

## **ПРОГРАММА**

вступительных экзаменов в аспирантуру Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук (ИПМех РАН)

### **1. Общая часть**

1.1. Программа вступительных экзаменов в аспирантуру ИПМех РАН определяет основные темы, основную и дополнительную учебную литературу для подготовки к вступительным испытаниям по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика в аспирантуре ИПМех РАН.

1.2. Настоящая программа разработана в соответствии со следующими нормативными документами:

- Паспорт научной специальности 01.02.01 Теоретическая механика, разработанный экспертным советом Высшей аттестационной комиссии Министерства в связи с утверждением приказом Минобрнауки России от 25 февраля 2009 г. N 59 Номенклатуры специальностей научных работников (ред. от 20.02.2015);
- Паспорт научной специальности 01.02.04 Механика деформируемого твердого тела, разработанный экспертным советом Высшей аттестационной комиссии Министерства в связи с утверждением приказом Минобрнауки России от 25 февраля 2009 г. N 59 Номенклатуры специальностей научных работников (ред. от 20.02.2015);
- Паспорт научной специальности 01.02.05 Механика жидкости, газа и плазмы, разработанный экспертным советом Высшей аттестационной комиссии Министерства в связи с утверждением приказом Минобрнауки России от 25 февраля 2009 г. N 59 Номенклатуры специальностей научных работников (ред. от 20.02.2015);
- Нормативно-методическими документами Министерства образования и науки Российской Федерации;
- Уставом ИПМех РАН;
- Локальными актами ИПМех РАН;
- Основной образовательной программой в аспирантуре ИПМех РАН.

## **2. Программы вступительных экзаменов в аспирантуру ИПМех РАН по направлению 01.06.01 Математика и механика**

### **2.1. Программа для поступающих в аспирантуру ИПМех РАН по специальности 01.02.01 Теоретическая механика**

#### **Раздел 1. Общая механика**

##### **Вопросы:**

1. Краткий обзор развития основных понятий и представлений в механике.
2. Системы отсчета. Движение и покой. Скорость и ускорение материальной точки. Прямоугольные декартовы системы координат и оси.
3. Плоскопараллельное движение твердого тела. Распределение скоростей и ускорений точек. Мгновенные центры скоростей и ускорений.
4. Движение твердого тела вокруг неподвижной точки. Формула Эйлера.
5. Геометрическое и аналитическое изучение общего случая движения твердого тела. Распределение скоростей и ускорений.
6. Сложное движение материальной точки. Теорема сложения скоростей. Теорема Кориолиса.
7. Понятие силы. Реакции связей. Аксиомы статики.
8. Аналитическая статика. Принцип возможных перемещений. Теорема Лагранжа.
9. Уравнения движения материальной точки. Общие теоремы динамики точки. Первые интегралы.
10. Движение точки в центральном поле сил. Формулы Бине. Движение планет и спутников.
11. Относительное равновесие и движение материальной точки. Силы инерции. Принцип Даламбера.
12. Колебания механических систем. Резонанс. Автоколебания, предельные циклы, сепаратрисы.
13. Общие теоремы динамики системы. Первые интегралы. Теорема Кенига. Принцип Даламбера.
14. Динамические характеристики твердого тела. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Определение опорных реакций. Физический маятник.
15. Плоскопараллельное движение твердого тела.
16. Движение твердого тела вокруг неподвижной точки. Случай Эйлера, Лагранжа и Ковалевской.
17. Общее уравнение динамики. Уравнения Лагранжа.

18. Канонические уравнения. Уравнение Гамильтона-Якоби. Теорема Якоби.
19. Вариационные принципы механики: Гамильтона, Якоби, Гаусса.

#### **Литература:**

1. Маркеев А.П. Теоретическая механика. М.-Ижевск: «Регулярная и хаотическая динамика», 2007.
2. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. М.: Физматлит, 2001.
3. Журавлев В.Ф. Основы теоретической механики. М.: Физматлит, 2008.

