ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОУПРУГОЙ СРЕДЫ МАКСВЕЛЛА ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ

С.В. Мелешко [1], Н.П. Мошкин [2,3], В.В. Пухначев [2,3]

В докладе рассматривается плоское движение несжимаемой вязкоупругой среды Максвелла в полуплоскости $y>0$, ограниченной твердой непроницаемой стенкой; на ней ставятся условия прилипания. Среда характеризуется постоянными временем релаксации $\tau>0$, плотностью и вязкостью. В качестве объективной производной в реологическом соотношении выбирается верхняя конвективная производная [1].

Система уравнений движения состоит из шести квазилинейных дифференциальных уравнений 1-го порядка, имеющей как вещественные, так и комплексные характеристики [2]. Неизвестными функциями являются горизонтальная u и вертикальная v компоненты скорости, давление p и элементы тензора вязкоупругих напряжений $S_{xx}=A, S_{xy}=S_{yx}=B,$ $S_{yy}=C$. Указанная система допускает двухпараметрическую группу операторов переноса и галилеева переноса по оси x. Ей соответствует частично инвариантное решение ранга 2 с полем скоростей $u=xf_y(y,t), v=-f(y,t)$. На его основе строятся более сложные решения, описываемые системой квазилинейных уравнений составного типа.

Полностью описан подкласс решений данного вида, описывающий стационарные движения. Основным здесь является случай, когда функция A не зависит от x, функция B линейна, а функции p и C квадратичны по x. Соответствующее решение описывает течение среды Максвелла вблизи критической точки $x=y=0$. При $y\to\infty$ течение сопрягается с потенциальным потоком $u=kx, v=-ky$ ($k=const>0$). При $\tau\to 0$ решение переходит в классическое решение Хименца [3], описывающее течение вязкой жидкости. Выполнены расчеты полей скорости и напряжений в широком диапазоне значений параметра $\lambda=k\tau$. Значение $\lambda=1/2$ является особым: $A\to\infty$ при $y\to\infty$.

В нестационарной задаче найдены частные решения переопределенной системы уравнений. Наиболее важен случай с указанной выше зависимостью искомых функций от x. Система определяющих уравнений после перехода к лагранжевым координатам сводится к слабо нелинейной гиперболической системе и квадратуре. Данная система обладает двумя «звуковыми» характеристиками, которым соответствуют волны сдвига, и трехкратную траекторную характеристику. Изучены слабые разрывы ее решений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Астарита Дж., Марручи Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей. М.: Мир, 1978. 312 с.
2. Пухначев В.В. Математическая модель несжимаемой вязкоупругой среды Максвелла. ПМТФ. 2010. Т. 51, № 4. С. 116-126.
3. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.

---

[1] Технический университет Суранари, Након-Ратчасима, Таиланд

[2] Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия

[3] Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия