

FUNDAMENTAL AND ENVIRONMENTAL FLUID MECHANICS



**12-АЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ШКОЛА МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ**

**ВОЛНЫ И ВИХРИ
В СЛОЖНЫХ СРЕДАХ**

Москва, 01 – 03 декабря 2021

**WAVES AND VORTICES
IN COMPLEX MEDIA**

PROCEEDINGS OF
12-th INTERNATIONAL CONFERENCE –
SCHOOL OF YOUNG SCIENTISTS

Moscow, December 01 – 03, 2021

УДК 532

ББК

22/253

В67

Волны и вихри в сложных средах: 12-ая международная конференция – школа молодых ученых; 01 – 03 декабря 2021 г., Москва: Сборник материалов школы. – М.: ООО «ИСПО-принт», 2021 – 276 с.

ISBN 978-5-91741-273-3

Материалы 12-ой международной конференции – школы молодых ученых “Волны и вихри в сложных средах”, посвященной обсуждению фундаментальных и прикладных проблем механики жидкостей и газов в природных и техногенных системах.

Ключевые слова: волны, вихри, математическое и лабораторное моделирование, неоднородные жидкости, течения в сложных средах.

УДК 532
ББК 22/253

Proceedings of the 12-th international conference – scientific school of young scientists “Waves and vortices in complex media” dedicated to the discussion of fundamental and applied problems in fluid and gas mechanics for environmental and technological systems.

Keywords: waves, vortices, mathematical and laboratory modelling, inhomogeneous fluids, fluxes in complex media.

ISBN 978-5-91741-273-3

© Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, 2021

ОРГАНИЗАТОРЫ ШКОЛЫ:

Федеральное государственное бюджетное учреждение

Российская академия наук

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ:

акад. А.Г. Куликовский (Россия) – почетный председатель, проф. Ю.Д. Чашечкин (Россия) – сопредседатель, д.ф.-м.н. С.Е. Якуш (Россия) – сопредседатель, член-корр. РАН Д.А. Губайдуллин (Россия) – зам. председателя, проф. С.Ф. Урманчеев (Россия) – зам. председателя, к.ф.-м.н. В.Г. Байдулов (Россия) – зам. председателя, Е.В. Есина (Россия) – уч. секретарь, проф. Т. Боднар (Чехия), проф. Р.М. Вильфанд (Россия), член-корр. РАН А.М. Гайфуллин (Россия), проф. А. Герчински (США), д.ф.-м.н. Е.В. Ерманюк (Россия), д.ф.-м.н. А.Г. Зацепин (Россия), проф. А.Д. Косинов (Россия), к.т.н. В.Б. Лобанов (Россия), проф. А.Н. Осипцов (Россия), проф. Ф. Фрони (Франция), проф. Я. Фукумото (Япония), д.ф.-м.н. О.Г. Чхетиани (Россия).

НАУЧНАЯ ПРОГРАММА:

- Системы фундаментальных уравнений и конститутивные модели волн, вихрей и других течений сложных сред;
 - Методы численного и лабораторного моделирования течений жидкостей и газов;
 - Волны, вихри, когерентные структуры, турбулентность и лигаметы;
 - Механика простых и сложных жидкостей с фазовыми переходами, газожидкостных систем и суспензий, в том числе во внешних электрических и магнитных полях;
 - Гидродинамика капли и капельных течений;
 - Техника современного эксперимента;
 - Технические и технологические приложения.
-

СПОНСОРЫ:

Российская академия наук

Российский фонд фундаментальных исследований

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского

Российской академии наук

ORGANIZERS:**Russian Academy of Sciences****Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the RAS****Steklov Mathematical Institute of the RAS**

INTERNATIONAL PROGRAM COMMITTEE:

Acad. RAS A.G. Kulikovskiy (honorary chair), Prof. Yu.D. Chashechkin (co-chair), Dr. S.E. Yakush (co-chair), Corr.m. RAS D.A.Gubaidullin (deputy chair), Prof. S.F. Urmacheev (deputy chair), Dr. V.G. Baydulov (deputy chair), E.V.Esina (sci. secr.), Prof. T. Bodnar (Czech), Dr. O.G. Chkhetian, Prof. H. Choi (Korea), Dr. E.V. Ermanyuk, Acad. RAS V.M. Fomin, Prof. P. Fraunie (Fra), Prof. Ya. Fukumoto (Jap), Corr.m. RAS A.M. Gaifullin, Prof. A.Herczynski (USA), Prof. A.A. Kosinov, Dr. V.B.Lobanov, Prof. A.N. Osipov, Prof. R.M. Vilfand, Dr. A.G. Zatspin

SCIENTIFIC PROGRAM:

- **Systems of fundamental equations and constitutive models of flows of complex media;**
 - **Methods of mathematical simulation and laboratory modeling of flows;**
 - **Ligaments, waves, vortices, coherent structures and turbulence;**
 - **Mechanics of simple and complex liquids with sludge, ice, foam, bubbles, phase transitions, as well as gas-liquid systems and suspensions, including external electric and magnetic fields;**
 - **Technique of modern experiment;**
 - **Technical and technological applications.**
-

SPONSORS:**Russian Academy of Sciences****Russian Foundation for Basic Research****Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics
of the Russian Academy of Sciences**

ПРЕДИСЛОВИЕ

Идущие общественные и экономические перемены оказывают влияние на все стороны жизни, включая науку и образование. В современном мире к традиционной «проблеме разобщенности» научных работников добавились «информационная перегруженность» и «академическая индоктринация», отражающая свойства сложившейся системы образования. Академическая разобщенность стала наблюдаться не только в отношениях между научными группами и лабораториями, но и с международными научными организациями, с объединениями научных организаций, с производственными структурами и целыми отраслями промышленности.

В качестве инструмента разрешения возникающих противоречий привлекается традиционный механизм объективизации результатов и минимизации негативных факторов – проведение конференций (семинаров, собраний, дискуссий), актуальность которого только возрастает. Смена приоритетов и тематики научных исследований, затрудняющие создание новых направлений и иллюстрирующих их научных собраний, подчеркивает важность сохранения традиционных конференций с учетом коррекции тематики и программ работы.

Серия конференций-школ молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах» начала свою работу в 2010 году как инструмент анализа результатов, полученных в ходе Программы фундаментальных исследований III/4 «Динамика формирования и взаимодействия волн и вихрей в сплошных средах» под научным руководством академика А.Г. Куликовского. Заседания проводились в Москве (2010-2014 и 2016-2020) и в Калининграде (2015). Интерес к конференции устойчиво рос и постепенно она трансформировалась из академической в международную, уделяя особое внимание молодым участникам.

В число тем, предусматривающих обсуждение на 12-ой международной конференции «Волны и вихри в сложных средах», вошли: Системы фундаментальных уравнений и конститутивные модели волн, вихрей и других течений сложных сред; Методы численного и лабораторного моделирования течений жидкостей и газов; Волны, вихри, когерентные структуры, турбулентность и лигаменты; Механика простых и сложных жидкостей с фазовыми переходами, газожидкостных систем и суспензий, в том числе во внешних электрических и магнитных полях; Гидродинамика капли и капельных течений; Техника современного эксперимента; Технические и технологические приложения.

Тематика отражает сохранение направленности конференции, ориентированной на разработку моделей течений природных систем, атмосферы и океана, транспортных и промышленных технологий с априорной оценкой точности и возможностью прямого сравнения с данными экспериментов и наблюдений в реальных условиях. Традиционно, для включения в программу конференции работы прислали сотрудники научных институтов Российской академии наук, Национальной академии наук Украины, учебных центров России (ИПМех РАН, НИЯУ МИФИ, НИУ ВШЭ, МГУ им. М.В.Ломоносова, ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, НИУ МЭИ, ИМСС УрО РАН, Институт автоматизации проектирования РАН, Институт гидродинамики им. М.А.Лаврентьева СО РАН, Новосибирский государственный университет, Институт Машиноведения им. А. А. Благоврадова РАН, Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Институт механики сплошных сред УрО РАН, Институт океанологии им. П.П. Ширшова, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Институт физики твердого тела РАН, ИСП РАН им. В.П. Иванникова, Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, ЦАГИ, МАДИ, Физический институт имени П.Н.Лебедева РАН, МФТИ, РТУ МИРЭА, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Пермский государственный национальный исследовательский университет, Российский университет транспорта (РУТ-МИИТ), Университет ИТМО, СПбГУ, Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова), Институт гидромеханики НАН Украины, Франции (Институт океанографии), Казахстана (Некоммерческое акционерное общество «Торайгыров университет»), отраслевых и промышленных институтов (НИКИЭТ им. Н.А. Доллежала, КНИТУ им. А.Н. Туполева (КАИ)), а также ФТИ Институт Узбекистана, Принстонский университет (США), Люксембургский университет науки и технологий, Университет транспорта (Вьетнам).

