) \quad (189)$$

Кумулятивная функция определяется как

$$Q_{rad} = \int_{\omega_{min}}^{\omega} Q_{w,r,\omega} d\omega \quad (190)$$

Здесь $Q_{w,r,\omega} = (q_{R,\omega} \cdot \mathbf{n})$ – спектральный радиационный поток к единичной площадке с единичной нормалью \mathbf{n} . Кумулятивная функция Q_{rad} дает представление о части полного радиационного потока, попадающей в спектральный диапазон $[\omega_{min}, \omega]$. При $\omega = \omega_{max} = 200000 \text{ cm}^{-1}$ Q_{rad} дает полное значение радиационного потока.

Для n -й химической реакции используется символьная форма записи:

$$\sum_{i=1}^{N_s} a_{i,n} [X_i] = \sum_{i=1}^{N_s} b_{i,n} [X_i], \quad n = 1, 2, \dots, N_r \quad (191)$$

Скорость образования i -й компоненты в n -й химической реакции записывается в виде

$$\begin{aligned} (dX_i/dt)_n &= k_{f,n} (b_{i,n} - a_{i,n}) \prod_{i=1}^{N_s} X_i^{a_{i,n}} - k_{r,n} (b_{i,n} - a_{i,n}) \prod_{i=1}^{N_s} X_i^{b_{i,n}} = \\ &= (b_{i,n} - a_{i,n}) (S_{f,i}^n - S_{r,i}^n) \end{aligned} \quad (192)$$

где $a_{i,n}, b_{i,n}$ – стехиометрические коэффициенты n -й химической реакции; X_i – объемно-мольная концентрация i -й компоненты; $[X_i]$ – химические символы реагентов и продуктов химических реакций; N_r – число химических реакций; $k_{f,n}, k_{r,n}$ – константы скоростей прямых и обратных реакций; $S_{f,i}^n, S_{r,i}^n$ – скорости прямой и обратной реакции.

Скорость образования числа молей i -й компоненты в единице объема определяется следующим образом:

$$W_i = \sum_{n=1}^{N_r} (b_{i,n} - a_{i,n}) (S_{f,i}^n - S_{r,i}^n) \quad (193)$$

Массовая скорость образования i -й компоненты может быть рассчитана следующим образом:

$$\dot{w}_j = M_j W_j \quad (194)$$

Для вычисления массовой скорости образования i -й компоненты необходимо определить константы скоростей прямой и обратной реакций для каждой из N_r реакций, которые аппроксимируются обобщенной аррениусовской зависимостью:

$$k_{f(r),n} = A_{f(r),n} T^{n_{f(r),n}} \exp\left(-\frac{E_{f(r),n}}{kT}\right) \quad (195)$$

Где $A_{f(r),n}$, $n_{f(r),n}$, $E_{f(r),n}$ – аппроксимирующие коэффициенты для констант скоростей прямой (f) и обратной (r) химических реакций.

Константа равновесия для n -й химической реакции определяется следующим образом:

$$K_n = k_{f,n} / k_{r,n} \quad (196)$$

В компьютерном коде NERAT-2D реализуется кинетическая модель, включающая 37 химических реакций. Подробная информация об используемой модели представлена в Приложении А.

В процессе расчета констант равновесия используются термодинамические свойства индивидуальных химических компонентов, определенные с помощью полиномиальной аппроксимации энергии Гиббса [197]

$$G_i = \varphi_{1,i} + \varphi_{2,i} \ln x + \varphi_{3,i} x^{-2} + \varphi_{4,i} x^{-1} + \varphi_{5,i} x + \varphi_{6,i} x^2 + \varphi_{7,i} x^3 \quad (197)$$

$$(dG_i/dx) = (\varphi_{2,i} - 2\varphi_{3,i} x^{-2} - \varphi_{4,i} x^{-1} + \varphi_{5,i} x + 2\varphi_{6,i} x^2 + 3\varphi_{7,i} x^3)(1/x) \quad (198)$$

$$\left(\frac{d^2G_i}{dx^2}\right) = \left(-\varphi_{2,i} + 6\varphi_{3,i}x^{-2} + 2\varphi_{4,i}x^{-1} + 2\varphi_{6,i}x^2 + 6\varphi_{7,i}x^3\right)\left(1/x^2\right) \quad (199)$$

С использованием энергии Гиббса, могут быть вычислены энтальпия и теплоемкость при постоянном давлении

$$h_i = xT\left(\frac{dG}{dT}\right)_i + \varphi_{8,i} \times 10^3 \quad (200)$$

$$c_{p,i} = 2x\left(\frac{dG}{dT}\right)_i + x^2\left(\frac{d^2G}{dT^2}\right)_i \quad (201)$$

Таким образом, константы равновесия для индивидуальных веществ могут быть определены с помощью выражения

$$\ln K_n(p/p_0) = \frac{1}{R_0T} \sum_{i=1}^{N_s} (a_{i,n} - b_{i,n}) (-TG_i + \varphi_{7,i} \times 10^3) \quad (202)$$

Здесь $p_0 = 101325$ Па; $x = T \cdot 10^{-4}$.

Коэффициенты вязкости и теплопроводности смеси определяются с помощью метода Чепмена-Энскога [198]

$$\mu = 1 / \sum_{i=1}^{N_c} (Y_i / \mu_i); \quad \lambda = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{N_c} x_i \lambda_i + 1 / \sum_{i=1}^{N_c} (x_i / \lambda_i) \right] \quad (203)$$

$$\mu_i = 2.67 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{M_i T}}{\sigma_i^2 \Omega_i^{(2,2)*}} \quad (204)$$

$$\lambda_i = 8330 \sqrt{\frac{T}{M_i}} \frac{1}{\sigma_i^2 \Omega_i^{(2,2)*}} \quad (205)$$

Here σ_i – сечение столкновения; $\Omega_i^{(2,2)*} = f(T_i)$ – интеграл столкновения; $T_i = kT/\varepsilon_i$. Эффективный коэффициент диффузии для i -й компоненты определяется по формуле Уилке [199]

$$D_i = \frac{1 - x_i}{\sum_{j \neq i}^{N_c} (x_j / D_{ij})} \quad (206)$$

$$D_{i,j} = 1.858 \times 10^{-3} \sqrt{\frac{M_i + M_j}{M_i M_j}} \frac{1}{p \sigma_{i,j}^2 \Omega_{i,j}^{(1,1)*}} \quad (207)$$

Интегралы столкновений вычисляются с использованием аппроксимаций
Н.А. Анфимова [200]

$$\begin{aligned}\Omega_i^{(2,2)*} &= 1.157T_i^{-0.1472}, \\ \Omega_{i,j}^{(1,1)*} &= 1.074T_{i,j}^{-0.1604},\end{aligned}\quad (208)$$

Здесь

$$T_{i,j} = \frac{kT}{\varepsilon_{i,j}}, \quad \varepsilon_{i,j} = \sqrt{\varepsilon_i \varepsilon_j}, \quad \sigma_{i,j} = \frac{1}{2}(\sigma_i + \sigma_j) \quad (209)$$

В рамках численного моделирования могут быть реализованы следующие типы каталитических свойств поверхности СКА:

• Некаталитическая поверхность. В данном случае граничные условия для массовых долей компонент смеси имеют вид

$$\left(\frac{\partial Y_i}{\partial n}\right)_w = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N_s \quad (210)$$

• Каталитическая поверхность. В этом случае граничные условия для массовых долей компонент смеси примут вид

$$(Y_i)_w = Y_{i,\infty}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N_s \quad (211)$$

Здесь $Y_{i,\infty}$ – массовые доли компонент смеси в набегающем потоке.

Существуют также два варианта задания температуры поверхности СКА. При использовании первого варианта температура стенки поддерживается постоянной

$$T_w = \text{const} \quad (212)$$

Во втором случае поверхностная температура рассчитывается как равновесная радиационная температура с использованием закона Стефана-Больцмана

$$q_w = \varepsilon \sigma T_w^4 \quad (213)$$

Здесь ε – степень черноты; $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-12} \text{ Вт} / (\text{см}^2 \cdot \text{К}^4)$ – постоянная Стефана-Больцмана; q_w – плотность теплового потока к стенке СКА.

4.3. Численный метод

Для решения каждого из уравнений (173) – (178) и (186) применялся свой численный алгоритм [191]. Уравнения неразрывности и Навье-Стокса интегрировались с использованием AUSM конечно-разностных схем первого и второго порядков точности. Для уравнения энергии и уравнения диффузии химических компонент применялась неявная конечно-разностная схема второго порядка точности по времени и пространству. Исходное уравнение энергии формулируется относительно температуры, что соответствует неконсервативной форме. Данный подход позволяет получить наиболее приемлемые результаты при моделировании отрывных течений в донной области летательных аппаратов, а также обеспечивает большую устойчивость вычислительного процесса за счет реализации принципа расщепления. Использование неявных схем также повышает устойчивость численного метода.

4.4. Численное моделирование конвективного и радиационного нагрева СКА Exomars

В данном разделе выполнено двухмерные расчеты радиационной аэротермодинамики марсианского аппарата для двух траекторных точек. При расчетах использовались четырехблочные структурированные сетки, параметры которых показаны на рис. 76–78.

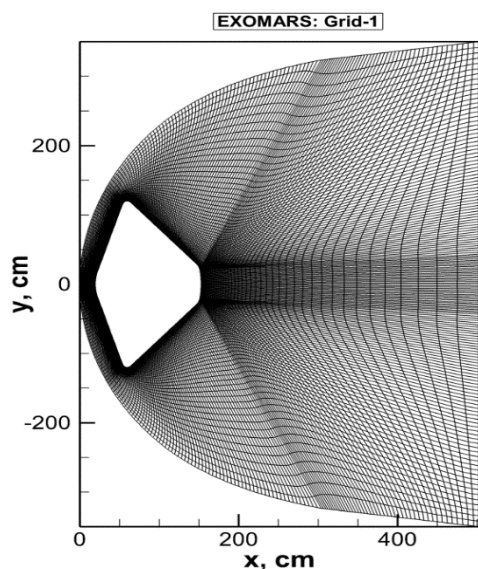


Рис. 76. Сетка 1 (61x45, 61x65, 61x45, 21x45)

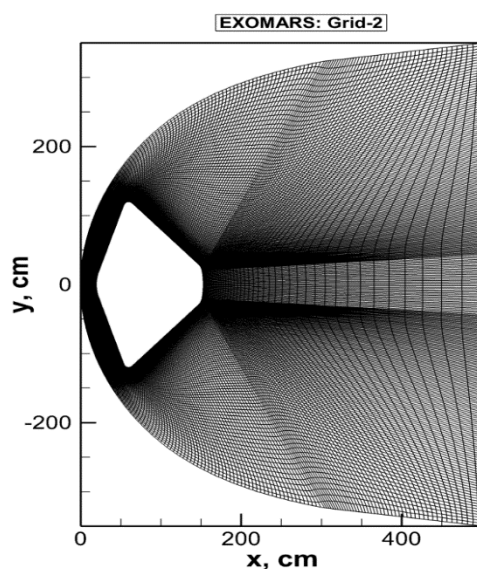


Рис. 77. Сетка 2 (121x45, 121x65, 121x45, 21x45)

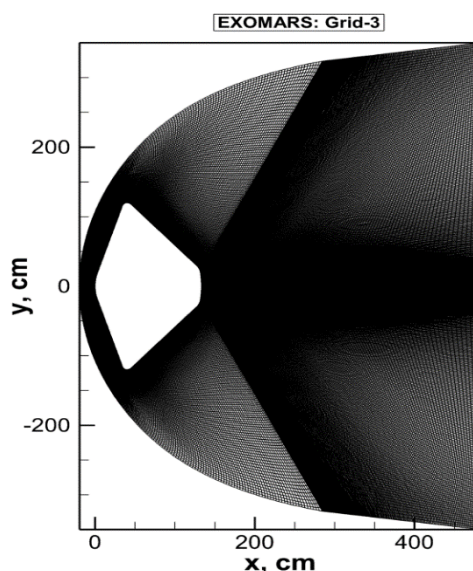


Рис. 78. Сетка 3 (170x70, 170x90, 170x170, 50x170)

Для построения сеток был использован эллиптический сеточный генератор (Глава 2). Основной цикл расчетов был выполнен для сетки, показанной на рис. 76. Параметры набегающего потока соответствуют траекторным точкам S2 и S3 [189], параметры которых представлены в таблице 12.

Таблица 12. Характерные параметры траектории для СКА Exomars [189]

№	H, км	V, км/с	Ro, кг/м ³	P, Па	T, К
S2	28,202	2,59541	1,542E-03	56,56	191,58
S3	25,477	2,01384	1,979E-03	74,13	195,38

Результаты численного моделирования обтекания СКА Exomars при нулевом угле атаки, для параметров набегающего потока, соответствующих траекторным точкам S2 и S3 представлены на рис. 79–88. Температура поверхности в расчетах фиксировалась. Одной из особенностей обтекания данной конфигурации СКА является формирование обширной зоны возвратно-рециркуляционного течения, которое затрагивает область практически вдоль всей подветренной поверхности летательного аппарата. Вихревое движение газа оказывает существенное влияние на распределение тепловых потоков вдоль задней поверхности СКА. В общем случае такое течение является нестационарным, что затрудняет достижение установления в рамках вычислительного процесса.

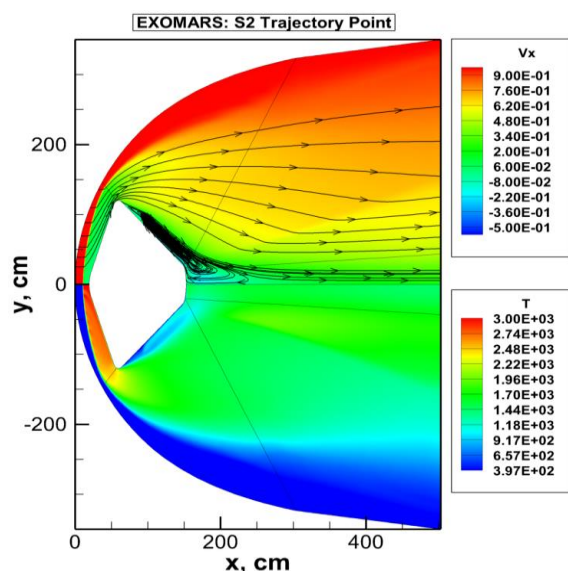


Рис. 79. Распределение продольной компоненты скорости (верхняя часть) и поступательной температуры (нижняя часть). Траекторная точка S2. Совершенный газ.

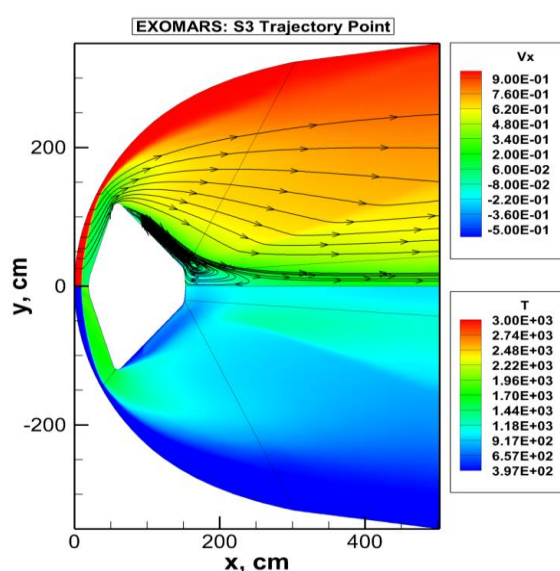


Рис. 80. Распределение продольной компоненты скорости (верхняя часть) и поступательной температуры (нижняя часть). Траекторная точка S3. Совершенный газ.