### **Раздел 2. Устойчивость движения**

#### **Вопросы:**

1. Устойчивость по Ляпунову. Общие теоремы прямого метода Ляпунова и следствия из них. Теорема Четаева о неустойчивости.
2. Устойчивость равновесия при потенциальных силах. Теорема Лагранжа и ее обращения.

#### **Литература:**

1. Четаев Н.Г. Устойчивость движения. М.: Физматгиз, 1965.
2. Малкин Н.Г. Теория устойчивости движения. М.: Физматгиз, 1965.

### **Раздел 3. Теория оптимального управления**

#### **Вопросы:**

1. Постановка задачи оптимального управления. Принцип максимума. Задача синтеза. Задача с подвижными концами. Принцип максимума для неавтономных систем.
2. Теоремы существования и единственности для линейных оптимальных быстрых действий. Теоремы о числе переключений.
3. Постановка задачи об оптимальных процессах при ограничениях на фазовые координаты.
4. Связь задач оптимального управления с вариационным исчислением.
5. Динамическое программирование. Уравнение Беллмана. Связь с принципом максимума Понтрягина. Приложения.

#### **Литература:**

1. Понтрягин Л.С. и др. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Физматгиз, 1961.
2. Беллман Р. Системы управления с адаптацией. М.: Физматгиз, 1965.

## **Раздел 4. Математические методы в теоретической механике.**

### **Вопросы:**

1. Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными и их приложения в теоретической механике. Канонические формы уравнений с постоянными коэффициентами. Уравнение гиперболического типа. Уравнение поперечных колебаний струн. Уравнения продольных колебаний стержней и струн. Краевые и начальные условия. Задача для неограниченной струны. Формула Даламбера и ее интерпретация. Полуограниченная прямая. Ограниченный отрезок. Метод Фурье.

2. Методы линейной алгебры при численных расчетах задач теоретической механики. Определители. Линейные пространства. Системы линейных уравнений. Линейные формы и линейные операторы и матрицы. Преобразователи координат. Билинейные и квадратичные формы. Евклидовы пространства. Ортогонализация и измерение объемов. Собственные векторы и собственные числа. Квадратичные формы в евклидовом пространстве.

3. Методы функций комплексного переменного при построении решений задач теоретической механики. Конформные отображения. Конформное отображение и его основные свойства. Геометрический смысл производной. Дробно-линейные отображения. Отображения с помощью элементарных функций. Теорема существования и единственности. Связь теории аналитических функций с задачей Дирихле.

4. Основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений, как примеры модельных задач теоретической механики и теории оптимального управления. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Автономные системы. Линейные уравнения с переменными коэффициентами. Устойчивость.

### **Литература:**

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1999.

2. Смирнов В.И. Курс высшей математики. М.: Физматгиз, т. III. 1969.

3. Шилов Г.Е. Введение в теорию линейных пространств. М.-Л.: Гостехтеориздат, 1952.

4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: Наука, 1984.

5. Фукс Б.А., Шабат Б.В. Функции комплексного переменного. М.: Наука, 1964.

6. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1987.

7. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Изд.2, М.: Наука, 1965.
8. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Гостехтеориздат, 1953.
9. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980.
10. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Мир, 1970.

## **2.2. Программа для поступающих в аспирантуру ИПМех РАН по специальности 01.02.04 Механика деформируемого твердого тела**

### **Раздел 1. Теория упругости**

#### **Вопросы:**

1. Теория деформаций. Компоненты малой деформации и их преобразование при повороте. Тензор малых деформаций и его инварианты. Главные деформации. Объемное расширение. Уравнения совместности деформаций. Определение перемещений по компонентам малой деформации.

2. Теория напряжений. Понятие напряжения. Компоненты напряжения и их преобразования при повороте. Тензор напряжения и его инварианты. Главные напряжения. Уравнения равновесия. Закон парности касательных напряжений.

3. Закон Гука. Общий случай линейной зависимости между тензорами напряжений и деформацией. Энергия деформации. Термодинамические условия обратимости. Упругий потенциал. Упругие анизотропные среды. Случай изотропного тела. Упругие константы.