В отсутствие целевого финансирования научных мероприятий, оргкомитет считает своей приятной обязанностью поблагодарить всех участников конференции «Волны и вихри в сложных средах», реально поддерживающих открытый обмен научными суждениями – инструмент формирования новых идей, а также решения традиционных и вновь возникающих научно-практических проблем. Особая благодарность участникам, оказавшим финансовую поддержку конференции в условиях формальной отмены оплаты организационного взноса.

Поскольку в силу сложившихся организационных условий, сборник материалов публикуется после окончания конференции-школы, сообщаем о рекомендации участников продолжить работу конференции в 2022 году.

Оргкомитет

THE FINE FLOW STRUCTURE AND INTERNAL WAVES INSIDE THE STRATIFIED FLUID PRODUCED BY THE FALL OF A LIQUID DROP

R.N. Bardakov

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia

e-mail: bard@ipmnet.ru

The practical and scientific interest in the problem of studying flows caused by the fall of a drop into a liquid is caused by the widespread occurrence of a related natural phenomenon. It can be observed both in nature and in man-made conditions, from rain to poorly closed kitchen faucets.

In this work, the evolution of the flow caused by the collision of a freely falling drop with a stratified liquid is traced using shadow methods. The drop heights varied from 30 to 100 cm. Attention was paid to both the short development times of the flow like the lifetime of the cavity [1] and the large times corresponding to the deep immersion of the drop substance in the receiving liquid. In the experiments, to create droplets, liquid of different density was used from fresh which lighter than the receiving medium to highly salty water corresponding to the density at the bottom of the pool. The experiments were carried out in a 50x50x20 cm pool with 39x39 cm transparent windows on the large sides. The windows are made of optical glass and it is through them that the main part of the observations is carried out. The pool is filled up to half with the receiving liquid, which in the experiments were used: fresh water, salt water with a given density, and a stratified liquid. The stratification was created on the basis of an aqueous solution of common salt using the continuous displacement method.

The visualization of the phase picture of the currents was carried out using the shadow device, the optical axis of which passes through the center of the pool windows. In the course of the experiments, the "slit-knife" and "slit-thread" visualization methods were used. In all cases, the slit was positioned vertically.

Video and photo recording of experimental data was carried out using a CANON 6D camera. This device allows you to take still pictures with a quality of 20 megapixels and carry out video recording in full HD quality (resolution 1920×1080). The shutter speed range for still photography is 1/4000 - 30 s. So this device provides the ability to carry out continuous photography at a rate of 4.5 frames per second.

The droplets were created using a nozzle attached to a mast mounted above the center of the pool. the liquid was supplied to the nozzle through tubes from a reservoir fixed on a hill by the action of gravitational forces. The liquid flow was regulated by a special valve and in the experiments being carried out was tuned to a falling frequency of approximately one drop every two minutes.

The survey of the area of interest in the liquid was carried out in automatic mode. An infrared optoelectronic sensor is located on the path of the drop. The sensor readings were read at a frequency of 1 MHz using an Arduino Uno R3 programmable controller.

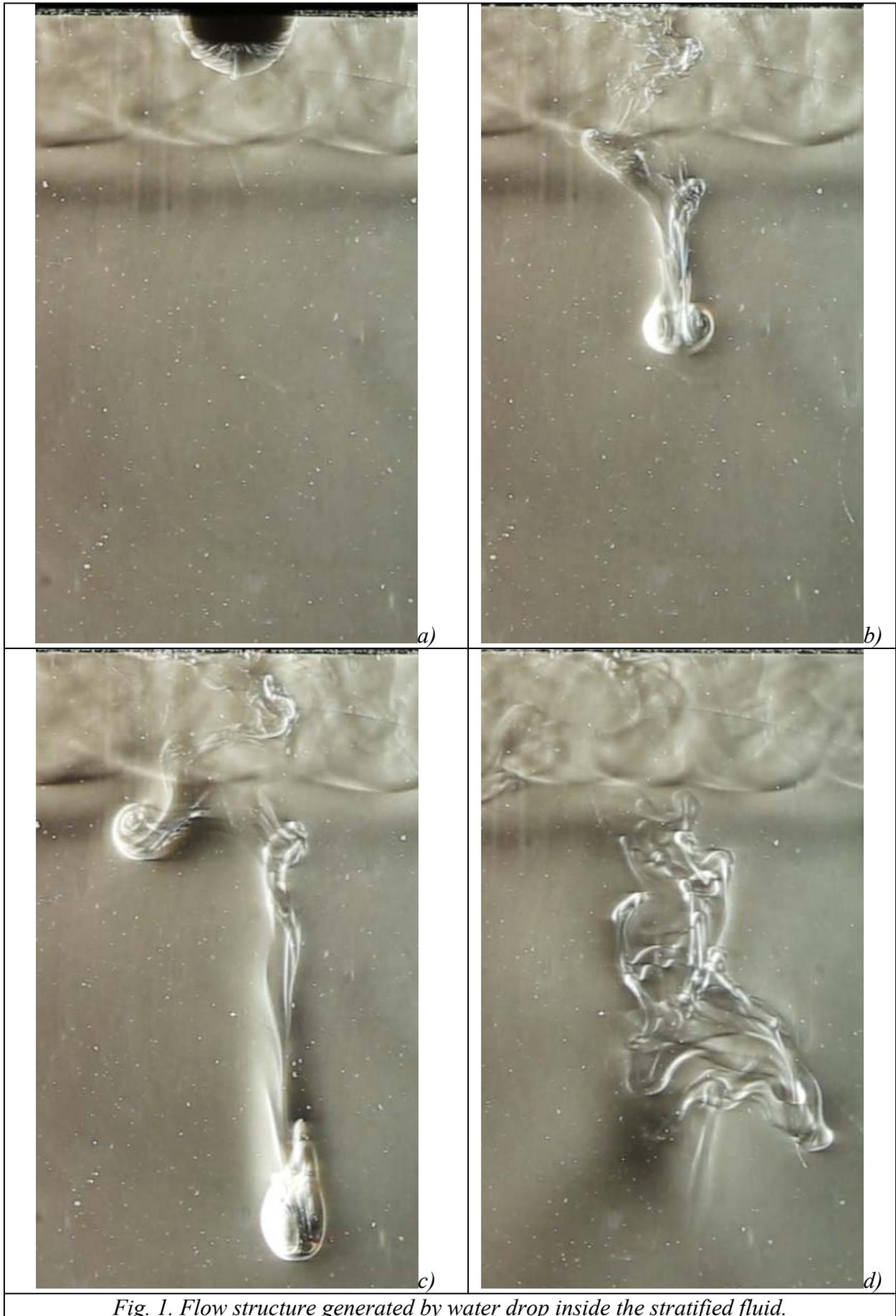


Fig. 1. Flow structure generated by water drop inside the stratified fluid.

Registration was done on a camera controlled by a microcontroller. The created setup allows carrying out a series of experiments in automatic mode by changing the response delay of the camera according to a preset program.

REFERENCES

1. Ильиных А.Ю., Чашечкин Ю.Д. Гидродинамика контакта падающей капли со свободной поверхностью жидкости // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2016. № 2. С. 3 -12.



THE FINE STRUCTURE OF EDGE VORTEX NEAR ROTATING DISK IN A FLUID

R.N. Bardakov

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia

e-mail: bard@ipmnet.ru

The study of flows in the motion of bodies of a simple form, for example, a strip or a disk, is one of the main problems of theoretical and experimental mechanics of liquids due to the fundamental nature of the problem and the importance of practical applications. Traditionally much attention is paid to the analysis of the structure and dynamics of the flows behind a uniformly moving strip in both homogeneous and stratified liquids, where several characteristic types of flows are observed. The flow near the rotating disc are mainly studied directly above its surface in a homogeneous liquid.

The calculation of the general flow pattern carried out by Karman was confirmed in a number of experiments performed in water and in the air [1]. The experiments carried out later confirmed the stability of the elements of the spiral flow pattern on a rotating disk as in free space [2], next to a synchronously or counter-rotating disk [3] or located inside a cylindrical container [4].

Therefore, it should be noted that the patterns of the external flow past the edge of the rotating disc have not been studied before. Such a problem is both of practical interest in studying the nature of vortex flows, and methodological as a basis for interpreting experiments on visualization of swirled flows of homogeneous fluids.

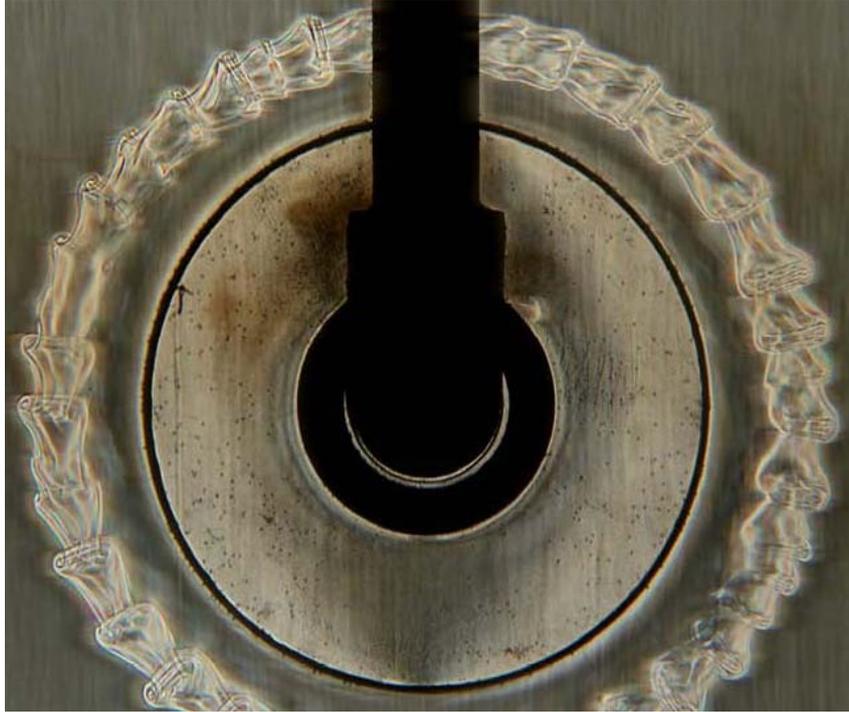


Fig. 1. The flow near a uniformly rotating disc in a fluid.

The aim of this work is an experimental study of the spatial structure of the external flow adjacent to the edge of a rotating disc in a homogeneous and weakly stratified medium. The main attention is paid to the analysis of the flow pattern in the vertical position of the disc, when the axis of rotation lies in the horizontal plane and the flow can be observed in various projections.

REFERENCES

1. *Von Karman*, (1921) T. Uberlaminare und turbulence reibung. ZAMM, 1, 52-233.
2. *Imayama S., Alfredsson H.P., Lingwood R.J.* A new way to describe the transition characteristics of a rotating-disk boundary-layer flow // *Physics of fluids* 2012. V. 24. 031701
3. *G. Gauthiery, P. Gondret, F. Moisy and M. Rabaud* Instabilities in the flow between co- and counter-rotating disks // *J. Fluid Mech.* (2002), vol. 473, pp. 1-21.
4. *Cros A., Ali R., Le Gal P., Thomas P.J., Schouveiler L., Carpenter P.W., Chauve M.P.*, Effects of wall compliance on the laminar-turbulent transition of torsional Couette flow, *J. Fluid Mech.* 481, 177-186, 2003.



WAVES AND VORTEX NEAR A WEDGE IN A STRATIFIED FLUID

N.F. Dimitrieva¹, Yu.D. Chashechkin²

¹ *Institute of Hydromechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine,
Dimitrieva@nas.gov.ua*

² *A.Yu. Ishlinskiy Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Science,
Moscow, Russia, chakin@ipmnet.ru*

The construction and numerical solution of complete models of the mechanics of inhomogeneous continuous media is one of the most actual scientific problems. Wave and

vortex topics are a stimulus for the development of fundamental and applied mathematics and the object of intensive experimental research. Density of the liquid in the environment, as a rule, is not constant due to inhomogeneity concentration of solutes, temperature and pressure. Under the action of buoyancy forces, the different-density liquid particles move vertically and form a stable stratification. The density variations are usually small. However, their gradients can be large, providing a significant effect on the structure and dynamics of flowing processes [1]. Due to the complexity of the phenomenon under study and the description of nonlinear effects, numerical simulation becomes one of the main tools for analyzing such hydrodynamic problems. Modern computational methods make it possible to investigate flow characteristics in a complete nonlinear formulation and physical variables. However, the account of multiscale process makes high demands for computing resources and codes.

MATHEMATICAL MODELING

The mathematical description is based on a fundamental system of differential balance equations of the mechanics of inhomogeneous liquids:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho_{00}} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{v} - \mathbf{sg}, \quad \frac{\partial s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla s = \kappa_s \Delta s + \frac{v_z}{\Lambda},$$

$$\nabla \mathbf{v} = 0, \quad \rho = \rho_{00} \left(-z/\Lambda + s \right),$$

$$\mathbf{v}|_{\Sigma} = 0, \quad s|_{\infty} = 0, \quad v_x|_{\infty} = U, \quad v_z|_{\infty} = 0, \quad \left. \frac{\partial S}{\partial n} \right|_{\Sigma} = -\frac{1}{\Lambda} \frac{\partial z}{\partial n} + \left. \frac{\partial s}{\partial n} \right|_{\Sigma} = 0,$$

where $S = S_0(z) + s$ is total salinity including the salt contraction coefficient, $S_0(z)$ is the unperturbed salinity profile, s is the salinity perturbation, ρ_{00} is density at neutral buoyancy horizon, $\mathbf{v} = (v_x, v_z)$ is velocity vector, P is the pressure except for the hydrostatic one, ν is the kinematic viscosity coefficient, κ_s is the kinematic salt diffusion coefficients, t is time, \mathbf{g} is the gravity acceleration, \mathbf{n} is external normal to the wedge's surface Σ . The steady flow field of physical variables induced by diffusion on a motionless wedge, become initial conditions for the problem of flow around a body by a flow of continuously stratified fluid [2].

A wide range of scales indicates the complexity of the internal stratified flow structure that must be taken into account when developing a numerical model. The large-scale elements (waves and vortices) characterize regularly perturbed components of the total solution. The extensive family of singularly perturbed components describes the fine-structure elements of the flows. All components actively interact with each other to form an evolving fine structure that affects the transport of matter, the processes of separation of flow components.

NUMERICAL SIMULATION

The formulated problems were analyzed numerically using the finite volume method realized in new solvers of OpenFOAM [3]. Interpolation of the convective terms of the equations is carried out using the high-order accuracy TVD schemes. Discretization of the time derivative is implemented using three-point implicit asymmetrical scheme of second order accuracy with backward differencing. With the purpose of conjugate solving of equations for velocity and pressure, the PISO algorithm with four correctors is used.

The computational grid is settled to resolute the finest flow elements in high-gradient regions of the flow especially near the surface of an obstacle. Such a condition leads to a significant increase in the total amount of computational cells that makes it inefficient to perform calculations on personal computers. Therefore, the decomposition method was used to divide the calculation domain into a number of subdomains to be processed separately by different processor cores. Decomposition of the computational domain for a parallel run is

carried out by a simple geometric decomposition in which the domain is split into pieces in certain directions with an equal number of computational cells in each block. Such an approach allows setting a high spatial resolution of the computational domain and studying the problem in a wide range of the basic parameters for a quite reasonable time. The parallel computations were carried out in the web-laboratory UniHUB (www.unihub.ru) and Research Computing Centre “Lomonosov” (www.parallel.ru).

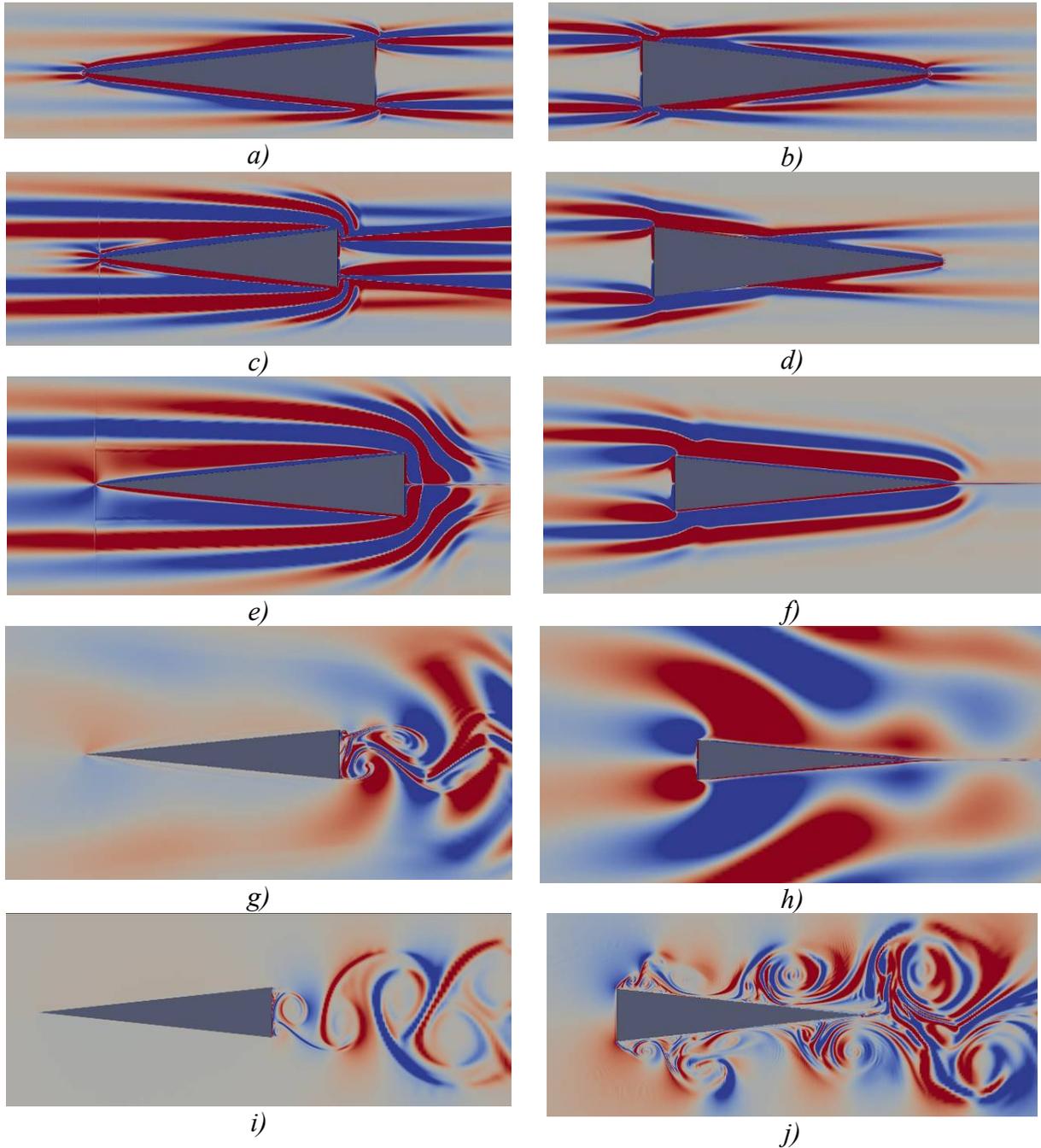


Fig. 1: Horizontal component of salinity gradient perturbations $\partial s/\partial x$ with increase of the external flow velocity: $U = 10^{-5}$ m/s (a, b), $U = 10^{-4}$ m/s (c, d), $U = 10^{-3}$ m/s (e, f), $U = 10^{-2}$ m/s (g, h), $U = 10^{-1}$ m/s (i, j). ($L = 10$ cm, $h = 2$ cm, $Tb = 6.3$ s, red - positive values, blue – negative ones)

RESULTS AND DISCUSSION

In the framework of this work, calculations of the wedge streamlining by the stratified fluid flow forwards a pointed apex and the base at velocities of $U = 10^{-5} \div 10^{-1}$ m/s have been carried out (Fig. 1). Increasing the velocity causes a proportional increase in the attached internal wavelength in accordance with the theory of linear formula $\lambda = UT_b$. Phase surface separating the wave perturbations of opposite signs are bent towards the wedge movement. At velocities $U > 10^{-2}$ m/s vortex perturbations are formed in the wake of a wedge (Fig. 1, g-j). The phase structure of the wave field in phase of its formation depends on the wedge orientation [4]. Past the wedge directed ahead by the acute apex, waves are pronounced past the body. In opposite case they placed ahead of the body, forming complex and pronounce upstream perturbations.

In the left column in Fig. 1 vortices are observed past the body. In the right column in Fig. 1 vortices are formed in the vicinity the leading edge of the wedge. They independently propagate along the body sides then merge in the downstream density wake forming intensive and complex vortex system. Observation of sequence of calculated flow patterns show that the flow around wedge is non-stationary. Vortices, which are formed periodically at the leading edge, move downstream along the body sides. Besides vortices near the body, fine interfaces and long internal waves are observed. Internal wave pattern is stationary with respect of the body. Intensity of internal waves, as well as vorticity and sizes of vortex components increase if the wedge oriented by the bluff part ahead. Separated on upper and lower part of the wedge vortices were merged and formed connected vortex system in the wake past the body.

REFERENCES

1. *Chashechkin Yu. D.* Differential fluid mechanics – basis of the theory of flows with combustion // *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2021, V.1891, P. 0112023. DOI: 10.1088/1742-6596/1891/1/012023
2. *Levitsky V. V., Dimitrieva N. F., Chashechkin Yu. D.* Visualization of the Self-Motion of a Free Wedge of Neutral Buoyancy in a Tank Filled with a Continuously Stratified Fluid and Calculation of Perturbations of the Fields of Physical Quantities Putting the Body into Motion // *Fluid Dynamics*, 2019, V. 54, №. 7, P. 948–957. DOI: 10.1134/S0015462819070115
3. *Dimitrieva, N. F.* Calculation of nonuniform fluid flows in a gravity field // In *Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics*, ed. D.Šimurda, T.Bodnár, Prague, 2020, P. 48-55. DOI: 10.14311/TPFM.2020.007
4. *Dimitrieva N. F.* Stratified Flow Structure near the Horizontal Wedge // *Fluid Dynamics*, 2019, V. 54, №. 7, P. 940–947. DOI: 10.1134/S0032823519030111



OBSERVATION OF MESOSCALE VORTICES IN MEDITERANEAN SEA

P. Fraunié

*Emeritus Professor, Mediterranean Institute of Oceanography,
Université de Toulon, Aix Marseille Université, CNRS 7294, IRD, France,
e-mail: fraunie@univ-tln.fr*

Recent process oriented [1] and realistic [2-5] numerical modelling provide new insights in the marine vortex structures including secondary flows, filaments and vertical baro-

clinic motions. The presented observations and numerical analysis were performed in the microtidal North Western Mediterranean Sea where wind effect [2-5] was evidenced for the formation of mesoscale eddies (Fig. 1) as observed by HF radars [5]. Long series of surface current mapping [6] allowed to elucidate some mechanisms for vortex formation from inertial motion due to wind forcing.

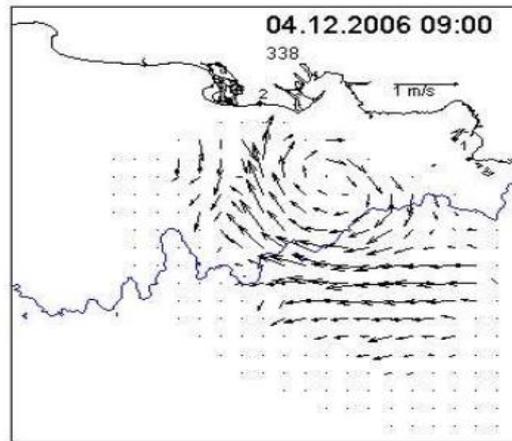


Fig. 1. Eddy formation in the Gulf of Lions as observed by HF radars [5]

From satellite observations [7], statistical analysis of occurrence of cyclonic and anti-cyclonic vortices has been conducted providing a better view of the contribution of mesoscale eddies in the turbulent field. In the end, 3D investigations of the vortex structure [8] recently confirmed the complex structure of such vortices.

ACKNOWLEDGMENTS

CNRS INSU LEFE “TURBORADAR” and ANR ASTRID “TURBIDENT” projects

REFERENCES

1. Klein P., Hua B. L., Lapeyre G., Capet X., S. Le Gentil, and H. Sasaki Upper Ocean Turbulence from High-Resolution 3D Simulations *J. Phys. Oceanogr.* 2008, V38, 8
2. Reffray G., P. Fraunié, P. Marsaleix, Secondary flows induced by wind forcing in the Rhône region of freshwater influence, *Ocean Dynamics* 2004, 54:2 pp 179-196.
3. Langlais C., Barnier; B., Molines J-M, Fraunié P., Jacob D. and Kotlarski S. Evaluation of a dynamically downscaled atmospheric reanalysis in the prospect of forcing long term simulations of the ocean circulation in the Gulf of Lions. *Ocean Modelling* 2009, 30, 270-286.
4. Schaeffer A., Garreau P., Molcard A., Fraunié, P. Seity Y. Influence of high resolution wind forcing on the gulf of Lions hydrodynamic modelling, *Ocean Dynamics* 2011. vol61, 11, pp1823-1844. DOI: 10.1007/s10236-011-0442-3
5. Schaeffer A. Molcard A. Forget P. Fraunié P. Garreau P.. Generation mechanisms for mesoscale eddies in the Gulf of Lions : radar observation and modelling. *Ocean Dynamics* 2011, vol 61, 10, pp1587-1609, DOI.1007/s10236-011-0482-8
6. Bourg N., A. Molcard Northern boundary current variability and mesoscale dynamics: a long-term HF RADAR monitoring in the North-Western Mediterranean Sea *Ocean Dynamics*, 2021 71, pages 851–870
7. Fraunié P., J. M. Redondo, A. Platonov, M. Diez and A. Matulka. ROFI structure in the gulf of Lions and the NW Mediterranean Sea: Field and remote sensing observations of

surface coherent structures. Summer School and Workshop on Environmental Turbulence. "SSWET". Madrid: Universidad Complutense de Madrid (UCM), 2010, p. 1-18.

8. Garreau, P., Dumas, F., Louazel, S., Correard, S., Fercocq, S., Menn, M.L., Serpette, A., Garnier, V., Stegner, A., Vu, B.L., Doglioli, A., Gregori, G., PROTEVS-MED field experiments: very high resolution hydrographic surveys in the Western Mediterranean Sea. Earth System Science Data 12, 441–456. <https://doi.org/10.5194/essd-12-441-2020>



QUANTUM DROPLET GENERATION AND MODULATIONAL INSTABILITY IN TWO-DIMENSIONAL BINARY BOSE-EINSTEIN CONDENSATES

S.R. Otajonov, E.N. Tsoy, F.Kh. Abdullaev

Physical-Technical Institute of the Uzbek Academy of Sciences, Tashkent, Uzbekistan

Modulation instability (MI) or Benjamin-Fair instability is a process of exponential growth of a amplitude of weakly modulated plane waves. It has been studied in different physical systems such as nonlinear optics, plasma physics, hydrodynamics, Bose-Einstein condensates (BECs) and other systems as well. Studying the MI is important because it is a precursor for a formation of bright solitons and quantum droplets. Quantum droplet (QD) is a self-bound localized state which may emerge in BECs in the presence of quantum fluctuation effect. Quantum droplets have liquid-like properties, for a large number of atoms, the density of QDs reaches a uniform saturation density with low compressibility indicating the behavior of classical liquids. First theoretical study of a QDs was reported in Ref. [1] and an experimental realization in such system was observed in Ref. [2]. There have been many studies regarding the physics of QDs. Modulational instability and creation of QDs in the 1D space geometries have been considered in [3]. Recent experimental demonstrations of MI have been reported in [4, 5]. The properties of 2D QDs and vortices were studied in [6, 7].

The purpose of this study is to investigate the linear and nonlinear stages of MI and formation of QDs in 2D binary Bose-Einstein condensates. The dynamics of the system can be described by the following coupled Gross-Pitaevskii equations:

$$i\psi_{jt} + \frac{1}{2}\nabla^2\psi_j - \frac{1}{2\sqrt{\sigma_j\sigma_{3-j}}}\left(\sqrt{\frac{\sigma_j}{\sigma_{3-j}}|\psi_j|^2 - |\psi_{3-j}|^2}\right)\psi_j - \frac{1}{2}\left(\frac{\sigma_j}{\sigma_{3-j}}|\psi_j|^2 + |\psi_{3-j}|^2\right)\psi_j \ln\left[\frac{\sigma_j|\psi_j|^2 + \sigma_{3-j}|\psi_{3-j}|^2}{2\sqrt{\sigma_j\sigma_{3-j}}}\right] = 0, \quad (1)$$

where ψ_j are wave functions of j -th components and corresponds to different atomic species in the condensate or different states of the same isotope, $j=1$ and 2 , $\nabla^2 = \partial_x^2 + \partial_y^2$ is the two-dimensional Laplacian and σ_j are the coupling constants.

The plane wave solutions of Eq.(1) are taken in the form: $\psi_j = A_j \exp(-i\mu_j t)$ where A_j and μ_j are the amplitudes and chemical potentials, respectively. By applying the following transformation $\psi_{jt} = \sqrt{\rho_j(r, t)} \exp[i\phi(r, t)]$, Eq.(1) can be considered as the Euler equation for hydrodynamics of a quantum liquid. By using the linear stability analysis we find the following dispersion relations:

$$\lambda_{\pm}^2 = \frac{k^2}{4} \left[-k^2 - 2(c_1 + c_2) \pm 2\sqrt{(c_1 - c_2)^2 + 4c_3^2} \right]$$

where $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ is the wave number, and

$$c_j \equiv \frac{A_j^2}{2\sigma_{3-j}} + \frac{A_j^2 \sigma_j}{2\sigma_{3-j}} \ln \left[e \frac{\sigma_j A_j^2 + \sigma_{3-j} A_{3-j}^2}{2\sqrt{\sigma_j \sigma_{3-j}}} \right], \quad c_3 \equiv \frac{A_1 A_2}{2} \left(-\frac{1}{\sqrt{\sigma_1 \sigma_2}} + \ln \left[e \frac{\sigma_1 A_1^2 + \sigma_2 A_2^2}{2\sqrt{\sigma_1 \sigma_2}} \right] \right)$$

Analysis of the dispersion relation gives instability regions in terms of wave number k and growth rates of perturbed mode. The growth rate $\text{Re}(\lambda_+)$ of MI is plotted in Fig.1 for given $\sigma_j = 0.1$. A left panel shows the growth rate in the plane of k and $A = A_1 = A_2$, MI occurs only for a particular interval of A and $k < k_{cr}$. A Right panel in Fig.1 illustrates the growth rate in (A_1, A_2) plane, instability regions inside $A_1^2 + A_2^2 = e^{-1}$ quarter circle.

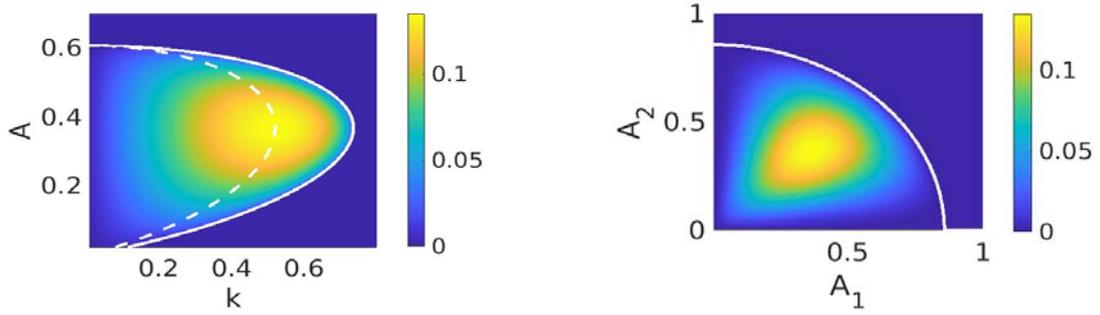


Figure 1. Left: The growth rate of MI is depicted as a function of modulation wave number k and the modulation amplitude A for fixed $\sigma_j = 0.1$. A solid line shows the MI boundary, and a dashed line represents the largest value of the MI gain. Right: Same as in the left panel, but in (A_1, A_2) plane.

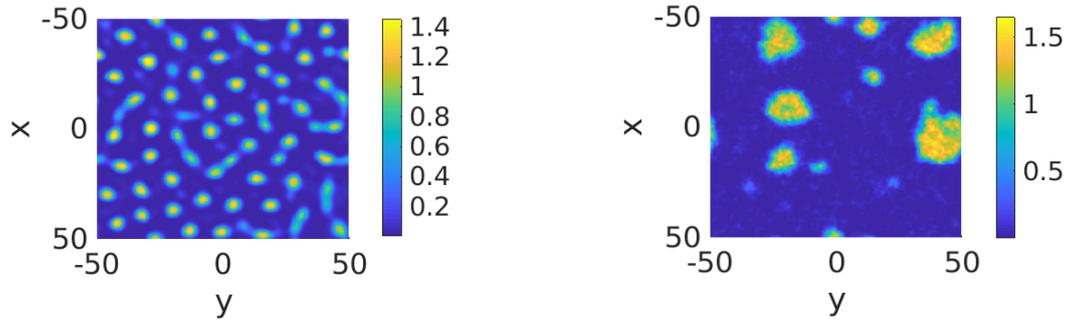


Figure 2. Density patterns $|\psi(x, y, t)|^2$ of QDs for different time. Left: $t=80$ and Right: $t=1000$. Other parameters are $\sigma_j = 0.1$ and $A_j = 0.3$.

The typical dynamics of slightly perturbed plane waves is demonstrated in Fig. 2. At the beginning time the amplitude of the perturbed waves growth exponentially, then it leads to the formation of QDs.

Number of generated QDs per unit area are estimated analytically and numerically. It is also found that, in direct numerical simulations of Eq.(1) the number of generated QDs exponentially decreases due to the merging and colliding of the interacting droplets. Comparison the analytical prediction with numerical simulation shows good agreement.

REFERENCES

1. *D. S. Petrov*, Phys. Rev. Lett. **115**, 155302 (2015).
2. *C. R. Cabrera, et.al.*, Science **359**, 301 (2018).
3. *T. Mithun, et.al.*, Symmetry, **12**, 174 (2020).
4. *J.H.V. Nguyen, D. Luo, and R.G. Hulet*, Science **356**, 422 (2017).
5. *P. J. Everitt, et al.* Phys. Rev. A **96**, 041601 (2017).
6. *Y. Li, et.al.*, Phys. Rev. A, **98**, 063602 (2018).
7. *Sh. R. Otajonov, E. N. Tsoy, and F. Kh. Abdullaev*, Phys. Rev. E, **102**, 062217 (2020).