Используемая в ходе расчетов кинетическая модель включала в себя 37 химических реакций, а также следующие компоненты: C, N, O, C₂, N₂, O₂, CN, CO, NO, CO₂. На рис. 81–82 показаны также двумерные распределения продольной скорости и поступательной температуры, определенные в приближении химически реагирующего газа.

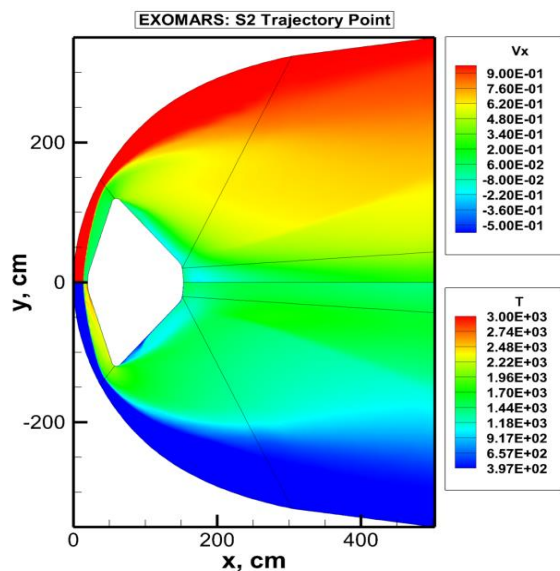


Рис. 81. Распределение продольной компоненты скорости (верхняя часть) и поступательной температуры (нижняя часть). Траекторная точка S2. Химически реагирующий газ.

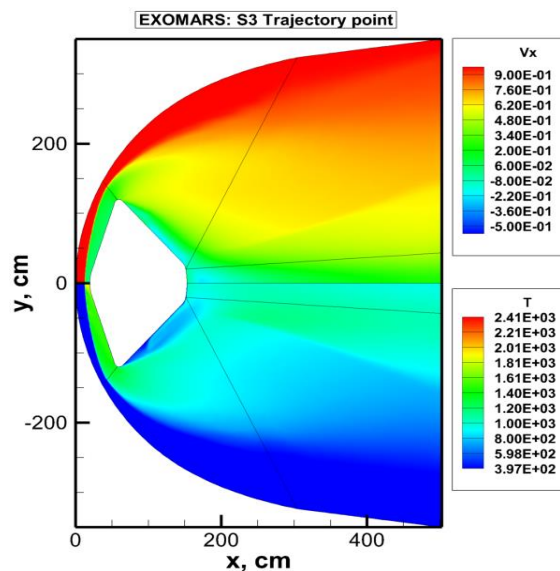


Рис. 82. Распределение продольной компоненты скорости (верхняя часть) и поступательной температуры (нижняя часть). Траекторная точка S3. Химически реагирующий газ.

Характерным эффектом является существенное снижение температуры как в сжатом слое в области лобового щита, так и в следе за летательным аппаратом. При расчетах применялось условие абсолютно каталитической поверхности.

Для траекторных точек S2 и S3 наблюдается, в целом, слабое влияние учета химических реакций на параметры течения. Изменение концентрации CO_2 для точки S2 (наиболее термонапряженной из рассматриваемых) составляет менее 1 %. В таких условиях также практически не происходит возбуждения колебательных степеней свободы. Распределение поступательной температуры в сжатом слое показано на рис. 83–84.

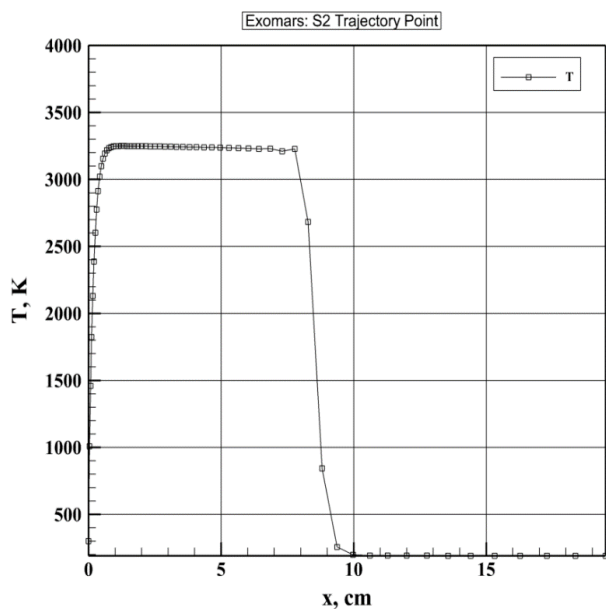


Рис. 83. Распределение поступательной температуры вдоль критической линии тока.

Траекторная точка S2. Химически реагирующий газ.

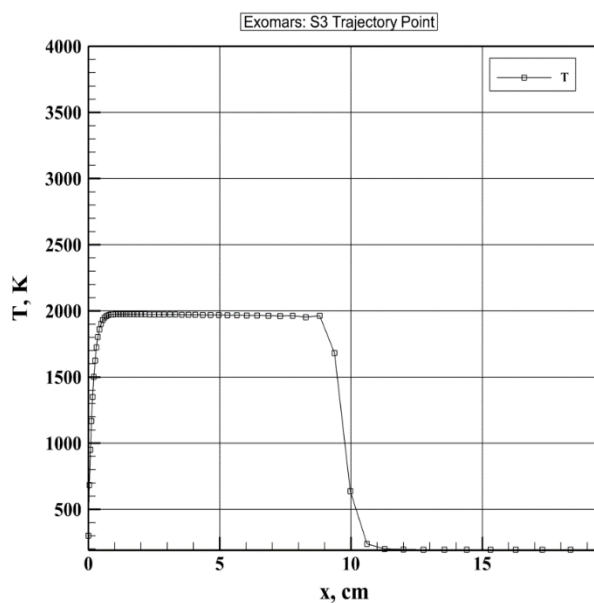


Рис. 84. Распределение поступательной температуры вдоль критической линии тока.

Траекторная точка S3. Химически реагирующий газ.

Распределение конвективного и радиационного тепловых потоков к поверхности СКА Exomars показано на рис. 85–86. С начала подветренной поверхности отмечается преобладание радиационного нагрева над конвективным. Наблюдается определенный колебательный характер

распределения конвективного теплового потока в области задней поверхности СКА. Сравнение влияния подробности используемых сеток величину тепловых потоков выполнено на рис. 87–88.

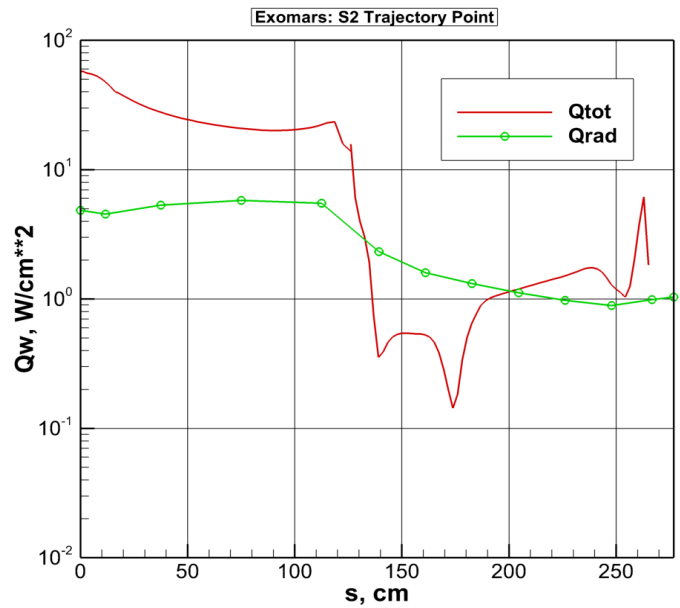


Рис. 85. Распределение конвективного (красная линия) и радиационного теплового потока (зеленая линия) вдоль образующей СКА Exomars.

Точка S2.

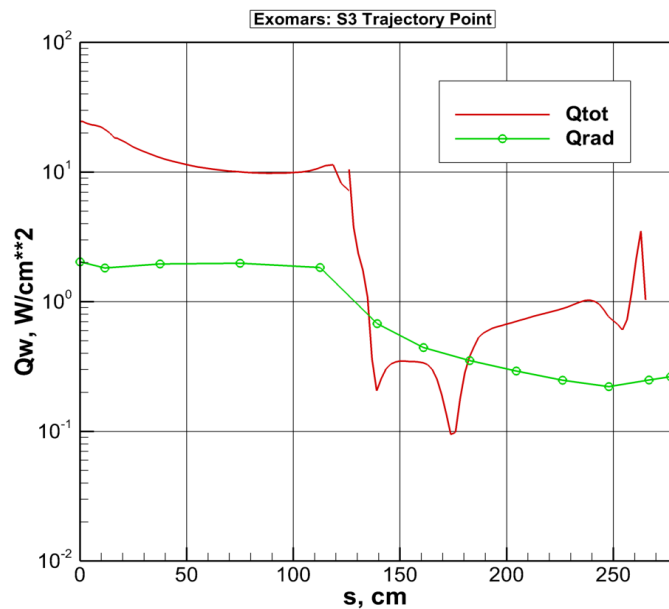


Рис. 86. Распределение конвективного (красная линия) и радиационного теплового потока (зеленая линия) вдоль образующей СКА Exomars.

Точка S3.

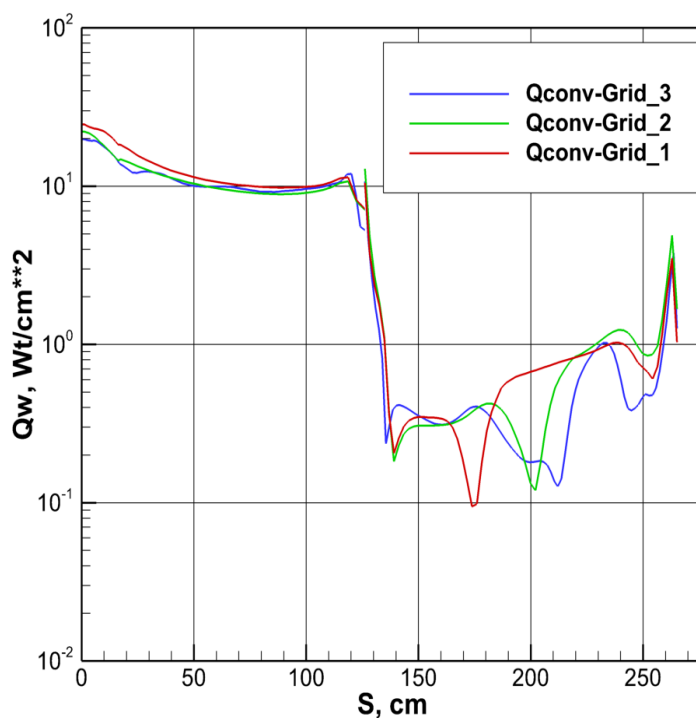


Рис. 87. Распределение конвективного теплового потока (точка S3) для трех типов сеток: Grid_1 – (61x45, 61x65, 61x45, 21x45); Grid_2 – (121x45, 121x65, 121x45, 21x45); Grid_3 – (170x70, 170x90, 170x170, 50x170) Точка S3.

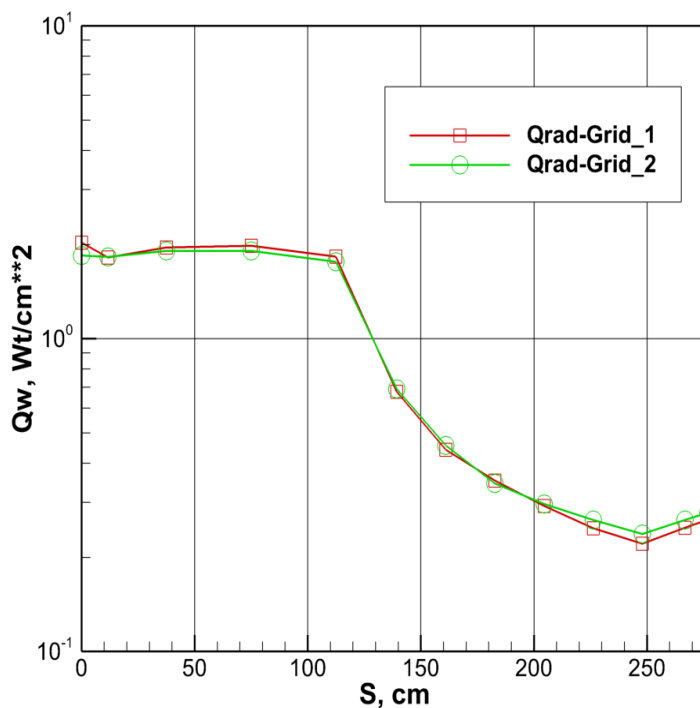


Рис. 88. Распределение радиационного теплового потока (точка S3) для двух типов сеток: Grid_1 – (61x45, 61x65, 61x45, 21x45); Grid_2 – (121x45, 121x65, 121x45, 21x45); Точка S3.

В таблице 14 представлены результаты сопоставления расчетных и экспериментальных [189] данных для траекторных точек S2 и S3. Показания датчиков полного теплового потока (COMARS1, COMARS2, COMARS3) (который включает конвективный и радиационный поток), а также радиометра, измеряющего радиационный поток, отнесены к конкретным позициям, представленным в таблице 13.

Таблица 13. Положение датчиков радиационного и полного теплового потока вдоль образующей СКА Ecomars

Датчик	S, см
Радиометр	144.25
COMARS3	152.05
COMARS2	193.45
COMARS1	229.05

Таблица 14. Результаты расчетов и экспериментальные данные [189]

Траекторная точка	Радиометр, Вт/см ²		COMARS3, Вт/см ²		COMARS2, Вт/см ²		COMARS1, Вт/см ²	
	Эксперимент [189]	NER AT-2D	Эксперимент [189]	NER AT-2D	Эксперимент [189]	NER AT-2D	Эксперимент [189]	NER AT-2D
S2	0.9	2.13	1.48	2.4	1.12	2.26	1.09	2.52
S3	0.195	0.61	0.55	0.875	0.33	0.944	0.42	1.15

В таблице 15 показано соотношение между конвективным и радиационным потоком для датчика COMARS-3.

Таблица 15. Отношение радиационного потока к радиационному для датчика COMARS-3

Траекторная точка	Радиометр/COMARS-3	
	Эксперимент [189]	NERAT-2D
S2	0.6	0.775
S3	0.19	0.59

4.5. Выводы

В настоящей главе были представлены результаты расчетного исследования радиационной газовой динамики СКА Exomars для актуальных траекторных точек. Выполненные двухмерные расчеты позволили провести оценку конвективных и радиационных тепловых потоков в сравнении с доступными экспериментальными данными. В целом расчетные данные по нагреву излучением, а также полному тепловому потоку превышают соответствующие экспериментальные значения. Одной из причин, затрудняющих проведение более корректного сравнения, является неопределенность в значении угла атаки летательного аппарата.

ГЛАВА 5. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ РАДИАЦИОННАЯ АЭРОТЕРМОДИНАМИКА СПУСКАЕМОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В АТМОСФЕРЕ МАРСА

5.1. Введение

В предыдущем разделе были рассмотрены двухмерные задачи обтекания СКА в условиях марсианской атмосферы. Исходные уравнения были сформулированы в осесимметричной постановке, что позволяет моделировать движение летательного аппарата только под нулевым углом атаки. Однако, в процессе спуска по траектории пространственная ориентация СКА может существенно изменяться, что обуславливает необходимость исследования режимов полета, соответствующих движению под углом атаки, диапазон которых может изменяться в значительных пределах в зависимости от формы траектории: от малых значений на начальных участках входа в атмосферу, до значительных величин, которые могут возникать, например, на малых высотах при колебаниях СКА относительно продольной оси.