4. Постановка задачи теории упругости. Уравнения теории упругости в перемещениях. Уравнения Бельтрами и постановка задач теории упругости в напряжениях. Общее решение уравнений теории упругости в форме Буссинеска–Галеркина и Папковича–Нейбера. Принцип Сен-Венана.

5. Общие теоремы теории упругости. Теорема об энергии деформации. Принцип минимума потенциальной энергии. Принцип минимума дополнительной работы. Закон взаимности. Теорема единственности и существования решений краевых задач теории упругости. Применение вариационных принципов Лагранжа и Кастильяно для решения задач.

6. Отдельные задачи теории упругости. Кручение и изгиб призматических стержней. Центр изгиба. Приведение задач кручения и изгиба к основным задачам для гармонических функций. Теорема о циркуляции касательных напряжений. Мембранная аналогия. Труба и сфера под действием внутреннего давления.

7. Плоская задача теории упругости. Плоская деформация и обобщенное напряженное состояние. Функция напряжений. Функция Гурса для односвязной и многосвязной области. Краевые условия для основных задач (в форме Колосова–Мусхелишвили). Преобразование уравнений плоской задачи к полярным координатам. Сосредоточенная сила и пара, приложенные в точке упругой плоскости. Применение конформных отображений. Метод Н.И. Мусхелишвили. Сосредоточенная сила, приложенная к некоторой точке границы полуплоскости. Круговой диск под действием сосредоточенных сил, приложенных к контуру.

8. Осесимметрическая задача. Закон Гука и уравнения равновесия в цилиндрических координатах. Сосредоточенная сила в точке неограниченной среды. Задача Буссинеска для полупространства.

9. Элементы теории тонких стержней и пластин. Приближенное уравнение равновесия тонкой упругой пластинки. Изгибающие и крутящие моменты. Граничные условия. Потенциальная энергия изогнутой пластинки. Вариационное уравнение поперечного изгиба пластины.

10. Динамические задачи теории упругости. Потенциалы смещений. Продольные и поперечные волны. Поверхностные волны в однородном упругом полупространстве и слое.

11. Элементы механики разрушения. Модель тела с трещинами. Поля напряжений и смещений в окрестности края трещины в упругом теле. Виды трещин. Энергетический критерий Гриффитса. Коэффициенты интенсивности напряжений. Формулы Ирвина.

12. Контактные задачи. Задача Герца. Контактное взаимодействие абсолютно жесткого штампа и упругой полуплоскости. Взаимодействие упругого тела с жесткой плоскостью. Соударение упругих тел.

### **Основная литература**

1. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 709 с.

2. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975. 576 с.

3. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.

4. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. 712 с.

5. Жермен П. Курс механики сплошной среды. М.: Высш.шк., 1983. 399 с.

6. Горшков А.Г., Старовойтов Э.И., Тарлаковский Д.В. Теория упругости и пластичности. М.: Физматлит, 2002. 416 с.

7. Зубчанинов В.Г. Основы теории упругости и пластичности. М.: Высш. шк., 1990. 368 с.

### **Дополнительная литература**

1. Лурье А.И. Теория упругости. М.: Наука, 1970. 940 с.

2. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. М.: Наука, 1980. 512 с.

3. Съярле Ф. Математическая теория упругости. М.: Мир, 1992.

4. Партон В.З., Перлин П.И. Интегральные уравнения теории упругости. М.: Наука, 1977. 320 с.

5. Партон В.З., Прелин П.И. Методы математической теории упругости. М.: Наука. 1981. 688 с.

6. Бреховских Л.М., Гончаров В.В. Введение в механику сплошных сред (в приложении к теории волн). М.: Наука, 1982. 336 с.

7. Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошной среды. М.: Мир, 1975. 592 с.

8. Marsden J.E., Hughes T.J.R. Mathematical foundations of elasticity. Dover. 1994. 556 p.

9. Epstein M. The Geometrical Language of Continuum Mechanics. Cambridge University Press. 2010. 312 p.

## **Раздел 2. Теория пластичности**

### **Вопросы:**

1. Основные положения теории пластичности. Закон Гука, сформулированный в терминах шарового тензора и девиатора. Одномерная диаграмма растяжения (сжатия). Упругая и пластическая части деформации. Условия пластичности. Уравнения теории малых упруго-пластических деформаций и уравнения теории течения.

2. Общие теоремы. Условия непрерывности на поверхности раздела упругой и пластической областей. Теоремы о простом нагружении. Теорема о разгрузке. Минимальные принципы в теории упруго-пластических деформаций. Экстремальные принципы для жестко-пластического тела. Энергетический метод нахождения предельных нагрузок, элементы теории предельного равновесия.

3. Простейшие задачи теории пластичности. Упруго-пластический изгиб балок. Совместное кручение и растяжение тонкостенной трубы. Полая сфера и труба под действием давления. Пластическое и упруго-пластическое кручение стержней. Аналогия Надаи.

4. Плоская деформация для жестко-идеально-пластического тела. Основные уравнения. Линии скольжения, их свойства. Простые напряженные состояния. Граничные условия. Основные краевые задачи. Определение поля скоростей. Разрывные решения. Задача о растяжении полосы с вырезами. Задача о вдавливании плоского штампа.

### **Основная литература**

1. Качанов Л.И. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969. 420 с.

2. Соколовский В.В. Теория пластичности. М.: Высш.шк., 1969. 608 с.

3. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. 712 с.

4. Партон В.З., Морозов Е.М. Механика упруго-пластического разрушения. М.: Наука, 1985. 504 с.

5. Быковцев Г.И., Ивлев Д.Д. Теория пластичности. Владивосток: Дальнаука, 1998. 528 с.

6. Зубчанинов В.Г. Основы теории упругости и пластичности. М.: Высш. шк., 1990. 368 с.

### **Дополнительная литература**

1. Хилл Р. Математическая теория пластичности. М.: Гостехтеориздат, 1956. 408 с.
2. Ильюшин А.А. Пластичность. Основы общей математической теории. М.: АН СССР, 1963. 272 с.
3. Ключников В.Д. Физико-математические основы прочности и пластичности. М.: Изд-во Московского университета, 1994. 189 с.
4. Мосолов П.П., Мясников В.П. Механика жесткопластических сред. М.: Наука, 1981. 208 с.
5. Томас Т. Пластическое течение и разрушение в твердых телах. М.: Мир, 1964. 308 с.
6. Maugin G.A. The Thermomechanics of Plasticity and Fracture. Cambridge University Press. 1992. 350 p.

### **Раздел 3. Математические методы в механике деформируемого твердого тела**

#### **Вопросы:**

1. Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными и их приложения в механике деформируемого твердого тела. Канонические формы уравнений с постоянными коэффициентами. Уравнение гиперболического типа. Уравнение поперечных колебаний струн. Уравнения продольных колебаний стержней и струн. Краевые и начальные условия. Задача для неограниченной струны. Формула Даламбера и ее интерпретация. Полуограниченная прямая. Ограниченный отрезок. Метод Фурье.
2. Уравнение параболического типа. Постановка краевых задач. Метод разделения переменных применительно к первой краевой задаче для уравнения теплопроводности. Уравнения параболического типа в задачах термоупругости.
3. Уравнение эллиптического типа. Стационарное тепловое поле. Задача (внутренняя и внешняя) Дирихле и Неймана. Двумерная задача. Гармонические функции и аналитические функции комплексного переменного. Основные свойства гармонических функций. Первая краевая задача для круга. Метод Фурье. Интеграл Пуассона. Задача Дирихле для сферы. Уравнение Лапласа в сферических функциях. Полиномы Лежандра и их свойства. Производящая функциям функция Бесселя. Разложение по сферическим функциям. Разыскание искомой гармонической функции в виде ряда по гармоническим полиномам. Задача Дирихле для внешности сферы. Задача Неймана для внутренности и внешности сферы.
4. Методы линейной алгебры при численных расчетах задач механики деформируемого твердого тела. Определители. Линейные пространства.

Системы линейных уравнений. Линейные формы и линейные операторы и матрицы. Преобразователи координат. Билинейные и квадратичные формы. Евклидовы пространства. Ортогонализация и измерение объемов. Собственные векторы и собственные числа. Квадратичные формы в евклидовом пространстве.

