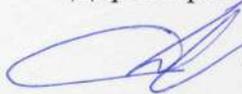


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук  
(ИПМех РАН)

«Утверждаю»  
Директор ИПМех РАН

  
Д.ф.-м.н.  
С.Е. Якуш

« 28 » сентября 2018 г.

Рабочая программа учебной дисциплины (РПУД)  
«Нелинейные колебания в механике»

Направление подготовки 01.06.01 Математика и механика  
Специальность 01.02.01 Теоретическая механика

Форма подготовки (очная)  
Отдел аспирантуры ИПМех РАН

Курс 1

Всего часов – 144, всего зачетных единиц – 4

Аудиторных часов – 144, в том числе:

лекции – 72 часа

семинары – 72 часа

Формы аттестации:

Семестр	Форма контроля	Часы
1	<i>Дифференциальный зачет</i>	72
2	<i>Экзамен</i>	72

Рабочая программа составлена в соответствии с Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации (Минобрнауки России) от 30 июля 2014 г. № 866 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации)".

Составитель: с.н.с., д.ф.-м.н. Костин Г.В.

Заведующий отделом аспирантуры: Щелчкова И.Н.

## 1. Аннотация

Дисциплина «Нелинейные колебания в механике» предназначена для аспирантов, обучающихся по образовательной программе 01.02.01 Теоретическая механика, и входит в вариативную часть учебного плана.

При разработке рабочей программы учебной дисциплины использованы Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации) по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика, учебный план подготовки аспирантов по специальности 01.02.01 Теоретическая механика.

### 2. Цели и задачи

**Цель дисциплины:** изучение основ теории нелинейных колебаний и оптимального управления движениями колебательных систем.

#### **Задачи дисциплины:**

- приобретение знаний в области теории и методов решения задач построения установившихся колебательно-вращательных движений возмущенных систем; идея малого параметра; автономные и неавтономные системы;
- изучение теории устойчивости в задачах теории колебаний;
- изучение переходных процессов в нелинейных колебательных системах асимптотическими методами;
- постановки и решение задач колебаний для классических механических моделей;
- выработка понятий и навыков решения и анализа автоколебаний в механических, физических и термомеханических системах; понятие предельного цикла;
- выработка понятий и навыков решения и анализа вынужденных и параметрических колебаний в механических и технических системах; понятия многочастотной системы и резонанса;
- выработка основных подходов к исследованию сингулярно возмущенных систем;
- изучение подходов к решению нелинейных периодических краевых задач; численно-аналитические методы, продолжение по параметрам системы;
- приобретение знаний и навыков решения задач в области теории и методов оптимального управления движениями вращательно-колебательных систем;
- исследование прикладных задач оптимального быстрогодействия для механической системы типа маятника;
- освоение методов оптимизации колебаний одномерных и многомерных осцилляторов с регулируемым положением равновесия;
- знакомство с подходами к управлению орбитальными и ориентационными движениями КА.

## 3. Место дисциплины

### **3.1. Место дисциплины в структуре образовательной программы аспирантуры**

Дисциплина «Нелинейные колебания в механике» включает в себя разделы, которые могут быть отнесены к вариативным частям программы подготовки аспирантов по направлению 01.06.01, в том числе направленные на подготовку к сдаче кандидатского экзамена.

### **3.2. Дисциплина базируется на дисциплинах:**

1. Общая физика
2. Математический анализ
3. Дифференциальные уравнения
4. Теоретическая механика
5. Вариационные методы в теоретической механике

### **3.3. Дисциплина предшествует изучению дисциплин:**

1. Оптимальное управление динамическими системами
2. Механика робототехнических систем

## **4. Результаты обучения**

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

### ***Знать:***

- место и роль теории колебаний в естественно научных и технических проблемах;
- общие свойства возмущенных колебательно-вращательных систем; введение малого параметра;
- основные постановки задач и конструктивные методы их решения и исследования устойчивости;
- методы Ляпунова-Пуанкаре и Крылова-Боголюбова и алгоритм продолжения по параметрам системы;
- постановки возмущенных задач управления движениями и их оптимизации для вращательно-колебательных систем посредством малых управляющих воздействий на асимптотически большом интервале времени;
- методы и алгоритмы решения краевых задач принципа максимума.

### ***Уметь:***

- строить адекватные математические модели динамических и управляемых систем на основе строгих принципов механики;
- проводить анализ главных и второстепенных воздействий, обезразмеривание и введение малого параметра;
- строить численно-аналитические процедуры уточнения порождающего решения и продолжения по параметрам;
- приводить системы уравнений движения к стандартному виду по Боголюбову;
- применять процедуру усреднения и качественного анализа усредненных уравнений;
- строить математические модели управляемых вращательно-колебательных систем и критерии оптимизации их движений на асимптотически большом интервале времени;
- применять необходимые условия оптимальности принципа максимума;
- решать усредненные краевые задачи численно-аналитическими методами;
- строить квазиоптимальные управления движениями;
- проводить качественный анализ приближенных решений: фазовых траекторий, управляющих воздействий и функционалов.

### ***Владеть:***

- навыками освоения большого объема информации и программного обеспечения компьютеров;

- культурой постановки и моделирования задач динамики и управления движениями вращательно-колебательных систем;
- набором решений тестовых задач;
- умением осуществлять анимацию движений;
- интуицией и навыками делать качественные выводы.

### **Компетенции выпускника, формируемые в результате изучения дисциплины**

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций аспиранта:

#### ***Универсальные компетенции:***

- УК–1. Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях
- УК–3. Готовность участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач
- УК–5. Способность планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития

#### ***Общепрофессиональные компетенции:***

- ОПК–1. Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий
- ОПК–2. Готовность к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования

#### ***Профессиональные компетенции:***

- ПК–1. Способность применять аналитические, вычислительные и системно-аналитические методы для решения прикладных задач в области управления объектами и системами объектов техники;
- ПК–2. Способность самостоятельно применять методы аналитической механики и вычислительной математики, теоретические, расчетные и экспериментальные методы исследований, методы математического и компьютерного моделирования к постановке и решению начально-краевых задач движения механических систем и задач управления их движением;
- ПК–3. Умение использовать системный подход к исследованию технических систем и выработке стратегии научной деятельности в процессе реализации научных и технологических инноваций.
- ПК–4. Способность использовать знания в области математики и теоретической механики для дальнейшего освоения дисциплин в соответствии с профилем подготовки.

## 5. Темы и Разделы

Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам и разделам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий:

№	Темы дисциплины	Семестр	Лекции	Практич. (семинар.) задания
		(№ семестра)	(часы)	(часы)
1	Общие свойства колебательно-вращательных систем.	1	6	4
2	Основные модели механических колебательных систем.	1	10	8
3	Классические математические модели осцилляторов.	1	10	12
4	Методы исследования нелинейных вращательно-колебательных систем.	1	10	12
5	Введение в проблему управления и оптимизации колебательных систем.	2	10	8
6	Примеры систем и задач управления колебаниями.	2	12	12
7	Методы теории оптимального управления.	2	14	16
	Итого (часов)	144	72	72

### Разделы:

#### 1. *Общие свойства колебательно-вращательных систем.*

- 1.1. Колебательные процессы в физике и технике. Сопоставление линейных и нелинейных колебаний.
- 1.2. Распределенные и сосредоточенные колебательные системы; конечномодовое приближение.

#### 2. *Основные модели механических колебательных систем.*

- 2.1. Маятник (математический, физический, упругий и др.); двойной маятник.
- 2.2. Твердое тело с неподвижной точкой, волчок.
- 2.3. Нелинейный осциллятор (плоский, пространственный).
- 2.4. Тело на бифилярном подвесе (плоские и крутильные колебания).
- 2.5. Орбитальные движения планет и спутников.

#### 3. *Классические математические модели осцилляторов.*

- 3.1. Возмущенные нелинейные колебания, периодические воздействия; малый параметр.
- 3.2. Явление резонанса нелинейных колебаний. Осциллятор Дуффинга.
- 3.3. Параметрические колебания. Осцилляторы Хилла, Матье, Мейснера, Кочина.
- 3.4. Автоколебания. Осцилляторы Релея, Ван дер Поля, Гельмгольца.
- 3.5. Релаксационные колебания.

#### 4. *Методы исследования нелинейных вращательно-колебательных систем.*

- 4.1. Методы Ляпунова-Пуанкаре.
- 4.2. Асимптотические методы разделения движений (метод усреднения Крылова-Боголюбова, КАМ-теория).

- 4.3. Численные методы, продолжение по параметру
- 4.4. Методы математической физики. Колебания распределенных систем, квазилинеаризация. Проблема определения собственных частот и форм в задачах с переменными распределенными параметрами.
5. **Введение в проблему управления и оптимизации колебательных систем.**
  - 5.1. Постановки основных задач управления и оптимизации.
  - 5.2. Методы решения (принцип максимума Понтрягина, динамическое программирование).
6. **Примеры систем и задач управления колебаниями.**
  - 6.1. Гашение колебаний осциллятора и маятника.
  - 6.2. Перемещение маятника; приведение в состояние заданного движения.
  - 6.3. Управление вращениями маятника и твердого тела.
  - 6.4. Управление колебаниями распределенных систем (упругий манипулятор, стержень, струна, сосуд с жидкостью).
7. **Методы теории оптимального управления.**
  - 7.1. Квазиоптимальное управление; метод возмущений.
  - 7.2. Асимптотические методы оптимального управления колебаниями и вращениями одночастотных и многочастотных систем.
  - 7.3. Квазилинейные управляемые колебательные системы.
  - 7.4. Существенно нелинейные управляемые вращательно-колебательные системы.
  - 7.5. Динамические управляемые системы при высокочастотном воздействии.
  - 7.6. Оптимальное управление орбитальными движениями КА.
  - 7.7. Управление вращениями и переориентация КА.

## **6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

- Необходимое оборудование для лекций и практических занятий: компьютер и мультимедийное оборудование (проектор, интерактивная доска).
- Необходимое программное обеспечение: программный комплекс *Maple*.

## **7. Учебно-методическое и информационное обеспечение**

### **7.1. Основная литература:**

1. Малкин И.Г. Некоторые задачи теории нелинейных колебаний. М.: Гостехиздат, 1956.
2. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974.
3. Волосов В.М., Моргунов Б.И. Метод осреднения в теории нелинейных колебательных систем. М.: Изд-во МГУ, 1971.
4. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Прикладные методы в теории колебаний. М.: Наука, 1988.
5. Блэкьер О. Анализ нелинейных систем. М.: Мир, 1969.
6. Черноусько Ф.Л., Акуленко Л.Д., Соколов Б.Н. Управление колебаниями. М.: Наука, 1980.
7. Акуленко Л.Д. Асимптотические методы оптимального управления. М.: Наука, 1987.

### **7.2. Дополнительная литература:**

8. Пуанкаре А. Новые методы небесной механики. Избр. труды. М.: Наука. Т. 1. 1971. Т. 2. 1972.
9. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. М.: Гостехиздат, 1950.

10. Мандельштам Л.И. Лекции по теории колебаний. М.: Наука, 1972.
11. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Наука, 1981.
12. Стрэтт Дж.В. (Лорд Рэлей). Теория звука. В 2-х томах. М.-Л.: Гостехиздат. Т. 1. 1940, Т. 2. 1944.
13. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений в жидкости. М.: Наука, 1977.
14. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М.: Наука, 1967.

### **7.3. Учебно-методическая литература:**

–

### **7.4. Перечень ресурсов сети интернет:**

1. <http://lib.mipt.ru/> – электронная библиотека МФТИ
2. <http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование».
3. <http://benran.ru> –библиотека по естественным наукам Российской академии наук.
4. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/> – электронная библиотека портала Eqworld.
5. <http://teormech.fizteh.ru> – Сайт кафедры теоретической механики МФТИ.

## **9. Методические указания**

Успешное освоение курса требует большой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, семинаров, учебной и научной литературе);
- решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях,
- подготовку к контрольным, самостоятельным работам и тестам.

Руководство и проверка самостоятельной работой студента осуществляется в результате анализа итогов контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач.

## **10. Фонд оценочных средств**

### **Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

#### ***Порядок проведения контрольных работ/тестов:***

Во время проведения контрольных работ/тестов обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, калькуляторами.

#### ***Порядок проведения дифференцированного зачета:***

Дифференцированный зачет проводится по итогам текущей успеваемости: по результатам контрольных, самостоятельных работ/тестов по каждой теме.

### ***Порядок проведения устного экзамена:***

При проведении устного экзамена обучающемуся предоставляется 60 минут на подготовку. Опрос обучающегося по билету на устном экзамене не должен превышать двух астрономических часов.

Во время проведения экзамена при подготовке ответов на билеты обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, конспектами лекций, семинаров и любой другой литературой.

Во время проведения экзамена при ответе обучающегося на вопросы по билету или по программе дисциплины, он не может пользоваться конспектами лекций и семинаров и любой другой литературой.

### **Перечень типовых контрольных заданий, используемых для оценки знаний, умений, навыков**

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме дифференциального зачета (устного), итоговая аттестация – в форме экзамена (устного).

Текущий контроль осуществляется в форме самостоятельных работ или тестов в письменной форме по каждой теме. Каждое задание в самостоятельных и тестовых работах оценивается определенным количеством баллов в конце условия каждого задания. По итогам набранных баллов выставляется оценка.