Компьютерный код `NERAT-3D` предназначен для решения пространственных задач радиационной газовой динамики с использованием многоблочных структурированных сеток. Еще одним назначением данного кода является взаимная верификация двухмерной и трехмерной моделей газовой динамики, аэрофизики и переноса излучения.

В настоящем разделе представлены результаты численного моделирования аэротермодинамики СКА `Exomars` для различных траекторных точек при движении под разными углами атаки. Другая часть расчетов была посвящена оценке влияния турбулентности в рамках алгебраической модели Бодуина-Ломакса с использованием пристеночных функций, на тепловой поток к поверхности летательного аппарата. Был также проведен анализ влияния каталитических свойств поверхности на конвективный нагрев поверхности СКА.

5.2. Пространственная модель радиационной газовой динамики СКА

Полная радиационно-газодинамическая модель компьютерного кода NERAT-3D включает в себя следующие основные уравнения [201]: уравнение неразрывности, уравнения движения (уравнения Навье-Стокса), уравнения диффузии химических компонент, уравнение сохранения энергии, записанное в неконсервативной форме относительно температуры, уравнение сохранения колебательной энергии, уравнение переноса излучения.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad (214)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \text{div}(\rho u \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + S_{\mu,x} \quad (215)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \text{div}(\rho v \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + S_{\mu,y} \quad (216)$$

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \text{div}(\rho w \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + S_{\mu,z} \quad (217)$$

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \text{div} \rho_i \mathbf{V} = -\text{div} \mathbf{J}_i + \dot{w}_i, \quad i = 1, 2, \dots, N_s \quad (218)$$

$$\begin{aligned} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p \mathbf{V} \text{grad} T = \text{div}(\lambda \text{grad} T) + \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{V} \text{grad} p + \Phi_\mu + \\ + Q_{vib} - \text{div} \mathbf{q}_R - \sum_{i=1}^{N_s} h_i \dot{w}_i + \sum_{i=1}^{N_s} \rho c_{p,i} D_i (\text{grad} Y_i \cdot \text{grad} T) \end{aligned} \quad (219)$$

$$\frac{\partial \rho e_{v,m}}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V} e_{v,m}) = \dot{e}_{v,m}, \quad m = 1, 2, \dots, N_V \quad (220)$$

$$\mathbf{\Omega} \frac{\partial J_\omega(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})}{\partial \mathbf{r}} + \kappa_\omega(\mathbf{r}) J_\omega(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) = j_\omega(\mathbf{r}) \quad (221)$$

Здесь u, v, w – проекции вектора скорости \mathbf{V} на координатные оси x, y, z . Компоненты сил вязкого трения вводятся с использованием следующих соотношений

$$S_{\mu,x} = -\frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} (\mu_{eff} \operatorname{div} \mathbf{V}) + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu_{eff} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu_{eff} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \quad (222)$$

$$S_{\mu,y} = -\frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} (\mu_{eff} \operatorname{div} \mathbf{V}) + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{eff} \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_{eff} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu_{eff} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] \quad (223)$$

$$S_{\mu,z} = -\frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\mu_{eff} \operatorname{div} \mathbf{V}) + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_{eff} \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_{eff} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu_{eff} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] \quad (224)$$

Φ_μ – диссипативная функция, которая вводится как

$$\Phi_\mu = \mu_{eff} \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (225)$$

Здесь μ_{eff} – эффективная вязкость, которая вводится в соответствии с гипотезой Буссинеска

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (226)$$

В уравнении (226) μ_t – турбулентная вязкость, которая определяется из алгебраической модели турбулентности Болдуина-Ломакса [202]. В соответствии с ней выделяются два характерных слоя, обладающих собственной вязкостью. На внутреннем слое турбулентная вязкость определяется по формуле

$$\mu_{t,in} = \kappa \rho D |\Omega| \quad (227)$$

Здесь $\kappa = 0.4$; D – демпфирующая функция Ван-Дрифта, которая вычисляется как

$$D = 1 - \exp\left(-\frac{y^+}{A^+}\right), \quad A^+ = 26 \quad (228)$$

В формуле (228) y^+ – безразмерное расстояние от стенки. Функция завихренности определяется как

$$\Omega = \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}\right) \quad (229)$$

Турбулентная вязкость на внешнем слое определяется по формуле

$$\mu_{t,out} = KC_{cp}\rho F_{wake} F_{Kleb}(y) \quad (230)$$

Здесь $K = 0.018$; $C_{cp} = 1.6$; $F_{Kleb}(y) = \left[1 + 5.5 \left(y \frac{C_{Kleb}}{y_{max}}\right)^6\right]^{-1}$; $F_{wake} = y_{max} F_{max}$;

$F(y) = y|\Omega|D$; $C_{Kleb} = 0.3$, где y_{max} определяется по координате y , а функция $F(y)$ достигает максимального значения при y_{max} т.е. $F_{max} = F(y_{max})$.

С учетом уравнений (227) – (230) выражение для определения турбулентной вязкости примет вид

$$\mu_t = \begin{cases} \mu_{t,in}, & y \leq y_{cross}, \\ \mu_{t,out}, & y > y_{cross}, \end{cases} \quad (231)$$

Здесь y_{cross} – значение координаты y при которой значения вязкостей на внутреннем и внешнем слое становятся равными т.е. $\mu_{t,in} = \mu_{t,out}$.

В рамках представленной алгебраической модели турбулентности может быть реализован метод пристеночных функций [203]. Его основная идея сводится к применению специального типа граничных условий, позволяющего аппроксимировать скорость в пристеночном слое с помощью функции, подобной логарифмическому профилю. При этом в итоге требуется определить напряжение трения

$$\tau = u_\tau^2 \rho \quad (232)$$

Здесь ρ – плотность; u_τ – касательная скорость. Определение касательной скорости выполняется следующим образом

$$u = u^+(y^+)u_\tau \quad (233)$$

Здесь u^+ – универсальная функция, которая вводится как

$$u^+ = \begin{cases} y^+, & \text{при } y^+ < 2 \\ \text{табличная функция при } 2 < y^+ < 60 \\ 2.5 \ln\left(\frac{y^+}{0.13}\right) & \text{при } y^+ > 60 \end{cases} \quad (234)$$

Способы вычисления u^+ на каждом участке описаны в [203].

Общий вид уравнений (218) – (221) аналогичен таким же соотношениям, представленным в главе 4. Более подробная информация о параметрах, входящих в данные уравнения, представлена в разделе 4.2.

5.3. Расчетное исследование аэротермодинамики СКА Exomars с учетом влияния угла атаки и модели турбулентности

В настоящем разделе представлены результаты численного моделирования пространственного обтекания СКА Exomars. При анализе соответствующих расчетных данных должны быть учтены некоторые особенности использованных параметров траектории. Точка S1 соответствует начальному участку траектории входа на значительной высоте при крайне разреженной среде. В диапазоне высот $H=82.467-28.202$ км в результате временного прекращения связи со СКА (Communication blackout) данные о параметрах входа в атмосферу не были получены. Таким образом, отсутствуют экспериментальные данные об участке траектории, соответствующему прохождению плотных слоев атмосферы со значительной скоростью, и, следовательно, наибольшим значениям конвективных и радиационных тепловых потоков. Для оценки нагрева поверхности в указанном высотном диапазоне с использованием характерных траекторий других марсианских СКА были определены параметры набегающего потока. Траекторные точки для летательных аппаратов Pathfinder, MSL, Exomars а также дополнительные точки, представлены на рис. 89.

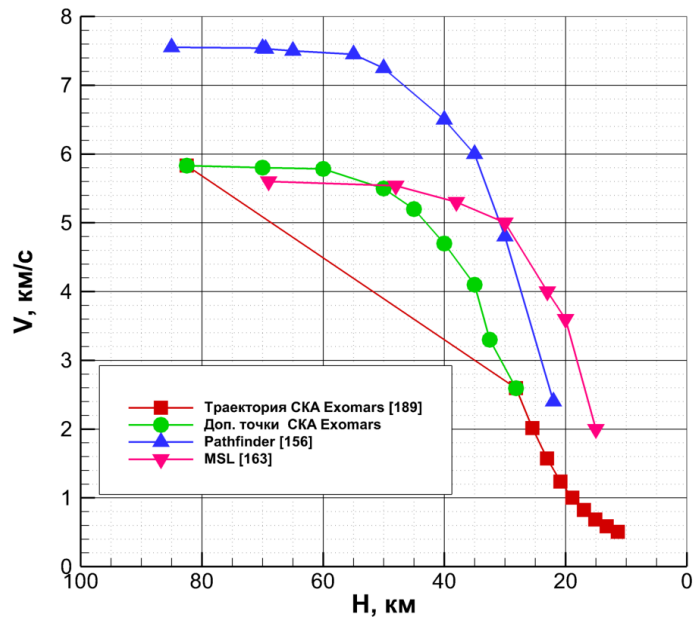


Рис. 89. Сравнительный анализ траекторий для различных типов СКА

Для расчетов использовалась структурированная сетка, состоящая из восьми блоков. Параметры сетки показаны на рис. 90. Для обеспечения ортогональности линий сетки к поверхности летательного аппарата, а также устранения изломов на границах блоков к исходной алгебраической сетке применялся эллиптический сеточный генератор.

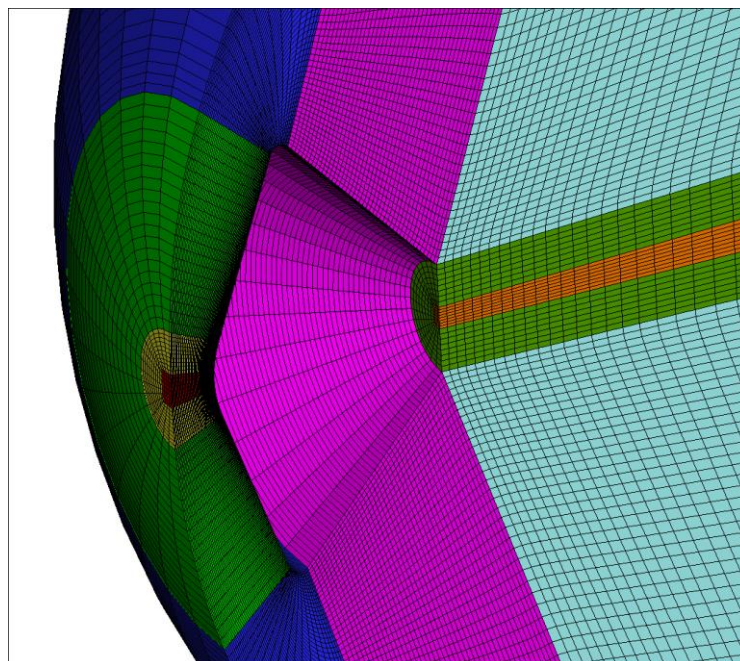


Рис. 90. Восьмиблочная структурированная сетка: 1– 51x11x6; 2– 51x21x21;
 3– 51x53x21; 4–51x27x21; 5– 51x25x21; 6– 31x11x6; 7– 31x9x21;
 8– 31x51x21

В таблице 16 представлены параметры набегающего потока, соответствующие расширенной траектории. Точки 1, 9–17 соответствуют точкам S1–S10 из [189].

Таблица 16. Параметры расширенной траектории для СКА Ecomars

№	H, км	V, км/с	Ro, кг/м ³	P, Па	T, К
1 (S1)	82.467	5.82938	5.092E-06	0.16	165.5
2*	70.000	5.80000	2.500E-05	0.75	166.8
3*	60.000	5.78500	8.200E-05	2.1	169.2
4*	50.000	5.50000	2.500E-04	8.2	178.3
5*	45.000	5.20000	5.400E-04	17	180
6*	40.000	4.70000	7.700E-04	25	183
7*	35.000	4.10000	9.500E-04	33	187
8*	32.500	3.30000	1.150E-03	49	189
9 (S2)	28.202	2.59541	1.542E-03	56.56	191.58
10 (S3)	25.477	2.01384	1.979E-03	74.13	195.38
11 (S4)	23.064	1.57058	2.440E-03	93.15	199.13
12 (S5)	20.862	1.23692	2.962E-03	114.57	202.28
13 (S6)	18.887	1.00192	3.478E-03	137.21	205.79
14 (S7)	16.959	0.82309	4.078E-03	163.84	209.69
15 (S8)	15.099	0.68540	4.751E-03	194.15	213.67
16 (S9)	13.227	0.58438	5.496E-03	228.85	217.40
17 (S10)	11.379	0.50309	6.355E-03	269.55	221.63

Кинетическая модель, реализованная в компьютерном коде NERAT-3D включает 28 химических реакций и следующие компоненты: C, O, C₂, O₂, CO, CO₂. Данная модель подробно представлена в приложении Б.

На рис. 91–95 представлены результаты расчетов конвективных тепловых потоков для траекторной точки S3 при угле атаки $\alpha = 3^\circ$ для абсолютно каталитической поверхности. Оценка влияния типа температурного граничного условия на величину конвективного нагрева может быть выполнена из анализа рис. 91 – 92. При фиксированной температуре стенки фиксируется значительно больший тепловой поток к подветренной поверхности, чем при реализации равновесной радиационной температуры в качестве температуры поверхности. На рис. 93 продемонстрирован вклад диффузионной составляющей теплового потока в общий нагрев при наличии химических реакций. На рис. 94 показаны результаты, полученные в рамках

модели химически реагирующего газа с учетом алгебраической модели турбулентности Болдуина-Ломакса. Тепловой поток как на подветренной поверхности, так и в зоне лобового щита существенно возрастает. Применение метода пристеночных функций совместно с моделью турбулентности обеспечивает снижение теплового потока к задней поверхности СКА, а также небольшой прирост нагрева в зоне носового закругления.

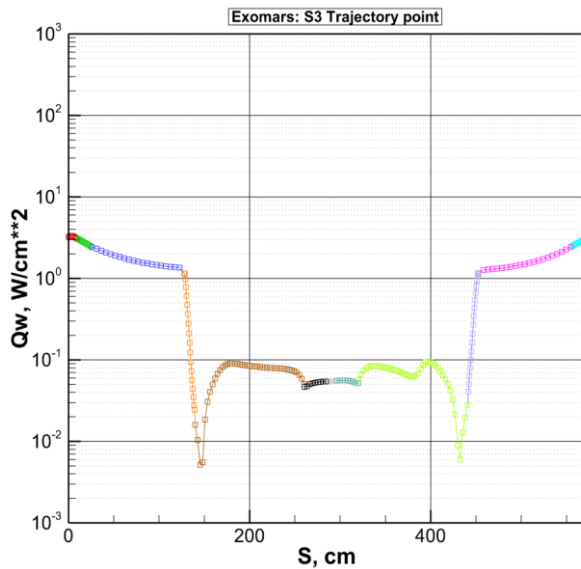


Рис. 91. Распределение конвективного теплового потока вдоль поверхности СКА Exomars для постоянной температуры стенки. Траекторная точка S3. Совершенный газ. Ламинарный поток.