5. Методы функций комплексного переменного при построении решений задач механики деформируемого твердого тела. Конформные отображения. Конформное отображение и его основные свойства. Геометрический смысл производной. Дробно-линейные отображения. Отображения с помощью элементарных функций. Теорема существования и единственности. Связь теории аналитических функций с задачей Дирихле.

6. Основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений, как примеры модельных задач механики деформируемого твердого тела. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Автономные системы. Линейные уравнения с переменными коэффициентами. Устойчивость.

### **Основная литература**

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1999.
2. Смирнов В.И. Курс высшей математики. М.: Физматгиз, т. III. 1969.
3. Шилов Г.Е. Введение в теорию линейных пространств. М.-Л.: Гостехтеориздат, 1952.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: Наука, 1984.
5. Фукс Б.А., Шабат Б.В. Функции комплексного переменного. М.: Наука, 1964.
6. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1987.
7. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Изд. 2, М.: Наука, 1965.
8. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Гостехтеориздат, 1953.
9. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980.
10. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Мир, 1970.

### **2.3. Программа для поступающих в аспирантуру ИПМех РАН по специальности 01.02.05 Механика жидкости, газа и плазмы**

#### **Раздел 1. Механика сплошной среды**

##### **Вопросы:**

1. Общие уравнения движения сплошной среды. Тензор напряжений. Уравнения движения произвольной сплошной среды. Уравнения энергии. Различные модели сплошных сред: идеальные и вязкие жидкости и газы, упругие и пластические тела, реологические тела. Замыкание общей системы уравнений, определяющей движение сплошной среды.
2. Граничные условия. Условия на разрывах. Теория размерностей и подобия.

#### **Раздел 2. Уравнения гидроаэродинамики и их интегралы**

##### **Вопросы:**

1. Различные формы уравнений гидроаэродинамики. Интегралы уравнений для различных случаев движения. Адиабатические и изэнтропические течения газа. Потенциальные и вихревые движения. Основные теоремы о вихрях. Вихревые дорожки Кармана, их устойчивость.
2. Установившиеся потенциальные движения жидкости. Плоские движения. Связь плоских задач гидродинамики с теорией функций комплексного переменного. Формулы Чаплыгина. Теорема Жуковского. Постулат Чаплыгина–Жуковского.
3. Пространственные движения, безотрывное обтекание тел.
4. Неустановившиеся движения тел в идеальной несжимаемой жидкости. Определение гидродинамических сил и моментов, действующих на тела; коэффициенты присоединенных масс. Движение тонкого крыла.
5. Волновые движения идеальной несжимаемой жидкости. Теория плоских волн малой амплитуды. Стоячие волны. Прогрессивные волны. Групповая скорость. Общий случай плоской задачи. Волны при конечной глубине жидкости. Волны на поверхности раздела двух жидкостей. Капиллярные волны. Волновое сопротивление. Волны конечной амплитуды.
6. Движение вязкой жидкости. Уравнения движения вязкой жидкости. Начальные и граничные условия. Диссипация механической энергии и диффузия вихрей. Движение тела в вязкой жидкости. Движение вязкой жидкости в трубах. Основные представления о движении жидкости в пористых средах.
7. Элементы теории пограничного слоя. Уравнения пограничного слоя. Решение Блазиуса. Основные методы решения плоских задач теории пограничного слоя.

8. Элементы теории турбулентности. Основные положения теории турбулентности; уравнения Рейнольдса. Возникновение турбулентности. Устойчивость гидродинамических течений (понятие).

### **Раздел 3. Элементы газовой динамики**

#### **Вопросы:**

1. Уравнения газовой динамики. Сильные разрывы. Условия динамической совместимости. Слабые разрывы. Характеристики уравнений газовой динамики. Скорость звука.

2. Преобразование уравнений газовой динамики и переход от физической плоскости к плоскости годографа скорости. Задача о непрерывном обтекании профиля с циркуляцией, основанная на приближенных уравнений Чаплыгина.

3. Построение сверхзвуковых потенциальных течений газа по методу характеристик. Решение основных краевых задач. Движение с вырожденным годографом (Прандтля–Майера).