АНАЛИЗ ПОПЕРЕЧНОГО ОБТЕКАНИЯ ТРУБНОГО ПУЧКА ДВУХФАЗНЫМ ПОТОКОМ С ПОМОЩЬЮ КОДА STEG

Х. Абди, В.И. Мелихов, О.И. Мелихов

Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва

e-mail: hoseinabdi1990@gmail.com

Важнейшим оборудованием энергоблоков АЭС с ВВЭР являются горизонтальные парогенераторы (ПГ), предназначенные для отвода тепла от теплоносителя первого контура и генерации пара. От эффективности ПГ в значительной степени зависят показатели работы энергоблока, в том числе его мощность. Моделированию гидродинамических процессов, протекающих в горизонтальном ПГ, посвящено достаточно много работ. Степень доверия к результатам моделирования определяется, в первую очередь, объемом и качеством валидации расчетного кода на экспериментальных данных по гидродинамическим процессам, протекающим в горизонтальном ПГ. Одним из ключевых явлений, определяющим движение пароводяной смеси в ПГ, является процесс поперечного обтекания трубного пучка пароводяной смеси. Расчет возникающих при этом потерь давления основывается на тех или иных полуэмпирических корреляциях, для применения их к условиям работы горизонтального ПГ требуется их тщательная проверка на доступных экспериментальных данных. В данной работе анализируются эксперименты [1-3] по поперечному обтеканию трубного пучка водо-воздушной смеси с помощью кода STEG [4, 5], разработанного для моделирования теплогидравлических процессов в горизонтальном ПГ.

КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ КОДА STEG

Математическая модель кода STEG основана на двухжидкостной модели. Каждая фаза (вода и пар/газ) рассматривается как отдельная непрерывная среда (континуум), для которой справедливы уравнения сохранения массы, импульса и энергии. Для замыкания этой системы уравнений её необходимо дополнить соотношениями, описывающими силовое и тепловое межфазное взаимодействие, а также взаимодействие фаз со стенками, дырчатыми листами, трубным пучком и т.п. Гидравлическое сопротивление при обтекании пучка труб двухфазным потоком в коде STEG описывается моделью Колбасникова [6].

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Экспериментальная установка показана на рис.1. В [1-3] экспериментально исследовались характеристики адиабатического водо-воздушного потока при поперечном обтекании трубного пучка с коридорным расположением труб. Трубный пучок состоял из 5 рядов труб по ширине и 20 рядов труб по высоте, диаметр трубок равнялся 19 мм, шаг трубного пучка 24,7 мм. Эксперименты проводились в диапазонах давлений 101 –

180 кПа; массовых расходных паросодержаниях 0 - 0.33; массовых скоростей водо-воздушной смеси 27 - 818 кг/м²с.

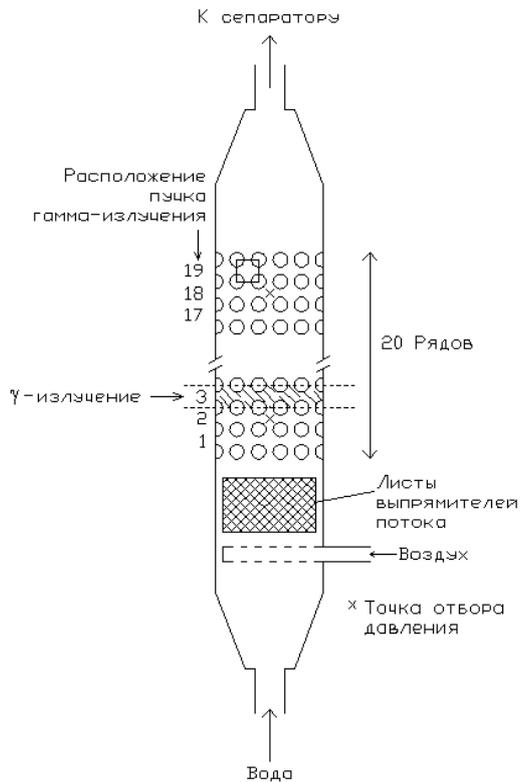


Рис. 1. Экспериментальная установка.

АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТОВ КОДОМ STEG

Код STEG был адаптирован для моделирования экспериментов [1-3]. Были проведены расчеты режимов, характеризующихся различными значениями входного массового газосодержания. Получено удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных данных. В качестве примера на рис.2 приведены расчетные и экспериментальные значения объемного газосодержания.

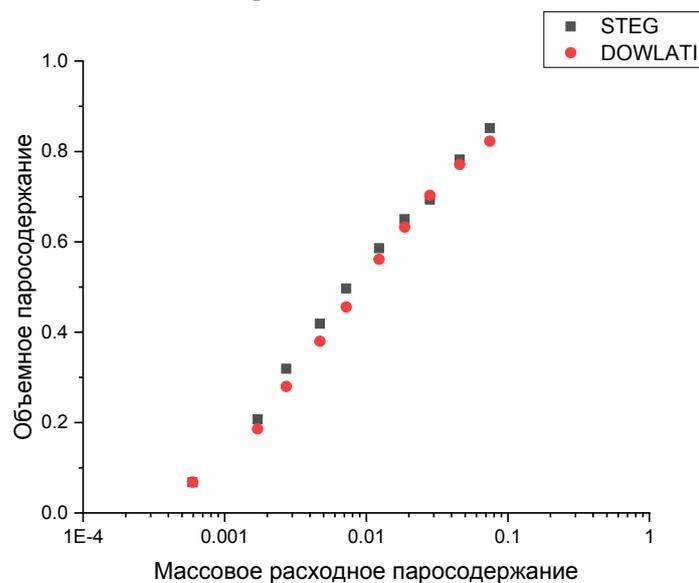


Рис. 2. Объемное паросодержание при $G=151$ кг/м²с.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Dowlati R., Kawaji M., Chan A. M. C.* Pitch-to-diameter effect on two-phase flow across an in-line tube bundle // *AIChE J.*, 1990, № 36. P. 765-772.
2. *Dowlati R., Chan A.M.C., Kawaji M.* Hydrodynamics of two-phase flow across horizontal in-line and staggered rod bundles // *J. Fluids Eng. Trans. ASME*, 1992, 114. P. 450-456.
3. *Dowlati R., Kawaji M., Chisholm D., Chan. A. M. C.* Void fraction prediction in two-phase flow across a tube bundle // *AIChE J.*, 1992, 38. P. 619-622.
4. *Le T. T., Melikhov V.I., Melikhov O.I. et al.* Validation of the STEG code using PGV experiments on hydrodynamics of horizontal steam generator // *Nuclear Engineering and Design*, 2020, Volume 356, 110380.
5. *Le T. T., Melikhov V.I., Melikhov O.I. et al.* Investigation of the equalization capability of submerged perforated sheets under thermal-hydraulic conditions of a horizontal steam generator // *Annals of Nuclear Energy*, Volume 148, 107715.
6. *Колбасников А.В.* Разработка методов расчета гидродинамики двухфазной среды и теплообмена в поперечноомываемых поверхностях нагрева парогенераторов на основе экспериментальных исследований: дисс. на соиск. уч. ст. канд. техн. наук. – М.: ОАО ВТИ. – 2000. – 216 с.



ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УДАРНО-ВОЛНОВЫХ ИМПУЛЬСОВ ПРИ КОЛЛАПСЕ КАВИТАЦИОННЫХ ПУЗЫРЬКОВ В ВОДЕ

А.А. Аганин, И.Н. Мустафин

Институт механики и машиностроения ФИЦ Казанский научный центр РАН

e-mail: aganin_aa@imm.knc.ru, mustafin@imm.knc.ru

При интенсивном коллапсе кавитационных пузырьков в толще жидкости в окрестности пузырька возникают ударно-волновые импульсы, расходящиеся от поверхности пузырька. Такие импульсы представляют значительный интерес для приложений. В частности, они могут вызывать повреждение насосов, лопаток гидротурбин, способствовать очистке твердых поверхностей от загрязнений, интенсификации сонохимических реакций. В настоящей работе изучается адекватность численного моделирования подобных ударно-волновых импульсов в воде на основе уравнений газовой динамики [1], используемых для описания движения пара в пузырьке и окружающей жидкости и замыкаемых широкодиапазонными уравнениями состояния [2]. Решение этих уравнений находится численно методом С.К. Годунова [3] в подвижных координатах, связанных с поверхностью пузырька. Методика решения и результаты исследования ее численной сходимости представлены в [4].

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И МЕТОДИКА РАСЧЕТА

Динамика пара и жидкости описывается уравнениями [1]

$$\frac{\partial(\rho r^2)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u r^2)}{\partial r} = 0,$$

$$\frac{\partial(\rho u r^2)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 r^2 + p r^2)}{\partial r} = 2rp,$$

$$\frac{\partial(\rho e r^2)}{\partial t} + \frac{\partial[ur^2(\rho e + p)]}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

Здесь t – время, r – расстояние до центра пузырька, ρ – плотность, u – радиальная скорость, p – давление, $e = U + u^2 / 2$ – удельная (на единицу массы) полная энергия, U – удельная (на единицу массы) внутренняя энергия, T – температура, κ – коэффициент теплопроводности.

Для замыкания данной системы уравнений применяются широкодиапазонные уравнения состояния жидкости и пара в виде $p(\rho, T)$, $U(\rho, T)$ из работы [2]. Они представляют собой суммы потенциальных и тепловых компонент. Процессы диссоциации и ионизации не учитываются.