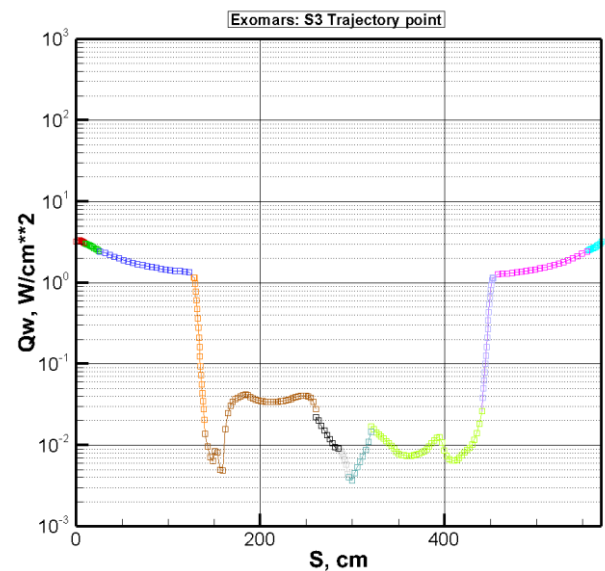


Рис. 92. Распределение конвективного теплового потока вдоль поверхности СКА Exomars для переменной температуры стенки. Траекторная точка S3. Совершенный газ. Ламинарный поток.

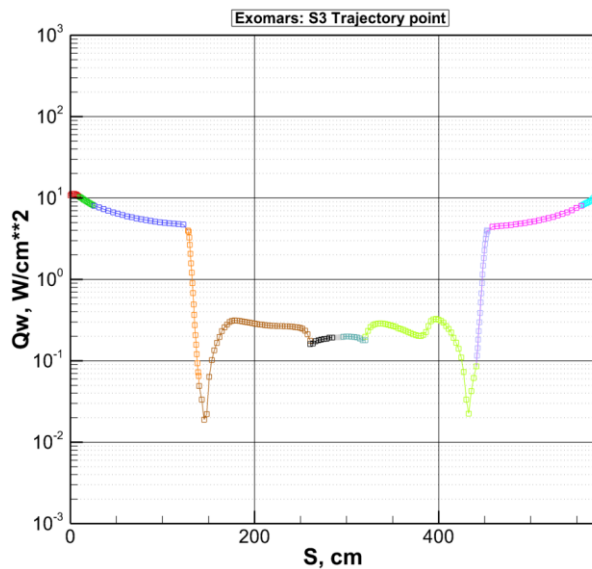


Рис. 93. Распределение конвективного теплового потока вдоль поверхности СКА Exomars для постоянной температуры стенки. Траекторная точка S3. Химически реагирующий газ. Ламинарный поток.

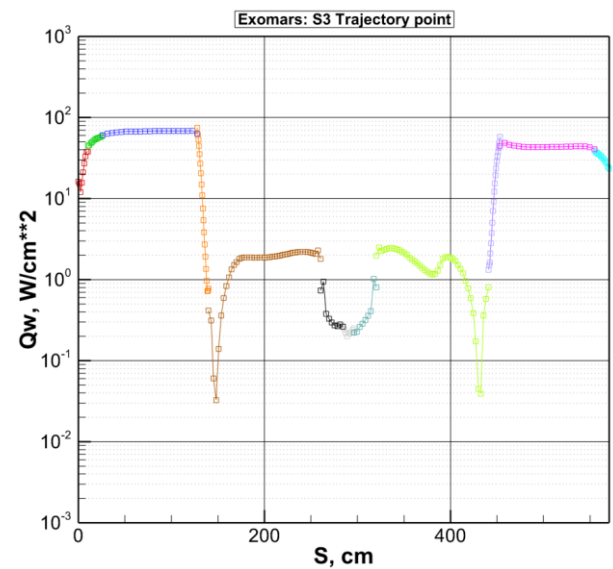


Рис. 94. Распределение конвективного теплового потока вдоль поверхности СКА Exomars для постоянной температуры стенки. Траекторная точка S3. Химически реагирующий газ. Турбулентный поток (Модель Болдуина-Ломакса).

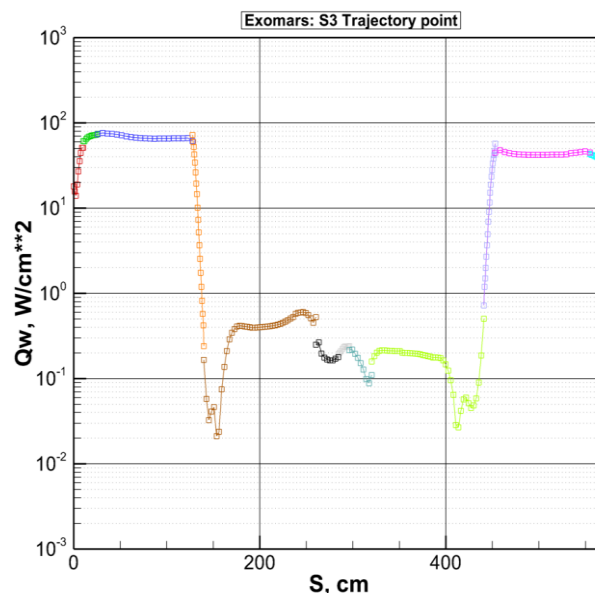


Рис. 95. Распределение конвективного теплового потока вдоль поверхности СКА Exomars для постоянной температуры стенки. Траекторная точка S3. Химически реагирующий газ. Турбулентный поток (модель Болдуина-Ломакса + пристеночные функции)

На рис. 96–97 показаны сравнение тепловых потоков, полученных с использованием двух типов сеток: сетки, полученной с помощью алгебраических методов и сетки, полученной с помощью эллиптических уравнений, использующей первую сетку в качестве начальных условий.

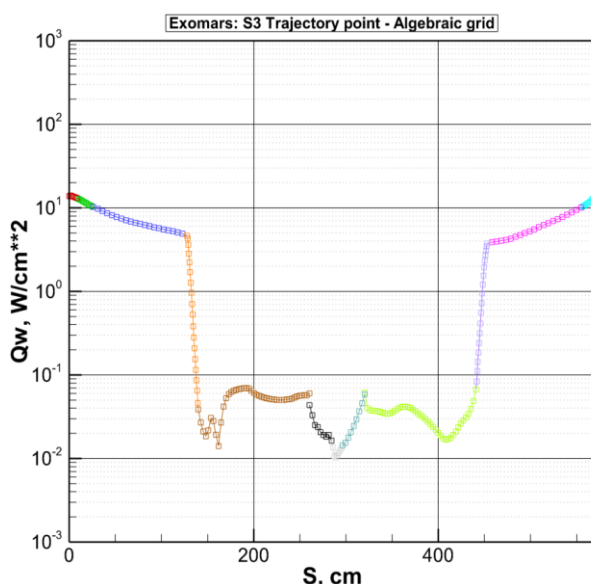


Рис. 96. Распределение конвективного теплового потока вдоль поверхности СКА Exomars для переменной температуры стенки. Траекторная точка S3. Химически реагирующий газ. Ламинарный поток. Первая сетка.

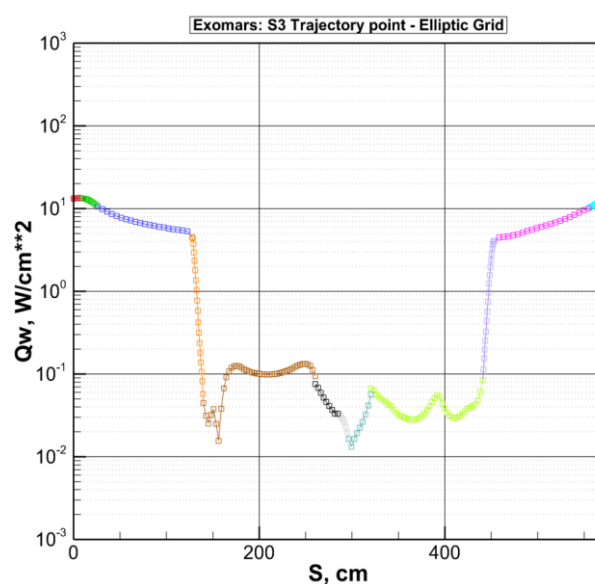


Рис. 97. Распределение конвективного теплового потока вдоль поверхности СКА Exomars для переменной температуры стенки. Траекторная точка S3. Химически реагирующий газ. Ламинарный поток. Вторая сетка.

Результаты численного моделирования для точки № 4 из таблицы 16 представлены на рис. 98 – 105. Данный цикл расчетов был проведен для переменной температуры стенки при угле атаки $\alpha = 15^\circ$ в приближении химически реагирующего газа с учетом процессов колебательной релаксации. На рис. 98 – 99 показаны пространственные распределения поступательной температуры и продольной компоненты скорости. Как и в случае осесимметричной задачи на подветренной стороне образуется обширная вихревая зона.

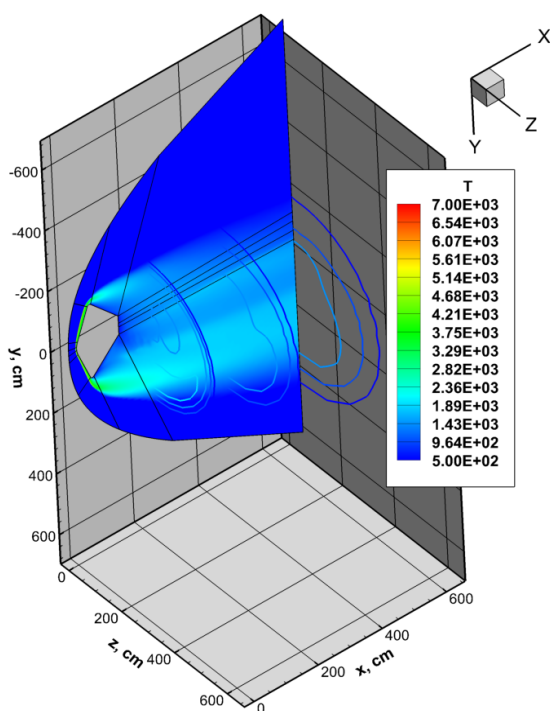


Рис. 98. Распределение поступательной температуры.

Траекторная точка № 4. Химически реагирующий газ. Ламинарный поток.

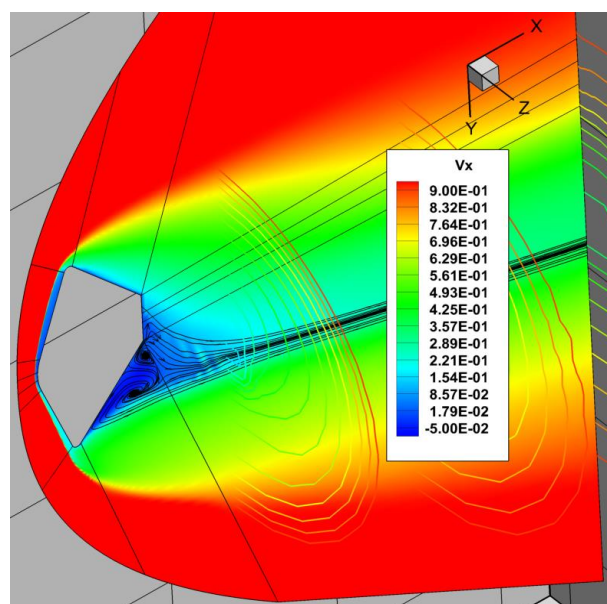


Рис. 99. Распределение продольной компоненты скорости. Траекторная точка № 4. Химически реагирующий газ. Ламинарный поток.

При данных условиях набегающего потока имеет место существенный разогрев газа, при которых происходит интенсивная диссоциация компонент смеси, а также возбуждение колебательных степеней свободы. Пространственное распределение массовых концентраций компонент CO_2 и CO для различных каталитических свойств поверхности показано на рис. 100 – 103. Определение концентрации углекислого газа, как основной излучающей компоненты может иметь важное значение для определения

радиационных тепловых потоков. Однако, как отмечено в [191] влияние изменения массовой доли CO_2 незначительно по причине малой оптической толщины слоя газа вблизи поверхности СКА. Влияние каталитических свойств поверхности на конвективный нагрев в наибольшей степени проявляется в области лобового щита и может быть оценено из рис. 104–105.

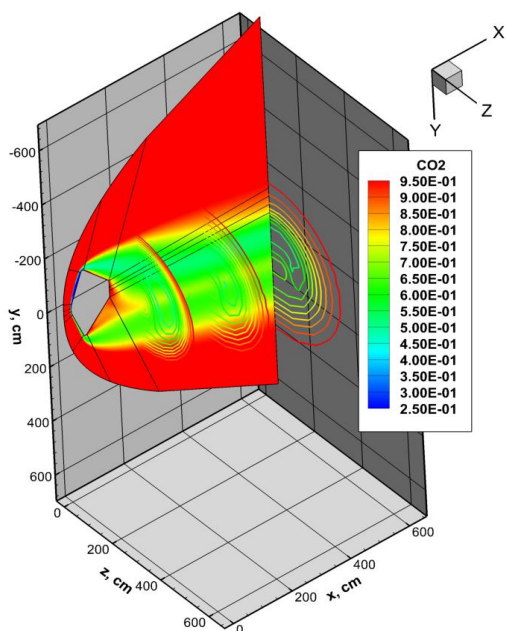


Рис. 100. Распределение CO_2 . Траекторная точка № 4. Химически реагирующий газ. Ламинарный поток. Каталитическая поверхность.

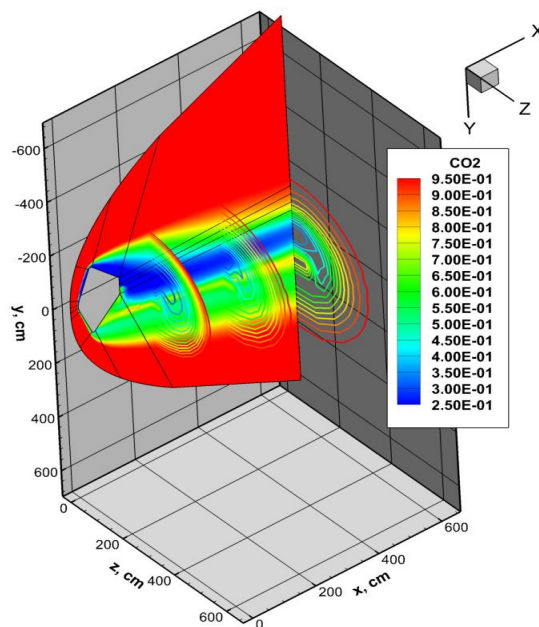


Рис. 101. Распределение CO_2 . Траекторная точка № 4. Химически реагирующий газ. Ламинарный поток. Некаталитическая поверхность.

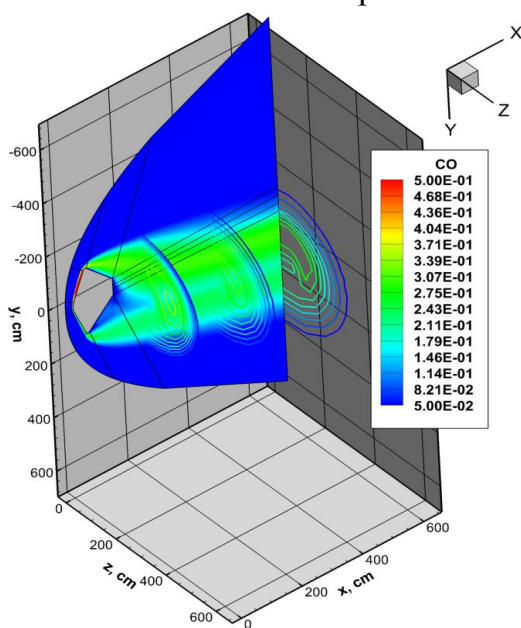


Рис. 102. Распределение CO . Траекторная точка № 4. Химически реагирующий газ. Ламинарный поток. Каталитическая поверхность.