4. Линеаризация уравнений газовой динамики. Теория тонкого профиля в дозвуковом потоке. Теорема Прандтля–Гляуэрта. Теория тонкого профиля в сверхзвуковом потоке.

5. Одномерные движения газа. Стационарное движение по трубе переменного сечения. Истечение газа сквозь сопло. Переход через скорость звука течения в сопле Лавала. Плоская ударная волна и скачок уплотнения. Нестационарное одномерное течение идеального газа. Распространение возмущенной конечной интенсивности.

6. Элементы теории околозвуковых течений газа. Переход через скорость звука. Предельные линии. Околокритическое обтекание крылового профиля.

7. Элементы теории гиперзвуковых течений газа. Общие сведения об обтекании тел идеальным газом с большой звуковой скоростью. Обтекание тонких, заостренных впереди тел с гиперзвуковой скоростью.

#### **Литература:**

1. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Ч. I, II. М.: Физматгиз, 1963.

2. Седов Л.И. Механика сплошной среды. М.: Наука. Т. I,II. 1994.

3. Милн-Томпсон. Теоретическая гидродинамика. М.: И.-Л, 1964..

4. Петров А.Г. Аналитическая гидродинамика. М.: Физматлит, 2009.

## **Раздел 4. Математические методы в механике жидкости, газа и плазмы**

### **Вопросы:**

1. Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными и их приложения в механике жидкости, газа и плазмы. Канонические формы уравнений с постоянными коэффициентами. Уравнение гиперболического типа. Уравнение поперечных колебаний струн. Уравнения продольных колебаний стержней и струн. Краевые и начальные условия. Задача для неограниченной струны. Формула Даламбера и ее интерпретация. Полуограниченная прямая. Ограниченный отрезок. Метод Фурье.

2. Уравнение параболического типа. Постановка краевых задач. Метод разделения переменных применительно к первой краевой задаче для уравнения теплопроводности. Уравнения параболического типа в задачах теплообмена.

3. Уравнение эллиптического типа. Стационарное тепловое поле. Задача (внутренняя и внешняя) Дирихле и Неймана. Двумерная задача. Гармонические функции и аналитические функции комплексного переменного. Основные свойства гармонических функций. Первая краевая задача для круга. Метод Фурье. Интеграл Пуассона. Задача Дирихле для сферы. Уравнение Лапласа в сферических функциях. Полиномы Лежандра и их свойства. Производящая функция функции Бесселя. Разложение по сферическим функциям. Разыскание искомой гармонической функции в виде ряда по гармоническим полиномам. Задача Дирихле для внешности сферы. Задача Неймана для внутренности и внешности сферы.

4. Методы линейной алгебры при численных расчетах задач механики жидкости, газа и плазмы. Определители. Линейные пространства. Системы линейных уравнений. Линейные формы и линейные операторы и матрицы. Преобразователи координат. Билинейные и квадратичные формы. Евклидовы пространства. Ортогонализация и измерение объемов. Собственные векторы и собственные числа. Квадратичные формы в евклидовом пространстве.

5. Методы функций комплексного переменного при построении решений задач механики жидкости, газа и плазмы. Конформные отображения. Конформное отображение и его основные свойства. Геометрический смысл производной. Дробно-линейные отображения. Отображения с помощью элементарных функций. Теорема существования и единственности. Связь теории аналитических функций с задачей Дирихле.

6. Основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений, как примеры модельных задач механики жидкости, газа и плазмы. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Автономные системы. Линейные уравнения с переменными коэффициентами. Устойчивость.

## Литература

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1999.
2. Смирнов В.И. Курс высшей математики. М.: Физматгиз, Т. III. 1969.
3. Шилов Г.Е. Введение в теорию линейных пространств. М.-Л.: Гостехтеориздат, 1952.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: Наука, 1984.
5. Фукс Б.А., Шабат Б.В. Функции комплексного переменного. М.: Наука, 1964.
6. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1987.
7. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Изд.2. М.: Наука, 1965.
8. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Гостехтеориздат, 1953.
9. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980.
10. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Мир, 1970.