Примеры экзаменационных билетов (заданий, тестов и др. материалов, используемых для проведения зачета, экзамена):

### **Примеры тестовых вопросов к дифференциальному зачету:**

#### **Вариант 1**

- I. Постановка задачи о возмущенных периодических движениях в автономных системах.
- II. Исследование устойчивости вынужденных периодических движений.

#### **Вариант 2**

- I. Предельные циклы.
- II. Теоремы Ляпунова, И.Г. Малкина.

#### **Вариант 3**

- I. Постановка задачи о возмущенных вынужденных периодических движениях.
- II. Автоколебания осцилляторов Ван дер Поля.

#### **Вариант 4**

- I. Нерезонансный и резонансный случаи возмущенных вынужденных периодических движений.
- II. Автоколебания осцилляторов Релея.

#### **Вариант 5**

- I. Исследование устойчивости периодических движений.
- II. Автоколебания осцилляторов Гельмгольца.

#### **Вариант 6**

- I. Уравнения в вариациях.
- II. Мягкое и жесткое самовозбуждение осцилляторов.

### **Вариант 7**

- I. Теорема Ляпунова.
- II. Колебания осциллятора Дуффинга.

### **Вариант 8**

- I. Устойчивость предельных циклов.
- II. Резонанс и амплитудно-частотные характеристики осциллятора Дуффинга.

### **Вариант 9**

- I. Теорема Андронова-Витта.
- II. Параметрические колебания; осциллятор Хилла; области резонанса.

### **Примеры экзаменационных билетов:**

#### **Билет 1**

- I. Управляемые колебательно-вращательные системы в стандартной по Боголюбову форме.
- II. Управляемые колебательно-вращательные системы в стандартной по Боголюбову форме.

#### **Билет 2**

- I. Параметрические колебания; осциллятор Мейснера; области резонанса.
- II. Постановка задачи управления и оптимизации колебательно-вращательной системы.

#### **Билет 3**

- I. Параметрические колебания; осциллятор Кочина; области резонанса.
- II. Построение краевой задачи принципа максимума Понтрягина на асимптотически большом интервале времени.

#### **Билет 4**

- I. Релаксационные колебания: основные свойства.
- II. Асимптотическое решение краевой задачи с фиксированным моментом времени окончания процесса управления.

#### **Билет 5**

- I. Классические методы Ляпунова-Пуанкаре.
- II. Асимптотическое решение краевой задачи в случае не фиксированного момента времени окончания процесса управления.

#### **Билет 6**

- I. Колебательные системы в стандартной форме.
- II. Выбор оптимального из неограниченного множества в случае не фиксированного момента времени окончания процесса управления.

#### **Билет 7**

- I. Асимптотические методы Крылова-Боголюбова.
- II. Оптимальное управление движениями системой типа маятника с управляемой точкой подвеса.

## Билет 8

- I. 1-ая и 2-ая теоремы Боголюбова.  
II. Оптимальное управление вращениями твердого тела посредством малых моментов.

## Билет 9

- I. Представление об асимптотических методах разделения быстрых и медленных движений.  
II. Оптимальное изменение параметров орбиты, близкой к круговой, посредством малой тяги.

## Критерии оценивания

- **оценка «отлично (10)»** выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины при ответе экзаменационного билета и ответе на вопросы по программе дисциплины, а также по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов;
- **оценка «отлично (9)»** выставляется студенту, показавшему систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины при ответе экзаменационного билета и ответе на вопросы по программе дисциплины, а также по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов;
- **оценка «отлично (8)»** выставляется студенту, показавшему систематизированные, знания учебной программы дисциплины при ответе экзаменационного билета и ответе на вопросы по программе дисциплины, а также по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов;
- **оценка «хорошо (7)»** выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, если он твердо знает материал экзаменационного билета, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- **оценка «хорошо (6)»** выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, если он знает материал экзаменационного билета, по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе много неточностей;
- **оценка «хорошо (5)»** выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, если он знает материал экзаменационного билета, излагает его, умеет применять полученные знания на практике, не допускает в ответе грубых ошибок;
- **оценка «удовлетворительно (4)»** выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также, если во время ответа экзаменационного билета он показал фрагментарный, характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения;
- **оценка «удовлетворительно (3)»** выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также, если во время ответа экзаменационного билета он показал разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушение логической последовательности в изложении про-

граммного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

- **оценка «неудовлетворительно (2-1)»** выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также, если во время ответа экзаменационного билета, он показал что не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.