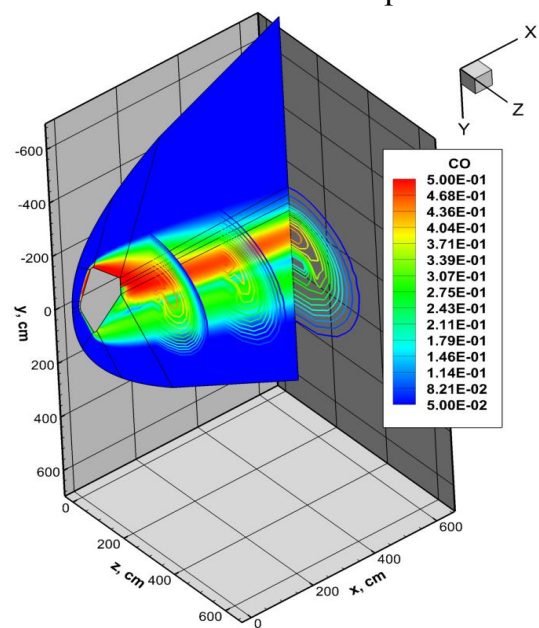


Рис. 103. Распределение CO . Траекторная точка № 4. Химически реагирующий газ. Ламинарный поток. Некаталитическая поверхность.

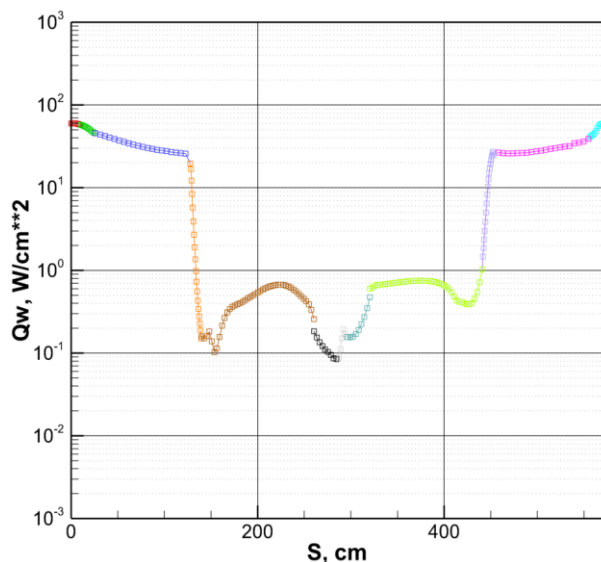


Рис. 104. Распределение конвективного теплового потока вдоль поверхности СКА Exomars. Траекторная точка № 4. Химически реагирующий газ. Ламинарный поток. Каталитическая поверхность.

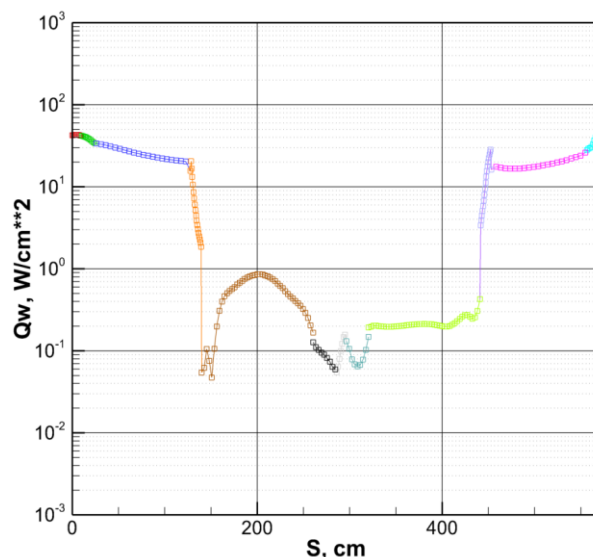


Рис. 105. Распределение конвективного теплового потока вдоль поверхности СКА Exomars. Траекторная точка № 4. Химически реагирующий газ. Ламинарный поток. Некаталитическая поверхность.

Состояние сжатого ударного слоя в окрестности лобового щита может быть проанализировано с помощью одномерных распределений поступательной и колебательных температур (рис. 106), которые характеризуют степень неравновесности течения, а также распределения массовых долей компонент газовой смеси вдоль критической линии тока (рис. 107).

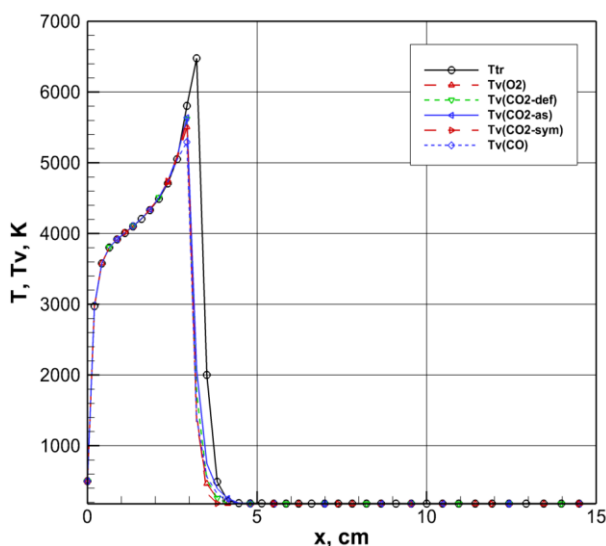


Рис. 106. Распределение поступательной и колебательных температур вдоль критической линии тока. Траекторная точка № 4. Химически реагирующий газ. Ламинарный поток. Каталитическая поверхность.

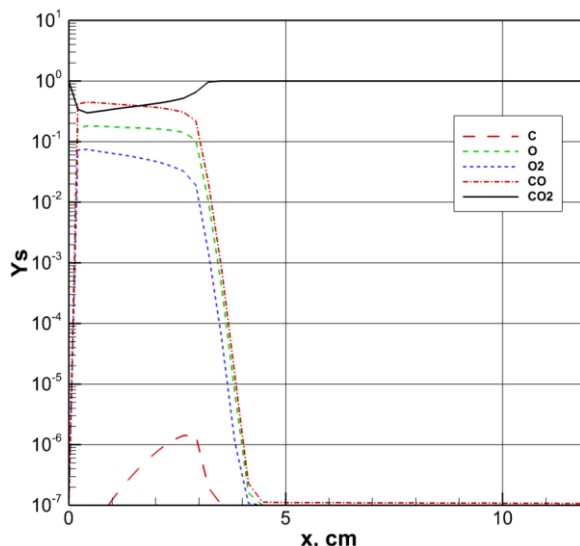


Рис. 107. Распределение массовых долей компонент газовой смеси вдоль критической линии тока. Траекторная точка № 4. Химически реагирующий газ. Ламинарный поток. Каталитическая поверхность.

5.4. Выводы

В данной главе были проанализированы результаты расчетов газодинамических параметров и конвективного нагрева пространственной конфигурации СКА Ecomars для условий набегающего потока, соответствующим различным участкам траектории спуска. В процессе численного моделирования конвективного теплового потока было выполнено сравнение результатов, полученных для различных условий каталитичности поверхности, моделей турбулентности, а также с использованием различных сеток. Полученные данные могут быть использованы при детальном исследовании экспериментальных результатов, полученных в течении летного эксперимента СКА Ecomars при движении под углом атаки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей диссертации были получены следующие основные результаты:

1. Выполнен анализ работ, посвященных экспериментальному и теоретическому исследованию перспективной аэродинамической конфигурации – волнолета. На их основе разработан компьютерный код, позволяющий выполнять автоматическое построение поверхности данного типа летательных аппаратов для заданных условий полета.

2. Представлены определяющие уравнения и численный метод реализации эллиптического и гиперболического сеточных генераторов. С помощью эллиптического генератора были получены двух и трехмерные многоблочные расчетные сетки для СКА Exomars. Гиперболический сеточный генератор был применен для получения пространственных расчетных сеток для ВЛА длительного атмосферного полета.

3. Выполнены расчеты аэродинамических характеристик волнолетов, построенных на скачках уплотнения за прямым круговым конусом, наклонным круговым и эллиптическими конусами, а также за плоским клином. Проведено сравнение с доступными расчетными и экспериментальными данными, продемонстрированы основные особенности поля течения, характерные для каждой конфигурации. Были также исследованы прикладные вопросы интеграции волнолета с ракетным ускорителем или ГПВРД, выполнено исследование влияния объемных источников энергии на аэрогазодинамику летательного аппарата, а также исследованы волнолеты с различными вариантами радиуса затупления.

4. Получены результаты расчета конвективного и радиационного нагрева поверхности СКА Exomars в рамках двухмерной осесимметричной модели радиационной газовой динамики для двух траекторных точек. Выполнен анализ влияния подробности сетки на величины тепловых потоков. Показано сравнение с актуальными летными данными.

5. Проведены расчеты обтекания СКА Exomars под углом атаки. Представлены результаты сравнения конвективных тепловых потоков в условиях реализации ламинарного течения или турбулентного: с помощью алгебраической модели Болдуина-Ломакса – чистой или дополненной пристеночными функциями. Выполнена также оценка влияния каталитических свойств на конвективный нагрев.

Автор выражает большую благодарность научному руководителю, д.ф.-м.н., проф., академику РАН С.Т. Суржикову за постоянное внимание, ценные советы и большую помощь в подготовке работы. Автор также благодарит весь коллектив лаборатории радиационной газовой динамики Института Проблем Механики им. А.Ю. Ишлинского РАН за плодотворные обсуждения и полезные замечания, сделанные при подготовке диссертации.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Nonweiler T.R.F.* Aerodynamic Problems of Manned Space Vehicles // *J. Roy. Soc.* 1959. V. 63. № 4. pp. 521-528.
2. *Anderson J.D.* A Survey of Modern Research in Hypersonic Aerodynamics // *AIAA Paper 84-1578.* 1984. pp. 1-25.
3. *Shvets A.I.* A Review of Russian Research on Waverider. Proceedings of 1st International Hypersonic Waverider Symposium, 1990, University of Maryland, USA
4. *Anderson J.D.* Hypersonic Waveriders – Where Do We Stand? // *AIAA Paper 93-0399.* 1993. pp. 1-15.
5. *Lunan M.A.* Waverider, a Revised Chronology // *AIAA Paper 2015-3529.* 2015. pp. 1-22.
6. *Ding F., Liu J., Shen Ch-b., Liu Z., Chen Sh-h., Fu X.* An overview of research on waverider design methodology // *Acta Astronautica* **140** 2017. pp. 190-205.
7. *Швец А.И., Швец И.Т.* Аэродинамика несущих форм. К.: Вища шк., 1985. 263 с.
8. *Швец А.И.* Аэродинамика сверхзвуковых форм. М.: Изд-во Московского Университета, 1987. 207 с.
9. *Щепановский В.А.* Газодинамическое конструирование. Н.: Наука, 1991. 200 с.
10. *Железнякова А.Л., Суржиков С.Т.* На пути к созданию виртуальной модели ГЛА. I. М.: ИПМех РАН, 2013. 160 с.
11. *Bertin J.* Hypersonic Aerothermodynamics. *AIAA Education Series,* 1994. 627 p.
12. *Heiser W.H., Pratt D.T.* Hypersonic Airbreathing Propulsion. *AIAA Education Series,* 1994. 605 p.
13. *Hirshel E.H.* Basics of Aerothermodynamics, Second, Revised Edition. Springer, 2015. 450 p.

14. *Corda S.* Introduction to Aerospace Engineering with a Flight Test Perspective, First Edition. John Wiley & Sons Ltd. Published, 2017. 928 p.
15. *Kipke K.* Experimentelle Untersuchungen an Wellenreiter-Flugeln im Hypeschallbereich // *Abd. der Brau.* 1969. V. 21. pp. 407-328.
16. *Tarpley Ch., Lewis M. J.* Stability and Control of Hypersonic Waveriders // *AIAA Paper 93-0508.* 1993. pp. 1-13.
17. *Tarpley Ch., Lewis M.J.* Stability Derivatives of Hypersonic Waveriders // *Journal of Aircraft.* 1993. V. 32. № 4. pp. 795-803.
18. *McCartney B., Prince S., Qin N.* The Effect of Leading Edge Rounding on a Caret Waverider Configuration at Mach 8.2 // 30th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences. DCC, Daejeon, Korea, September 25–30, 2016. 10 p.
19. *Maikapar G. I.* Bodies Formed by the Stream Surfaces of Conical Flows // *Mekhanika Zhidkosti i Gaza.* Vol. 1. No. 1. 1966. pp. 126-127
20. *Jones J.G., Woods B.A.* The Design of Compression Surfaces for High Supersonic Speeds Using Conical Flow Fields // *R. & M.* 1963. № 3539. pp. 1-25.
21. *Jones J.G., Moore K.C., Pike J., Roe P.L.* A Method for Designing Lifting Configurations for High Supersonic Speeds Using Axisymmetric Flow Fields // *Ingenieur-Archiv.* 1968. V. 37. № 1. pp. 56-72.
22. *Pike J.* On Conical Waveriders // *Royal Aircraft Establishment.* TR 70090. 1970. 25 p.
23. *Van Dyke M.D.* A Study of Hypersonic Small-Disturbance Theory // *National Advisory Committee for Aeronautics.* Report 1194. 1954. 24 p.
24. *Гуро Ж.* Основные вопросы теории гиперзвуковых течений. М.: Мир, 1965. 299 с.
25. *Rasmussen M.L.* On Hypersonic Flow Past an Unyawed Cone // *AIAA Journal.* 1967. V. 5. № 8. pp. 1495-1497.

26. *Rasmussen M.L.* Waverider Configurations Derived from Inclined Circular and Elliptic Cones // *Journal of Spacecraft and Rockets*. 1980. V. 17. № 6. pp. 537-545.
27. *Rasmussen M.L.* Experimental Forces and Moments on Cone-Derived Waveriders for $M=3$ to 5 // *Journal of Spacecraft and Rockets*. 1982. V. 19. № 6. pp. 592-598.
28. *Rasmussen M.L.* Viscous Effects on the Performance of Cone-Derived Waveriders // *AIAA Paper 83-2084*. 1983. pp. 1-8.
29. *Rasmussen M.L., Clement L.W.* Cone-Derived Waveriders with Longitudinal Curvature // *Journal of Spacecraft and Rockets*. 1986. V. 23. № 5. pp. 461-469.
30. *Rasmussen M.L., Stevens D.R.* On Waverider Shapes Applied to Aerospace Plane Forebody Configurations // *AIAA Paper 87-2550*. 1987. pp. 1-10.
31. *Воронин В.И., Захарченко В.Ф., Швец А.И.* Волнолеты построенные на течениях за скачками уплотнения в виде эллиптических конусов // *ПМТФ*. 1994. Т. 4. №81. С. 81-87.
32. *Воронин В.И., Захарченко В.Ф., Швец А.И.* Волнолеты, построенные на течениях за параболическими скачками уплотнения // *ПМТФ*. 1988. Т. 3. С. 66-70.
33. *Voronin V. I., Shvets A.I.* Aerodynamic Properties of Shock Riders that Use Flows Behind Axisymmetric Shock Waves // *Mekhanika Zhidkosti i Gaza*. Vol. 1. No. 1. 1990. pp. 185-187
34. *Майканар Г.И., Келдыш В.В.* Газодинамическое конструирование гиперзвуковых самолетов // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1969. № 3. С. 177-185.
35. *Мажуль И.И.* Сравнительный анализ аэродинамики волнолетов, построенных на основе конических и плоских течений // *Теплофизика и аэромеханика*. 2007. Т. 14. № 1. С. 99-112.
36. *Майканар Г.И.* Сравнение волнолетов различной формы // *Ученые записки ЦАГИ*. 1985. Т. 16. № 4. С. 100-104.
37. *Миеле А.* Теория оптимальных аэродинамических форм. М.: Мир, 1969. 508 с.

38. *Таковицкий С.А.* Оптимизационные задачи сверхзвуковой аэродинамики. М.: Наука, 2015. 236 с.
39. *Майканар Г.И.* О форме подветренной стороны волнолета // Ученые записки ЦАГИ. 1985. Т. 16. № 2. С. 9-15.
40. *Майканар Г.И.* О распределении объема волнолета // Ученые записки ЦАГИ. 1989. Т. 20. № 2. С. 76-79.
41. *Bowcutt K.G., Anderson J.D., Capriotti D.* Viscous Optimized Hypersonic Waveriders // AIAA Paper 87-0272. 1987. pp. 1-19.
42. *Corda S., Anderson J.D.* Viscous Optimized Hypersonic Waveriders Designed from Axisymmetric Flow Fields // AIAA Paper 88-0369. 1988. pp. 1-14.
43. *Кюхеман Д.* Аэродинамическое проектирование самолетов. М.: Машиностроение, 1983. 656 с.
44. *Corda S., Seifert E.S.* User Information for Maryland Axisymmetric Waverider Program (MAXWARP). Univ. of Maryland, Jan. 1989.
45. *Sommer S. C., Short B. J.* Free-Flight Measurements of Turbulent-Boundary-Layer Skin Friction in the Presence of Severe Aerodynamic Heating at Mach Numbers From 2.8 to 7.0 // National Advisory Committee for Aeronautics. TN 3391. 1955. 49 p.
46. *Lees L., Clement L.W.* Laminar Heat Transfer Over Blunt-Nosed Bodies at Hypersonic Flight Speeds // Jet Propulsion. 1956. № 4. pp. 259-274.
47. *Авдеевский В.С.* [и др.] Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. М.: Машиностроение, 1992. 528 с.
48. *Lobbia M.A., Suzuki K.* Design and Analysis of Payload-Optimized Waveriders // AIAA Paper 2001-1849. 2001. pp. 1-10.
49. *Lobbia M.A., Suzuki K.* Experimental Investigation of Mach 3.5 Waverider Designed Using Computational Fluid Dynamics // AIAA Journal. 2015. V. 53. № 6. pp. 1590-1601.
50. *Lobbia M.A., Suzuki K.* Numerical Investigation of Waverider-Derived Hypersonic Transport Configurations // AIAA Paper 2003-3804. 2003. P. 1-11.

51. *Lobbia M.A., Suzuki K.* Multidisciplinary Design Optimization of Hypersonic Transport Configurations using Waveriders // AIAA Paper 2014-2359. 2014. pp. 1-27.
52. *Price D.R.* Optimization and Performance analysis of a Supersonic Conical-Flow Waverider for a Deck-Launched Intercept Mission // Naval Postgraduate School. CA 93943-5000. 1993. 83 p.
53. *Eyi S., Hanquist K.M., Boyd I.D.* Shape Optimization of Reentry Vehicles to Minimize Heat Loading // AIAA Paper 2019-0973. 2019. pp. 1-17.
54. *Liao J.-R., Isaac K.M., Miles J.B., Tsai B.-J.* Navier-Stokes Simulation for Cone-Derived Waverider // AIAA Journal. 1992. V. 30. № 6. pp. 1521-1528.
55. *Roe P.L.* Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes // J. Comput. Phys. 1981. V. 43. pp. 357.
56. *Tsai B.-J., Miles J.B., Isaac K.M.* Computation of Turbulent Flow about Cone-Derived Waverider // AIAA Paper 92-2726. 1992. pp. 1-11.
57. *Yoon B.-h.* On-Design Solutions of Hypersonic Flows past Elliptic-Cone Derived Waveriders // KSME Journal Vol. 6. No. 1. 1992. pp. 24-30.
58. *Long L.N.* Off-Design Performance of Hypersonic Waveriders. 1990. V. 27. № 7. pp. 639-646.
59. *Mazhul I.I.* Off-Design Regimes of Flow past Waveriders Based on Isentropic Compression Flows // Fluid Dynamics. Vol. 45. No. 2. 2010. pp. 271–280
60. *Takashima N., Lewis M.J.* Navier-Stokes Computation of a Viscous Optimized Waverider // J. Spac. Rock. 1994. V. 31. № 3. pp. 383-391.
61. *He X., Rasmussen M.L.* Computational Analysis of Off-Design Waveriders // J. Spac. Rock. 1994. V. 31. № 2. pp. 345-353.
62. *Мажуль И.И., Рахимов Р.Д.* Численное исследование нерасчетных режимов обтекания волнолетов на основе осесимметричных конических течений // Изв. РАН. МЖГ. 2007. № 2. С. 171-180.
63. *Kato H., Tannehill J.C.* Numerical Calculation of Viscous Flow Over Hypersonic Waveriders // AIAA Paper 97-2292. 1997. pp. 1-11.

64. *Cockrell Ch.E.* Interpretation of Waverider Performance Data Using Computational Fluid Dynamics // *J. Aircraft.* 1994 V. 31. №. 5. pp. 1095-1100.
65. *Lewis M.J.* Design of Hypersonic Waveriders for Aeroassisted Interplanetary Trajectories // *J. Spac. Rock.* 1992 V. 29. №. 5. pp. 653-660.
66. *Anderson J.D, Lewis, M.J., Kothari A.P., Corda S.* Hypersonic Waveriders for Planetary Atmospheres // *J. Spac. Rock.* 1992 V. 28. №. 4. pp. 401-410.
67. *Anderson J.D., Ferguson F., Lewis M.J.* Hypersonic Waveriders for High Altitude Applications // *AIAA Paper 91-0530.* 1991. pp. 1-15.
68. *Anderson J.D., Chang Jr.J., McLaughlin T.A.* Hypersonic Waveriders: Effects of Chemically Reacting Flow and Viscous Interaction // *AIAA Paper 92-0302.* 1992. pp. 1-13.
69. *Bauer S.X.S.* Analysis of Two Viscous Optimized Waveriders // *Proc. of the 1st Int. Hyper. Waver. Symp.* 1990. pp. 1-27.
70. *Cockrell Ch.E.* Vehicle Integration Effects on Hypersonic Waveriders // *NASA-TM-109739.* 1994. 132 P.
71. *Lewis M.J., Gillum M.J.* Analysis of experimental results on a Mach 14 waverider with blunt leading edges // *AIAA Paper 96-0812.* 1996. pp. 1-23.
72. *Lewis M.J., Gillum M.J.* Experimental Results on a Mach 14 Waverider with Blunt Leading Edges // *J. of Aircraft.* 1997. V. 34. № 3. pp. 296-303.
73. *Kammeyer M.E., Gillum M.J.* Design Validation Tests on a Realistic Hypersonic Waverider at Mach 10, 14 and 16.5 in the Naval Surface Warfare Center Hypervelocity Wind Tunnel No. 9 // *NSWCDD/TR-93/198.* 1994. 93 P.
74. *Liu T., Campbell B.T., Sullivan J.P., Lafferty J., Yanta W.* Heat Transfer Measurement on a Waverider at Mach 10 Using Fluorescent Paint // *J. of Therm. and Heat Tran.* 1995. V. 9. № 4. pp. 605-611.
75. *Drayna T.W., Nompelis I., Candler G.V.* Numerical Simulation of the AEDC Waverider at Mach 8 // *AIAA Paper 2006-2816.* 2006. pp. 1-17.
76. *Jackson D.J-K.* CFD Analysis of a Generic Waverider // *AIAA Paper 2006-2817.* 2006. pp. 1-14.

77. *Norris J.D.* Mach 8 High Reynolds Number Static Stability Capability Extension Using a Hypersonic Waverider at AEDC Tunnel 9 // AIAA Paper 2006-2815. 2006. pp. 1-16
78. *Vanmol D.O., Anderson J.D.* Heat Transfer Characteristics of Hypersonic Waveriders with an Emphasis on the Leading Edge Effects // NASA Contractor Report 189586. 1992. 128 P.
79. *Pegg R.J., Hahne D.E., Cockrell Ch.E.* Low-Speed Wind Tunnel Tests of Two Waverider Configuration Models // AIAA Paper 95-6093. 1995. pp. 1-18.
80. *Kontogiannis K., Sobester A., Taylor N.* Efficient Parameterization of Waverider Geometries // J. of Aircraft. 2016. pp. 1-12.
81. *Tauqeer S., Rizvi I., Linshu He, Dajun X.* Optimal Trajectory Analysis of Hypersonic Boost-Glide Waverider with Heat Load Constraint // Aircraft Engineering and Aerospace Technology: An International Journal. 2015. V. 87. No. 1. pp. 67-78.
82. *Maxwell J.R.* Shapeable Hypersonic Waverider Entry Vehicles // AIAA Paper 2017-4880. 2017. pp. 1-14.
83. *Ferguson F., Dasque N., Dhanasar M., Blankson I.M.* Waverider Design and Analysis // AIAA Paper 2015-3508. 2015. pp. 1-15.
84. *Ding F., Liu J., Shen C.-b., Huang W., Liu Z., Chen S.-h.* An Overview of Waverider Design Concept in Airframe/Inlet Integration Methodology for Air-Breathing Hypersonic Vehicles // Acta Astronautica. 2018. S0094-5765(18)30788-4. 62 P.
85. *Phoenix A.A., Maxwell J.R., Goodwin G.B.* Morphing High-Temperature Surfaces for Shapeable Hypersonic Waverider Vehicles // Proceedings of the ASME 2017 Conference on Smart Materials, Adaptive Structures and Intelligent Systems SMASIS2017 September 18-20, 2017, Snowbird, UT, USA. 2017. pp. 1-9.
86. *Anderson J.D.* Modern Compressible Flow. McGraw-Hill, 2003. 776 p.

87. *Flower J.W.* Configurations for High Supersonic Speeds Derived from Simple Shock-Waves and Expansions // *J. of the Roy. Aer. Soc.* 2003. Vol 67. pp. 287-290.
88. *Winslow A.M.* Numerical Solution of the Quasi-Linear Poisson Equation in a Non-Uniform Triangular Mesh // *Journal of Computational Physics.* 1966. Vol 2. pp. 149-172.
89. *Годунов С.К., Прокопов Г.П.* Об использовании подвижных сеток в газодинамических расчетах // *Ж. Выч. матем. и матем. физ.* 1972. Т. 12, № 2, 429–440 С.
90. *Thompson J.F., Thames F.C., Mastin C.W.* Boundary-Fitted Curvilinear Coordinate Systems for Solution of Partial Differential Equations on Fields Containing Any Number of Arbitrary Two-Dimensional Bodies // *NASA CR–2729 IEEE.* 1977.
91. *Thompson J.F.* A General Three-Dimensional Elliptic Grid Generation System Generation on a Composite Block Structure // *Comp. Meth. In App. Mech. and Eng.* No 64. 1987. pp. 377-411.
92. *Soni B.K.* Two- and Three-Dimensional Grid Generation for Internal Flow Applications of Computational Fluid Dynamics // *AIAA Paper 85-1526.* 1985. pp. 351-359.
93. *Soni B.K.* Grid Generation for Internal Flow Configurations // *Computers Math. Applic.* 1992. Vol. 24. No. 5/6. pp. 191-201.
94. *Spekreijse S.P.* Elliptic Grid Generation Based on Laplace Equations and Algebraic Transformations // *J. of Comp. Phys.* 1995. No. 118. pp. 38-61.
95. *Castillio J.E.* Mathematical aspects of numerical grid generation // *Frontiers in applied mathematics.* 1991. 172 p.
96. *White J.A.* Elliptic Grid Generation with Orthogonality and Spacing Control on an Arbitrary Number of Boundaries // *AIAA Paper 90-1568.* 1990. pp. 1-14.
97. *Soni B.K.* Elliptic Grid Generation System: Control Functions Revisited–I // *Applied Mathematics and Computation.* 1993. No. 59. pp. 151-163.

98. *Villamizar V., Acosta S.C.* Elliptic Grids with Nearly Uniform Cell Area and Line Spacing // *Electronic Transactions on Numerical Analysis*. 2009. Vol. 34. pp. 59-75.
99. *Knupp P.M.* Jacobian-Weighted Elliptic Grid Generation. *SIAM J. Sci. Comput.* 1996. Vol. 17. No. 6. pp. 1475-1490.
100. *Niederdrenk P., Brodersen O.* Elliptic Grid Control on a Discrete Level. 7 P.
101. *Kania L.* Elliptic Adaptive Grid Generation and Area Equidistribution. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*. 1999. No. 30: pp. 481-491
102. *Soni B.K., Koomullih R., Thompson D.S., Thornburg H.* Solution Adaptive Grid Strategies Based on Point Redistribution. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 2000. No. 189. pp. 1183-1204.
103. *Brown K.G.* Adaptive Grid Generation for Numerical Solution of Partial Differential Equations. *AFIT/GAE/AA/83D-3*. 1983. 79 P.
104. *Weatherhill P., Thompson J.F., Soni B.K.* Handbook of grid generation. C.R.C. Press, 1999.
105. *Nakamura S.* Marching Grid Generation Using Parabolic Partial Differential Equations in Numerical Generation of Curvilinear Coordinate Systems, Elsevier/North Holland
106. *Edwards T.A.* Noniterative Three-Dimensional Grid Generation Using Parabolic Partial Differential Equations // *AIAA Paper 85-0485*. 1985. pp. 1-9.
107. *Крылов А.А., Михалин В.А., Савельев А.Д.* Опыт применения параболического генератора сеток в задачах вычислительной газовой динамики // *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.* 2003. Том 43. № 7. 1096-1106 с.
108. *Steger J.L., Chaussee D.S.* Generation of Body-Fitted Coordinates Using Hyperbolic Partial Differential Equations // *SIAM J. Sci. Stat. Comput.* 1980. Vol. 1. No. 4. pp. 431-437.

109. *Steger J.L.* Generation of Three-Dimensional Body-Fitted Grids by Solving Hyperbolic Partial Differential Equations. // NASA Technical Memorandum 101069. 1989. pp. 1-12.
110. *Dinçgez U.C., Aksel M.H., Çete R.* Two-dimensional Hyperbolic Grid Generation // Advances in Modelling and Analysis A. 2014. pp. 1-21.
111. *Brakhage K.-H., Muller S.* Algebraic–hyperbolic grid generation with precise control of intersection of angles // Int. J. Numer. Meth. Fluids. 2000. No. 33. pp. 89-123.
112. *Chan W.M.* Enhancements of a Three-Dimensional Hyperbolic Grid Generation Scheme // Applied Mathematics and Computation. 1992. No. 51. pp. 181-205.
113. *Kinsey D.W., Barth T.J.* Description of a Hyperbolic Grid Generation Procedure for Arbitrary Two-Dimensional Bodies. AFWAL-TM-84-191-FIMM. 1984. 53 P.
114. *Nakamura S., Suzuki M.* Noniterative Three-Dimensional Grid Generation Using a Parabolic-Hyperbolic Hybrid Scheme // AIAA Paper 87-0277. 1987. pp. 1-7.
115. *Seki R.* Efficient Grid Generation // NASA-CR-185034. 1987. 126 P.
116. *Alter S.J., Cheatwood F.M.* Elliptic Volume Grid Generation for Viscous CFD Parametric Design Studies // AIAA Paper 96-1999. 1996. pp. 1-10
117. *Alter S.J., Weilmuenster K.J.* Single Block Three-Dimensional Volume Grids about Complex Aerodynamic Vehicles // NASA TM-108986. 1993. 52 P.
118. *Alter S.J.* Complex Volume Grid Generation Through the Use of Grid Reusability // AIAA Paper 97-1987. 1987. pp. 1-9
119. *Ворожцов Е.В.* Разностные методы решения задач механики сплошных сред: Учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ. 1998. 86 с.

120. *Gordon W.J., Hall Ch.A.* Transfinite Element Methods: Blending-Function Interpolation over Arbitrary Curved Element Domains // Numer. Math. 1973. No. 21. pp. 109-129.
121. *Hsu K., Lee S.L.* A Numerical Technique for Two-Dimensional Grid Generation with Grid Control at All of the Boundaries // Journal of Computational Physics. 1991. No. 96. pp. 451-469.
122. *Sorenson R.L.* Three-Dimensional Elliptic Grid Generation about Fighter Aircraft for Zonal Finite-Difference Computations // AIAA Paper 86-0429. 1986. pp. 1-8
123. *Суржиков С.Т.* Физическая механика газовых разрядов. – М: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2006. 640 с.
124. *Волков К.Н.* Применение метода контрольного объема для решения задач механики жидкости и газа на неструктурированных сетках // Вычислительные методы и программирование. 2005. Том 6. 43-60.
125. *Волков К.Н., Емельянов В.Н.* Методы ускорения газодинамических расчетов на неструктурированных сетках. – М.: ФИЗМАТЛИТ. 2014. 536 с.
126. *Волков К.Н.* Конечно-объемная дискретизация уравнений Навье–Стокса на неструктурированной сетке при помощи разностных схем повышенной разрешающей способности // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2008. Том 48. № 7. с. 1250-1273.
127. *Morgan K., Peraire J., Peiro J., Hassan O.* The Computation of Three-Dimensional Flows Using Unstructured Grids // Comp. Meth. In App. Mech. and Eng. 1991. No. 87. pp. 335-352.
128. *Bibb K.L., Peraire J., Riley C.J.* Hypersonic Flow Computations on Unstructured Meshes // AIAA Paper 97-0625. 1997. pp. 1-12.
129. *Barth, T.J.* Numerical Aspects of Computing Viscous High Reynolds Number Flows on Unstructured Meshes. AIAA Paper 91-0721. 1991.
130. *Kroner D., Rokyta M.* Convergence of upwind finite volume schemes on unstructured grids for scalar conservation laws in two dimensions // SIAMJ. Numer. Anal. 1994. Vol. 2. No 31. pp. 324-343.

131. *Ewans M.W., Harlow F.H.* The Particle-In-Cell Method for Hydrodynamic Calculations // Los Alamos Scientific Lab. Rept. 1957. 76 P.
132. *Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М.* Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982. – 392 с.
133. *Марчук Г.И.* Методы расщепления. М.: Наука, 1988. – 263 с.
134. *Ковеня В.М., Яненко Н.Н.* Метод расщепления в задачах газовой динамики. М.: Наука, 1981. – 304 с.
135. *Железнякова А.Л., Суржигов С.Т.* Численное моделирование гиперзвукового обтекания модели летательного аппарата Х-43 // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2011. Т. 11. <http://chemphys.edu.ru/issues/2011-11/articles/191/>
136. *Железнякова А.Л.* Численное моделирование внешнего гиперзвукового обтекания модели летательного аппарата Х-51 // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2014. Т. 15, вып. 2. <http://chemphys.edu.ru/issues/2014-15-2/articles/218/>
137. *Железнякова А.Л., Суржигов С.Т.* Расчет гиперзвукового обтекания тел сложной формы на неструктурированных тетраэдральных сетках с использованием схемы AUSM // ТВТ. 2014. том 52. выпуск 2. С. 283–293
138. *Yatsukhno D.S.* Application of the finite volume method for the standard ballistic model aerodynamics calculations // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. Vol. 1250. No. 012011. 10 P.
139. *Железнякова А.Л.* Анализ эффективности современных численных схем решения задачи о распаде произвольного разрыва в рамках метода расщепления по физическим процессам для расчета гиперзвуковых течений // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2014. Т.15, вып. 5. <http://chemphys.edu.ru/issues/2014-15-5/articles/255/>
140. *Железнякова А.Л.* Повышение порядка точности численных схем приближенного решения задачи о распаде произвольного разрыва в рамках TVD концепции для моделирования гиперзвуковых течений // Физико-

химическая кинетика в газовой динамике. 2015. Т.16, вып. 2.
<http://chemphys.edu.ru/issues/2015-16-2/articles/532/>

141. *Jentry R.A., Martin R.E., Daly B.J.* An Eulerian Differencing Method for Unsteady Compressible Flow Problems // *J. Comput. Phys.* 1966. Vol. 1. No. 1. pp. 87–118.
142. *Liou M.-S., Steffen C.J. Jr.* A New Flux Splitting Scheme // *J. of Computational Physics.* 1991. Vol. 107. pp. 23-39.
143. *Liou M.-S.* A Sequel to AUSM: AUSM+ // *J. of Computational Physics.* 1996. Vol. 129. pp. 364-382.
144. *Surzhikov S.T.* Validation of computational code UST3D by the example of experimental aerodynamic data // *Journal of Physics: Conference Series.* 2017. Vol. 815. No 1.
145. *Яцухно Д.С., Суржииков С.Т.* Метод расщепления по физическим процессам в задаче моделирования обтекания перспективного высокоскоростного летательного аппарата // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Машиностроение».* 2018. № 1. С. 20-33.
146. *Yatsukhno D.S.* Numerical simulation of the flow over a hypersonic waverider using the method for splitting into physical processes // *J. of Physics: Conf. Series.* 2017. Vol. 815. No. 012022.
147. *Yatsukhno D.S.* Computational study of the waverider aerothermodynamics by the UST3D computer code // *J. of Physics: Conf. Series.* 2018. Vol. 1009. No. 012002.
148. *Kryuchkova A.S.* Development and testing of non-viscid solver based on UST3D programming code // *J. of Physics: Conf. Series.* 2019. Vol. 1250. No. 012009.
149. *Surzhikov S.T.* Comparative Analysis of the Results of Aerodynamic Calculation of a Spherical Blunted Cone on a Structured and Unstructured Grid // *Journal of Physics: Conference Series.* 2019. Vol. 1250. No 012007.

150. *Knight D.* Survey of Aerodynamic Drag Reduction at High Speed by Energy Deposition // *Journal of Propulsion and Power*. 2008. Vol. 24. No. 6. pp. 1153-1167.
151. *Борисов В. Е., Луцкий А. Е.* Моделирование течений в воздухозаборнике ПВРД//Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2015. Т.16, вып. 1. <http://chemphys.edu.ru/issues/2015-16-1/articles/530/>
152. *Elias P.-Q. and etc.* Experimental Investigation of Linear Energy Deposition Using Femtosecond Laser Filamentation in a M=3 Supersonic Flow // *AIAA Paper 2018-4896*. 2018. pp. 1-18.
153. *Ханхасаева Я. В., Борисов В. Е., Луцкий А. Е.* Энергетическое воздействие на обтекание гиперзвуковых летательных аппаратов//Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2016. Т.17, вып. 4. <http://chemphys.edu.ru/issues/2016-17-4/articles/646/>
154. *Chen Y.-K., Henline W.D., Tauber M.E.* Mars Pathfinder Trajectory Based Heating and Ablation Calculations // *Journal of Spacecraft and Rockets*. 1995. Vol. 32. No. 2. pp. 225-230.
155. *Chen, Y.-K., Henline, W. D.* Analysis of Hypersonic Arcjet Flow Fields and Surface Heating of Blunt Bodies // *AIAA Paper 93-0272*. 1993. 11 p.
156. *Milos F.S., Chen Y.K., Gongdon W.M. et al.* Mars Pathfinder Entry Temperature Data, Aerothermal Heating, and Heatshield Material Response // *Journal of Spacecraft and Rockets*. 1999. V.36. No.3. pp.380-391.
157. *Mitcheltree R.A., Gnoffo P.A.* Wake Flow about the Mars Pathfinder Entry Vehicle // *Journal of Spacecraft and Rockets*. 1995. Vol. 32, No. 5. pp. 771-776.
158. *Gnoffo P A., Gupta R.N., Shinn, J.L.* Conservation Equations and Physical Models for Hypersonic Air Flows in Thermal and Chemical Nonequilibrium // *NASA TP-2867*. 1989.
159. *Wright M.J., Olejniczak J., Brown J.L., Hornung, H.G., Edquist K.T.* Modeling of Shock Tunnel Aeroheating Data on the Mars Science Laboratory Aeroshell // *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*. 2006. Vol. 20, No. 4. pp. 641-651.

160. *Edquist K.T.* Afterbody Heating Predictions for a Mars Science Laboratory Entry Vehicle // AIAA Paper 2005-4817. 2005. 12 p.
161. *Hollis B.R., Collier A.S.* Turbulent Aeroheating Testing of Mars Science Laboratory Entry Vehicle // Journal of Spacecraft and Rockets. 2008. Vol. 45. No. 3. pp. 417-427.
162. *Hollis B.R., Liechty D.S., Wright M.J., Holde, M.S., Wadhams T.P., MacLean, M., Dyakonov, A.* Transition Onset and Turbulent Heating Measurements for the Mars Science Laboratory Entry Vehicle // AIAA Paper 2005-1437. 2005.
163. *Edquist K.T., Hollis B.R., Johnston C.O., Bose D., White T.R., Mahzari, M.* Mars Science Laboratory Heat Shield Aerothermodynamics: Design and Reconstruction // Journal of Spacecraft and Rockets. 2014. Vol. 51. No. 4. 32 p.
164. *Rouzaud O., Omaly P.* ONERA-CNES Activities on TC3 Test Case 3 // Proceedings of the Second International Workshop on Radiation of High Temperature Gases in Atmospheric Entry. 6-8 Sept., 2006. Rome, Italy. ESA SP-629. November 2006. (on CD).
165. *Omaly P., Dieudonne W., Spel M.* Synthesis And Analysis for Test Case 3 Second International Workshop on Radiation Of High Temperature Gas in Planetary Atmosphere Entry // Proceedings of the International Workshop on Radiation of High Temperature Gases in Atmospheric Entry. Part II. 30 Sept.-1 Oct. 2005. Porquerolles, France. ESA SP-583. May 2005. pp. 81-89.
166. *Surzhikov S.T.* TC3: Convective and Radiative Heating of MSRO for Simplest Kinetic Models // Proc. HTGR Workshop ESA SP-583. 2005. pp.55-62.
167. *Park C.* Review of Chemical-Kinetic Problems of Future NASA Missions, I: Earth Entries // Journal of Thermophysics and Heat Transfer. 1993. Vol. 15. No.3. pp. 385-398.
168. *Surzhikov S.T.* TC3: Convective and Radiative Heating of MSRO, Predicted by Different Kinetic Models // Proc. 2nd HTGR Workshop. ESA SP-629. 2006. 13 p.

169. *Surzhikov S.T.* Numerical Simulation of Heat Generation by Entering Space Vehicle // AIAA Paper 2004-2379. 2004. 11 p.
170. *Surzhikov S., Omalý P.* MSRO convective and radiative heating // AIAA Paper 08-1274. 2008. 43 p.
171. *Суржиков С.Т.* Тепловое излучение газов и плазмы. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2004. 544 с.
172. *Andrienko D.A., Surzhikov S.T.* Radiative Heating of Martian Space Vehicle at Crucial Points of Trajectory // AIAA Paper 2011-0246. 2011. 14 p.
173. *Surzhikov S.T.* 2D CFD/RGD Model of Space Vehicles // Proceedings of the 1st International Workshop on Radiation of High Temperature Gases in Atmospheric Entry; 8–10 October 2003, Lisbon, Portugal. ESA-533. 2003. pp. 95-102.
174. *Andrienko D.A., Surzhikov S.T., Shang J.S.* Three-Dimensional Radiative Heating of Descent Space Vehicle Based on Spherical Harmonics Method with Unstructured Grid // AIAA Paper 2012-0653. 2012. 20 p.
175. *Surzhikov S.T.* Computing System for Mathematical Simulation of Selective Radiation Transfer // AIAA Paper 00-2369. 2000. 15 p.
176. *Surzhikov S.T.* Computing System for Solving Radiative Gasdynamic Problems of Entry and Reentry Space Vehicles // Proc. of the 1st Int. Workshop on Radiation of High Temperature Gases in Atmospheric Entry. 8–10 October, 2003. Lisbon. Portugal. ESA-SP 533.8 p.
177. *Surzhikov S.T.* Database of Atomic Lines for Radiative Gas Dynamic Models // AIAA Paper 2002-2898. 2002. 11 p.
178. *Суржиков С.Т.* Оптические свойства. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2004. 544 с.
179. *Surzhikov S.T.* Study of Convective Heating of Segmental-Conical Martian Descent Vehicle in Shock Wind Tunnel // AIAA Paper 2004-2634. 2004. 11 p.

180. *Surzhikov S.T.* Radiative Convective Heat Transfer of a Spherically Shaped Space Vehicle in Carbon Dioxide // High Temperature. 2011. Vol. 49. No. 1. pp. 92–107.
181. *Surzhikov S.T., Rouzaud O., Soubrie T. Gorelov V., Kireev A.* Prediction of Non-Equilibrium and Equilibrium Radiation for Re-Entry Conditions // AIAA Paper 2006-1188. 2006. 11 p.
182. *Surzhikov S.T., Shang J.S.* Radiative Aerothermodynamics of Entry Probes in Martian and Earth Atmospheres // 7th European Aerothermodynamics Symposium on Space Vehicle. 9-12 May 2011. Bruges, Belgium. 8 p.
183. *Surzhikov S.T.* Three-Dimensional Computer Model of Nonequilibrium Aerophysics of the Spacecraft Entering in the Martian Atmosphere // High Temperature. 2011. Vol. 46. No. 3. pp. 490–503.
184. *Surzhikov S.T.* Radiation Gas Dynamics of Martian Space Vehicles // Doklady Physics. 2012. Vol. 57. No. 3. pp. 119–124.
185. *Surzhikov S.T.* Comparative Analysis of Radiative Aerothermodynamics of Martian Entry Probes // AIAA Paper 2012-2867. 2012. 39 p.
186. *Surzhikov S.T.* Radiative Gas Dynamics of MSL at angle of attack // AIAA Paper 2016-0742. 2016. 25 p.
187. *Bessonov O, Yatsukhno D., Surzhikov S., Andrienko D., Annaloro J., Hebert P.-J., Omaly P.* Radiative Gas Dynamics of MSL and Exomars at Angle of Attack in view of Turbulent Heating // AIAA Paper 2018-0982. 2018. 37 p.
188. *Yatsukhno D., Surzhikov S., Andrienko D., Annaloro J., Omaly P.* Different Estimations of the Convective and Radiative Heating for the Martian Entry Probes // AIAA Paper 2019-0973. 2019. 52 p.
189. *Gulhan A., Thiele T., Siebe F., Kronen R., Schleutker T.* Aerothermal Measurements from the Exomars Schiaparelli Capsule Entry // Journal of Spacecraft and Rockets. 2018. pp. 1–14.
190. *Landau L., Teller E.* Zur Theorie der Schalldispersion // Physikailische Zeitschrift der Sowjetunion. 1936. Vol.10. No. 1. pp. 34–43.

191. *Суржиков С.Т.* Компьютерная аэрофизика спускаемых космических аппаратов. Двухмерные модели. М.: Физматлит, 2018. 543 с.
192. *Суржиков С.Т.* Радиационная газовая динамика спускаемых космических аппаратов. Многотемпературные модели. М.: ИПМех РАН. 2013. 706 с.
193. *Herzberg G.* Molecular Spectra and Molecular Structure. Part III: Electronic Spectra and Electronic Structure of Polyatomic Molecules. Moscow: Mir. 1969. 767 p.
194. *Radzig A.A., Smirnov B.M.* Atomic and Molecular Physics Handbook. Moscow: Atomizdat. 1980. 240 p.
195. *Khristenko S.V., Maslov A.I., Shevelko V.P.* Molecules and their spectroscopic properties. Springer Series on Atoms and Plasmas 21. Berlin. Springer. 212 p.
196. *Herzberg G.* The spectra and structures of simple free radicals. Moscow: Mir. 1974. 207 p.
197. *Gurvich L.V., Veitc I.V., Medvedev V.A. et al.* Thermodynamic Properties of Individual Substances. HandBook. Vols. 1-4. Moscow: Nauka. 1978
198. *Bird R.B., Stewart W.E., Lightfoot E.N.* Transport Phenomena // John Wiley & Sons. Inc. 1965.
199. *Wilke C.R.* Chem. Engn. Progr. 1950. Vol.46. pp. 95-104.
200. *Анфимов Н.А.* Ламинарный пограничный слой в многокомпонентной смеси газов // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. 1962. №1. 25–31 с.
201. *Суржиков С.Т.* Пространственная компьютерная модель неравновесной аэрофизики спускаемых марсианских космических аппаратов // Вычислительная механика сплошных сред. 2010. Т. 3. № 4. С. 96–111.
202. *Baldwin B.S., Lomax H.* Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows // AIAA Paper 78–0257. 1978. 8 p.
203. *Луцкий А.Е., Северин А.В.* Простейшая реализация метода пристеночных функций // Препринт ИПМ. 2013. № 38. 25 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение А. Кинетическая модель, включающая 37 химических реакций

		$A_f, \text{ см}^3/(\text{моль}\cdot\text{с})$	n_f	$E_f, \text{ К}$	$A_r, \text{ см}^{3(6)}/(\text{моль}\cdot\text{с})$	n_r	$E_r, \text{ К}$
1	$\text{C}_2+\text{O}=\text{C}+\text{C}+\text{O}$	0.37000E+15	0.00000E+00	0.72566E+05	0.11536E+11	0.10000E+01	0.00000E+00
2	$\text{C}_2+\text{N}_2=\text{C}+\text{C}+\text{N}_2$	0.37000E+15	0.00000E+00	0.72566E+05	0.11536E+11	0.10000E+01	0.00000E+00
3	$\text{C}_2+\text{CO}=\text{C}+\text{C}+\text{CO}$	0.37000E+15	0.00000E+00	0.72566E+05	0.11536E+11	0.10000E+01	0.00000E+00
4	$\text{C}_2+\text{CO}_2=\text{C}+\text{C}+\text{CO}_2$	0.37000E+15	0.00000E+00	0.72566E+05	0.11536E+11	0.10000E+01	0.00000E+00
5	$\text{N}_2+\text{O}=\text{N}+\text{N}+\text{O}$	0.30000E+23	-0.16000E+01	0.11390E+06	0.31440E+18	-0.60000E+00	0.00000E+00
6	$\text{N}_2+\text{N}_2=\text{N}+\text{N}+\text{N}_2$	0.70000E+22	-0.16000E+01	0.11390E+06	0.73359E+17	-0.60000E+00	0.00000E+00
7	$\text{N}_2+\text{CO}=\text{N}+\text{N}+\text{CO}$	0.70000E+22	-0.16000E+01	0.11390E+06	0.73359E+17	-0.60000E+00	0.00000E+00
8	$\text{N}_2+\text{CO}_2=\text{N}+\text{N}+\text{CO}_2$	0.70000E+22	-0.16000E+01	0.11390E+06	0.73359E+17	-0.60000E+00	0.00000E+00
9	$\text{O}_2+\text{O}=\text{O}+\text{O}+\text{O}$	0.10000E+23	-0.15000E+01	0.60040E+05	0.13185E+18	-0.50000E+00	0.00000E+00
10	$\text{O}_2+\text{N}_2=\text{O}+\text{O}+\text{N}_2$	0.20000E+22	-0.15000E+01	0.60040E+05	0.26370E+17	-0.50000E+00	0.00000E+00
11	$\text{O}_2+\text{CO}=\text{O}+\text{O}+\text{CO}$	0.20000E+22	-0.15000E+01	0.60040E+05	0.26370E+17	-0.50000E+00	0.00000E+00
12	$\text{O}_2+\text{CO}_2=\text{O}+\text{O}+\text{CO}_2$	0.20000E+22	-0.15000E+01	0.60040E+05	0.26370E+17	-0.50000E+00	0.00000E+00
13	$\text{CN}+\text{O}=\text{C}+\text{N}+\text{O}$	0.25000E+15	0.00000E+00	0.90229E+05	0.84652E+10	0.10000E+01	0.00000E+00
14	$\text{CN}+\text{N}_2=\text{C}+\text{N}+\text{N}_2$	0.25000E+15	0.00000E+00	0.90229E+05	0.84652E+10	0.10000E+01	0.00000E+00
15	$\text{CN}+\text{CO}=\text{C}+\text{N}+\text{CO}$	0.25000E+15	0.00000E+00	0.90229E+05	0.84652E+10	0.10000E+01	0.00000E+00
16	$\text{CN}+\text{CO}_2=\text{C}+\text{N}+\text{CO}_2$	0.25000E+15	0.00000E+00	0.90229E+05	0.84652E+10	0.10000E+01	0.00000E+00
17	$\text{CO}+\text{O}=\text{C}+\text{O}+\text{O}$	0.34000E+21	-0.10000E+01	0.12962E+06	0.18855E+16	0.00000E+00	0.00000E+00
18	$\text{CO}+\text{N}_2=\text{C}+\text{O}+\text{N}_2$	0.23000E+21	-0.10000E+01	0.12962E+06	0.12755E+16	0.00000E+00	0.00000E+00
19	$\text{CO}+\text{CO}=\text{C}+\text{O}+\text{CO}$	0.23000E+21	-0.10000E+01	0.12962E+06	0.12755E+16	0.00000E+00	0.00000E+00
20	$\text{CO}+\text{CO}_2=\text{C}+\text{O}+\text{CO}_2$	0.23000E+21	-0.10000E+01	0.12962E+06	0.12755E+16	0.00000E+00	0.00000E+00
21	$\text{NO}+\text{O}=\text{N}+\text{O}+\text{O}$	0.11000E+18	0.00000E+00	0.76009E+05	0.56049E+13	0.10000E+01	0.00000E+00
22	$\text{NO}+\text{N}_2=\text{N}+\text{O}+\text{N}_2$	0.50000E+16	0.00000E+00	0.76009E+05	0.25477E+12	0.10000E+01	0.00000E+00
23	$\text{NO}+\text{CO}=\text{N}+\text{O}+\text{CO}$	0.50000E+16	0.00000E+00	0.76009E+05	0.25477E+12	0.10000E+01	0.00000E+00
24	$\text{NO}+\text{CO}_2=\text{N}+\text{O}+\text{CO}_2$	0.11000E+18	0.00000E+00	0.76009E+05	0.56049E+13	0.10000E+01	0.00000E+00
25	$\text{CO}_2+\text{O}=\text{CO}+\text{O}+\text{O}$	0.14000E+23	-0.15000E+01	0.63864E+05	0.28359E+17	-0.50000E+00	0.00000E+00
26	$\text{CO}_2+\text{N}_2=\text{CO}+\text{O}+\text{N}_2$	0.69000E+22	-0.15000E+01	0.63864E+05	0.13977E+17	-0.50000E+00	0.00000E+00
27	$\text{CO}_2+\text{CO}=\text{CO}+\text{O}+\text{CO}$	0.69000E+22	-0.15000E+01	0.63864E+05	0.13977E+17	-0.50000E+00	0.00000E+00
28	$\text{CO}_2+\text{CO}_2=\text{CO}+\text{O}+\text{CO}_2$	0.69000E+22	-0.15000E+01	0.63864E+05	0.13977E+17	-0.50000E+00	0.00000E+00
29	$\text{NO}+\text{O}=\text{O}_2+\text{N}$	0.84000E+13	0.00000E+00	0.19450E+05	0.32462E+14	0.00000E+00	0.34809E+04

		$A_f, \text{см}^3/(\text{моль}\cdot\text{с})$	n_f	$E_f, \text{К}$	$A_r, \text{см}^{3(6)}/(\text{моль}\cdot\text{с})$	n_r	$E_r, \text{К}$
30	$\text{N}_2+\text{O}=\text{NO}+\text{N}$	0.64000E+18	-0.10000E+01	0.38370E+05	0.13163E+18	-0.10000E+01	0.47427E+03
31	$\text{CO}+\text{O}=\text{O}_2+\text{C}$	0.39000E+14	-0.18000E+00	0.69583E+05	0.16403E+14	-0.18000E+00	0.00000E+00
32	$\text{CO}+\text{C}=\text{C}_2+\text{O}$	0.20000E+18	-0.10000E+01	0.58000E+05	0.35573E+17	-0.10000E+01	0.94303E+03
33	$\text{CO}+\text{N}=\text{CN}+\text{O}$	0.10000E+15	0.00000E+00	0.39393E+05	0.16378E+14	0.00000E+00	0.00000E+00
34	$\text{N}_2+\text{C}=\text{CN}+\text{N}$	0.11000E+15	-0.11000E+00	0.23675E+05	0.34045E+14	-0.11000E+00	0.00000E+00
35	$\text{CN}+\text{O}=\text{NO}+\text{C}$	0.16000E+14	0.10000E+00	0.14600E+05	0.10633E+14	0.10000E+00	0.37952E+03
36	$\text{CN}+\text{C}=\text{C}_2+\text{N}$	0.50000E+14	0.00000E+00	0.17664E+05	0.54301E+14	0.00000E+00	0.00000E+00
37	$\text{CO}_2+\text{O}=\text{CO}+\text{O}_2$	0.21000E+14	0.00000E+00	0.27800E+05	0.32263E+13	0.00000E+00	0.23976E+05

Приложение Б. Кинетическая модель, включающая 28 химических реакций

		$A_f, \text{см}^3/(\text{моль}\cdot\text{с})$	n_f	$E_f, \text{К}$	$A_r, \text{см}^{3(6)}/(\text{моль}\cdot\text{с})$	n_r	$E_r, \text{К}$
1	$\text{C}_2+\text{C}=\text{C}+\text{C}+\text{C}$	0.37000E+15	0.00000E+00	0.69900E+05	0.11684E+11	0.10000E+01	0.00000E+00
2	$\text{C}_2+\text{O}=\text{C}+\text{C}+\text{O}$	0.37000E+15	0.00000E+00	0.69900E+05	0.11684E+11	0.10000E+01	0.00000E+00
3	$\text{C}_2+\text{C}_2=\text{C}+\text{C}+\text{C}_2$	0.37000E+15	0.00000E+00	0.69900E+05	0.11684E+11	0.10000E+01	0.00000E+00
4	$\text{C}_2+\text{O}_2=\text{C}+\text{C}+\text{O}_2$	0.37000E+15	0.00000E+00	0.69900E+05	0.11684E+11	0.10000E+01	0.00000E+00
5	$\text{C}_2+\text{CO}=\text{C}+\text{C}+\text{CO}$	0.37000E+15	0.00000E+00	0.69900E+05	0.11684E+11	0.10000E+01	0.00000E+00
6	$\text{C}_2+\text{CO}_2=\text{C}+\text{C}+\text{CO}_2$	0.37000E+15	0.00000E+00	0.69900E+05	0.11684E+11	0.10000E+01	0.00000E+00
7	$\text{O}_2+\text{C}=\text{O}+\text{O}+\text{C}$	0.10000E+23	-0.15000E+01	0.59750E+05	0.13353E+18	-0.50000E+00	0.00000E+00
8	$\text{O}_2+\text{O}=\text{O}+\text{O}+\text{O}$	0.10000E+23	-0.15000E+01	0.59750E+05	0.13353E+18	-0.50000E+00	0.00000E+00
9	$\text{O}_2+\text{C}_2=\text{O}+\text{O}+\text{C}_2$	0.20000E+22	-0.15000E+01	0.59750E+05	0.26705E+17	-0.50000E+00	0.00000E+00
10	$\text{O}_2+\text{O}_2=\text{O}+\text{O}+\text{O}_2$	0.20000E+22	-0.15000E+01	0.59750E+05	0.26705E+17	-0.50000E+00	0.00000E+00
11	$\text{O}_2+\text{CO}=\text{O}+\text{O}+\text{CO}$	0.20000E+22	-0.15000E+01	0.59750E+05	0.26705E+17	-0.50000E+00	0.00000E+00
12	$\text{O}_2+\text{CO}_2=\text{O}+\text{O}+\text{CO}_2$	0.20000E+22	-0.15000E+01	0.59750E+05	0.26705E+17	-0.50000E+00	0.00000E+00
13	$\text{CO}+\text{C}=\text{C}+\text{O}+\text{C}$	0.34000E+21	-0.10000E+01	0.12900E+06	0.19091E+16	0.00000E+00	0.00000E+00
14	$\text{CO}+\text{O}=\text{C}+\text{O}+\text{O}$	0.34000E+21	-0.10000E+01	0.12900E+06	0.19091E+16	0.00000E+00	0.00000E+00
15	$\text{CO}+\text{C}_2=\text{C}+\text{O}+\text{C}_2$	0.23000E+20	-0.10000E+01	0.12900E+06	0.12915E+15	0.00000E+00	0.00000E+00
16	$\text{CO}+\text{O}_2=\text{C}+\text{O}+\text{O}_2$	0.23000E+20	-0.10000E+01	0.12900E+06	0.12915E+15	0.00000E+00	0.00000E+00
17	$\text{CO}+\text{CO}=\text{C}+\text{O}+\text{CO}$	0.23000E+20	-0.10000E+01	0.12900E+06	0.12915E+15	0.00000E+00	0.00000E+00
18	$\text{CO}+\text{CO}_2=\text{C}+\text{O}+\text{CO}_2$	0.23000E+20	-0.10000E+01	0.12900E+06	0.12915E+15	0.00000E+00	0.00000E+00
19	$\text{CO}_2+\text{C}=\text{CO}+\text{O}+\text{C}$	0.14000E+23	-0.15000E+01	0.63275E+05	0.28709E+17	-0.50000E+00	0.00000E+00
20	$\text{CO}_2+\text{O}=\text{CO}+\text{O}+\text{O}$	0.14000E+23	-0.15000E+01	0.63275E+05	0.28709E+17	-0.50000E+00	0.00000E+00
21	$\text{CO}_2+\text{C}_2=\text{CO}+\text{O}+\text{C}_2$	0.69000E+22	-0.15000E+01	0.63275E+05	0.14150E+17	-0.50000E+00	0.00000E+00
22	$\text{CO}_2+\text{O}_2=\text{CO}+\text{O}+\text{O}_2$	0.69000E+22	-0.15000E+01	0.63275E+05	0.14150E+17	-0.50000E+00	0.00000E+00
23	$\text{CO}_2+\text{CO}=\text{CO}+\text{O}+\text{CO}$	0.69000E+22	-0.15000E+01	0.63275E+05	0.14150E+17	-0.50000E+00	0.00000E+00
24	$\text{CO}_2+\text{CO}_2=\text{CO}+\text{O}+\text{CO}_2$	0.69000E+22	-0.15000E+01	0.63275E+05	0.14150E+17	-0.50000E+00	0.00000E+00
25	$\text{CO}+\text{O}=\text{O}_2+\text{C}$	0.39000E+14	-0.18000E+00	0.69200E+05	0.16401E+14	-0.18000E+00	0.00000E+00
26	$\text{CO}+\text{C}=\text{C}_2+\text{O}$	0.20000E+18	-0.10000E+01	0.58000E+05	0.35562E+17	-0.10000E+01	0.93274E+03
27	$\text{CO}_2+\text{O}=\text{CO}+\text{O}_2$	0.21000E+14	0.00000E+00	0.27800E+05	0.32252E+13	0.00000E+00	0.23975E+05
28	$\text{CO}+\text{CO}=\text{CO}_2+\text{C}$	0.23000E+10	0.50000E+00	0.65710E+05	0.62978E+10	0.50000E+00	0.00000E+00