Граничные условия в центре пузырька ($r = 0$), на межфазной границе ($r = R(t)$) и на большом удалении от пузырька ($r = \infty$) имеют вид:

$$r = 0: u = 0, \frac{\partial T}{\partial r} = 0, r = R: \dot{R} = u_L + \frac{j}{\rho_L} = u_G + \frac{j}{\rho_G}, p_L = p_G - \frac{4\mu_L u_L}{R} - \frac{2\sigma}{R},$$

$$\left(\kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right)_L - \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right)_G = j l(p_G), T_L = T_G;$$

$$r = r_\infty: p = p_\infty, T = T_\infty,$$

где p_∞ , T_∞ – давление и температура жидкости, точка сверху означает производную по времени, μ_L – динамический коэффициент вязкости жидкости, σ – коэффициент поверхностного натяжения, l – теплота парообразования, j – интенсивность фазовых превращений (испарения/конденсации), отнесенная к единице времени и единице поверхности. Нижние индексы L и G относятся соответственно к параметрам жидкости и пара. Интенсивность фазовых превращений j определяется выражениями

$$j = \frac{\alpha'}{\sqrt{2\pi R_G}} \left(\frac{p_s(T)}{\sqrt{T}} - \frac{\chi p_G}{\sqrt{T}} \right), \Omega = \frac{j \sqrt{R_G T}}{\sqrt{2 p_G}}, \chi = e^{-\Omega^2} - \Omega \sqrt{\pi} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\Omega e^{-x^2} dx \right)$$

Здесь α' – коэффициент аккомодации, R_G – газовая постоянная для пара, $p_s(T)$ – давление насыщенного пара при температуре T .

Применяется методика расчета [4], в которой неограниченная область жидкости $R \leq r < \infty$ заменяется сферическим слоем $R \leq r < R_{ex}$, на внешней поверхности которого ставятся условия на бесконечности $r = r_\infty$. Используются подвижные сетки, связанные с поверхностью пузырька $r = R$ и внешней границей жидкости $r = R_{ex}$, с числом ячеек N_G и N_L . В пузырьке и жидкости ячейки сетки расширяются от поверхности пузырька по геометрической прогрессии, знаменатели прогрессии q_G и q_L , размеры примыкающих к поверхности пузырька ячеек Δr_G и Δr_L . Размер Δr_G определяется как $\Delta r_G = \alpha_G R / N_G$, где $0 < \alpha_G \leq 1$. Полагается $\Delta r_L = \alpha \Delta r_G$, где $0 < \alpha \leq 1$. Знаменатель q_G (q_L) определяется по известным значениям N_G , Δr_G и R (N_L , Δr_L и $R_{ex} - R$).

АДЕКВАТНОСТЬ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСХОДЯЩИХСЯ УДАРНО-ВОЛНОВЫХ ИМПУЛЬСОВ

Для оценки адекватности принятой в настоящей работе численной модели образования и распространения расходящихся ударно-волновых импульсов, возникающих в воде в результате коллапса кавитационного пузырька, результаты расчетов сравниваются с известными экспериментальными данными [5] и [6]. В расчетах полагается, что $R(0) = R_0 = 1.92$ мм, $R_{ex}(0) = 28.8$ мм, $p_\infty = 1$ бар, $T_\infty = 293.15$ К, пар в пузырьке в начале коллапса (при $t = 0$) находится в состоянии насыщения при температуре окружающей жидкости с давлением $p_s(T_\infty) = 0.0223$ бар, $\alpha' = 0.075$ [4], $\mu_L = 0.001$ Па·с, $\sigma = 0.0725$ Н/м, $\kappa_G = 0.018$ Вт/(м·К), $\kappa_L = 0.598$ Вт/(м·К). Расчеты проводятся на сетке с $N_L = 128000$, $N_G = 500$, $\alpha_G = 0.01$, $\alpha = 1$.

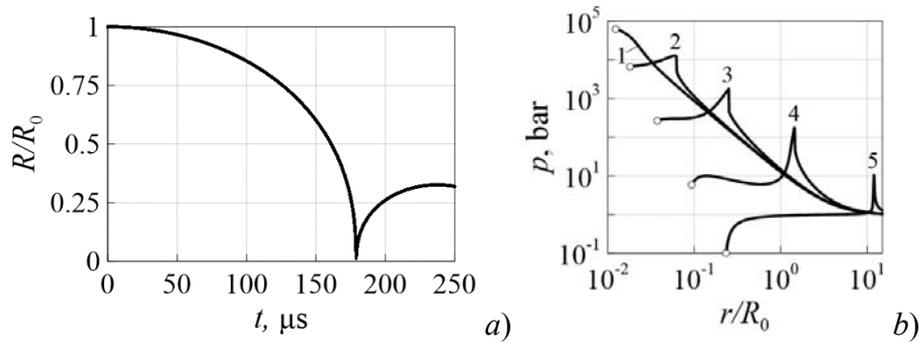


Рис.1. Изменение радиуса пузырька при коллапсе и последующем расширении (а) и пять радиальных профилей давления в стадии расширения (линии 1-5, полыми кружками отмечена поверхность пузырька) (b).

Рис.1 характеризует изменение размеров пузырька при коллапсе и последующем расширении и изменение давления в жидкости в окрестности пузырька в ходе образования и распространения расходящегося ударно-волнового импульса. Видно, что пузырек довольно сильно сжимается (его радиус уменьшается примерно в 80 раз). Кривая 1 на рис.1(b) соответствует экстремальному сжатию. Из рис.1(b) следует, что в начале расширения в окрестности пузырька формируется уходящий в жидкость ударно-волновой импульс (кривая 2). В его переднем фронте между моментами 2 и 3 образуется разрыв. Затем ударно-волновой импульс все более удаляется от пузырька, а его амплитуда убывает (кривые 3-5).

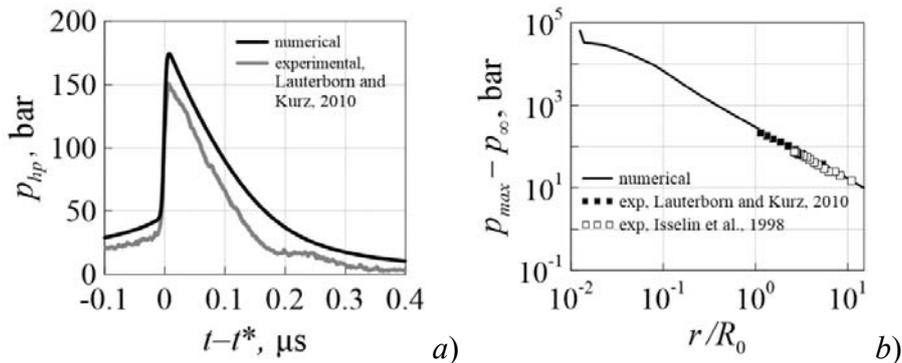


Рис.2. Численные и экспериментальные [5] профили давления p_{hp} при $r = 3$ мм (t^* – момент, соответствующий максимальному градиенту) (а) и изменение амплитуды ударно-волнового импульса в ходе его распространения. Видно, что результаты численных расчетов находятся в хорошем качественном и количественном согласовании с данными экспериментов [5], [6].

На рис.2(a) дано сравнение временного профиля давления численного решения с экспериментальными данными [5]. Видно их хорошее качественное удовлетворительное количественное согласование. Рис.2(b) характеризует изменение амплитуды ударно-волнового импульса в ходе его распространения. Видно, что результаты численных расчетов находятся в хорошем качественном и количественном согласовании с данными экспериментов [5], [6].

Таким образом, по результатам сравнения с экспериментальными данными можно заключить, что принятая в настоящей работе численная модель адекватно описывает эволюцию расходящихся ударно-волновых импульсов, возникающих в воде в результате коллапса кавитационных пузырьков.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Топорков Д.Ю., Ильгамов М.А.* Образование сходящихся ударных волн в пузырьке при его сжатии // ДАН. 2014. Т.458. №3. С.282-286.
2. *Нигматулин Р.И., Болотнова Р.Х.* Широкодиапазонное уравнение состояния воды и пара. Упрощенная форма // Теплофизика высоких температур. 2011. № 2. С.310-313.
3. *Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. – М.: Наука. 1976. 400с.
4. *Аганин А.А., Мустафин И.Н.* Расчет импульса давления в жидкости при коллапсе кавитационного пузырька // Волны и вихри в сложных средах: 10 - ая Международная конференция – школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах». Москва: Сборник материалов школ. 2019. С.52-55.
5. *Lauterborn W., Kurz T.* Physics of bubble oscillations. Rep. Prog. Phys. 2010. V.73. Article 106501.
6. *Isselin J.C., Alloncle A.P., Autric M.* On laser induced single bubble near a solid boundary: contribution to the understanding of erosion phenomena // J. Appl. Phys. 1998. V.84. P.5766-5771.



ВЛИЯНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ ВНЕШНЕГО ПОТОКА НА ТЕЧЕНИЕ ВБЛИЗИ СУПЕРГИДРОФОБНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

А.И. Агеев, А.Н. Осипцов

*Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва
e-mail: aaiageev@mail.ru osiptsov@imec.msu.ru*

Поверхности, имеющие структурированную шероховатость в сочетании с химической гидрофобностью, в литературе принято называть супергидрофобными поверхностями (СГП). При обтекании СГП вязкой жидкостью в элементах ее шероховатости (микрокавернах) силами поверхностного натяжения могут удерживаться микропузырьки газа. Такое состояние СГП называется состоянием Касси. Поскольку на границе пузырьков трение практически отсутствует, на СГП возникает осредненное (макроскопическое) проскальзывание жидкости и происходит заметное снижение осредненного трения. Для стационарных течений вдоль СГП с периодической текстурой в литературе имеются количественные оценки снижения трения, обусловленного наличием газовых пузырьков, для различных параметров текстуры, таких как: доля поверхности, занятая кавернами с пузырьками; форма поверхности пузырьков; объем газа в каверне. Можно считать, что факторы, влияющие на снижение трения при ламинарных стационарных течениях вдоль полосчатых СГП, изучены достаточно подробно. Однако для нестационарных и турбулентных течений вдоль СГП вопрос о возможных механизмах снижения трения остается малоизученным, хотя имеются экспериментальные подтверждения заметного снижения трения на супергидрофобной поверхности в турбулентном потоке. При этом результаты расчетов, полученные в предположении неизменного состояния пузырьков в кавернах, дают завышенные значения трения по сравнению с данными экспериментов.

В настоящей работе исследовано возможное влияние пульсаций давления и скорости во внешнем потоке жидкости на эффективные параметры СГП, образованной пе-

риодической системой двумерных прямоугольных микрокаверн, содержащих сжимаемый газ. В качестве внешнего решения вблизи выбранной каверны СГП используется пульсирующий профиль скорости, который вырабатывается в плоском канале при гармоническом законе изменения давления. Предполагается, что толщина канала много больше размера микрокаверн на его стенке. Пульсации давления во внешнем потоке приводят к колебаниям мгновенной формы поверхности и объема пузырька в каверне. При этом пульсации профиля скорости и давления могут приводить к противоположным воздействиям на эффективную скорость проскальзывания и снижение трения. Целью работы являлось параметрическое исследование влияния осцилляций скорости и давления во внешнем модельном потоке на эффективные параметры супергидрофобной поверхности с полосчатой структурой при различных начальных состояниях газовых пузырьков в кавернах.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Уравнения движения пульсирующего течения вязкой жидкости под действием гармонического изменения градиента давления в плоском канале, записанные для ненулевой компоненты скорости жидкости, в безразмерной форме имеют вид:

$$B \frac{\partial u}{\partial t} = 1 + A \sin(t) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

Здесь $B = Sh \cdot Re$, где Sh – число Струхалия, Re – число Рейнольдса; A – безразмерная амплитуда пульсаций давления. В качестве масштаба длины выбрана ширина канала H , масштаба скорости – $U = KH^2/\mu$, где K – модуль градиента давления при отсутствии пульсаций, μ – вязкость. Максимальная допустимая амплитуда пульсаций давления определяется из условия удержания газовых пузырьков в кавернах при их выпячивании в основной поток. Граничные условия для u – это условие прилипания на стенках канала $u(t, y = 0) = u(t, y = 1) = 0$.

Решение уравнений движения, удовлетворяющее граничным условиям, получается стандартным способом [1]:

$$u(t, y) = 0.5y - 0.5y^2 + \alpha \left[\exp\left(y\sqrt{\frac{B}{2}}\right) \cos\left(y\sqrt{\frac{B}{2}} + t\right) + \exp\left(y\sqrt{\frac{B}{2}} + \sqrt{\frac{B}{2}}\right) \cos\left(y\sqrt{\frac{B}{2}} - \sqrt{\frac{B}{2}} + t\right) + \exp\left(-y\sqrt{\frac{B}{2}} + \sqrt{\frac{B}{2}}\right) \cos\left(-y\sqrt{\frac{B}{2}} + \sqrt{\frac{B}{2}} + t\right) + \exp\left(-y\sqrt{\frac{B}{2}} + \sqrt{2B}\right) \cos\left(t - y\sqrt{\frac{B}{2}}\right) \right] - \frac{A}{B} \cos(t)$$

$$\alpha = \frac{A}{B[1 + 2 \exp(\sqrt{B/2}) \cos(\sqrt{B/2}) + \exp(\sqrt{2B})]}$$

Первые два слагаемые в полученном выражении соответствуют профилю Пуазейля. На рис. 1 (а) и (б) представлены профили пульсационной составляющей скорости, а также характерная зависимость мгновенного значения давления и касательного трения на стенке от времени. На рис. 1 вычисленные мгновенные значения отнесены к значениям, соответствующим течению без пульсаций. Следует отметить, что пульсации трения на стенке и давления могут происходить в противофазе. То есть, для некоторых значений безразмерных параметров при сжатии пузырька или сильном искривлении его поверхности может быть лишь незначительное ухудшение средних за период пульсаций давления параметров СГП по сравнению со значениями, соответствующими стационарному течению с заданным профилем Пуазейля.

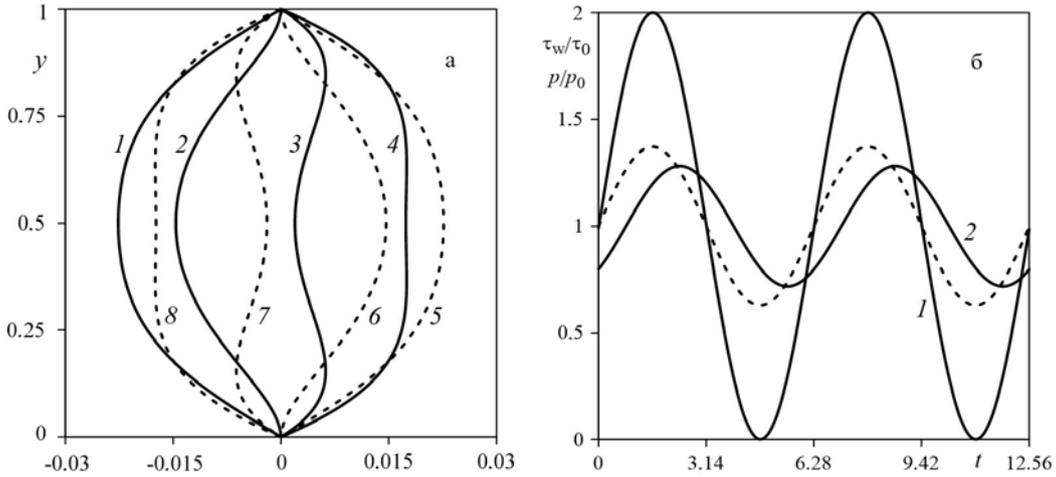


Рис. 1. Пульсационная составляющая профиля скорости в канале:
 $A = 1, B = 50, t = \{0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi, 5\pi/4, 3\pi/2, 7\pi/4\}$ (а);
 мгновенное значение давления (пунктирная линия) и касательного трения на стенке:
 1-2 – $A = 1, B = \{0.1, 50\}$ (б)

Вблизи СГП с периодической текстурой на масштабе одиночной каверны течение локально стоково с периодическими по пространству граничными условиями:

$$\Delta \mathbf{u} - \nabla p = 0 \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

В постановку задачи о течении жидкости на масштабе каверны время входит как параметр, определяющий состояние газового пузырька в каверне и мгновенный профиль скорости вблизи СГП. Так как внешний профиль скорости пульсирует, мгновенный наклон профиля скорости перед и за каверной также изменяется. Для численного решения уравнений Стокса в области с изменяющейся границей и соответствующими периодическими граничными условиями в [2, 3] разработан численный алгоритм, основанный на методе граничных интегральных уравнений. В расчетах мгновенная форма поверхности пузырька определяется из условий сохранения массы газа в каверне и скачка давлений на поверхности пузырька с использованием уравнения состояния идеального газа. Растворимостью газа пренебрегается. При интенсивном сжатии форма поверхности пузырька, удерживаемого в каверне, не меняется, мениск смещается вдоль стенок внутрь каверны. При понижении локального давления над каверной точки закрепления мениска доходят до верхних углов каверны, а затем форма поверхности пузырька начинает изменяться, и при достижении некоторого значения давления над каверной мениск может выступать из каверны в основной поток.

На рис. 2 представлен пример расчетов мгновенных значений осредненных по пространственному периоду скорости проскальзывания u_w (а) и касательного трения τ_w (б) на СГП. Их значения отнесены к u_{w0} и τ_{w0} , вычисленных для стационарного течения с формой поверхности пузырька, соответствующей $t = 0$ в нестационарном течении. Сплошные линии – расчеты с учетом пульсаций скорости и давления вблизи стенки, пунктирные линии – расчеты с учетом лишь пульсаций давления. Сдвиг фаз между пульсациями давления и скорости приводит к нарушению симметрии кривых относительно четверти периода. Интервал времени $0 < t < 3.14$ соответствует сжатию газа, $3.14 < t < 6.28$ – расширению пузырька в каверне.

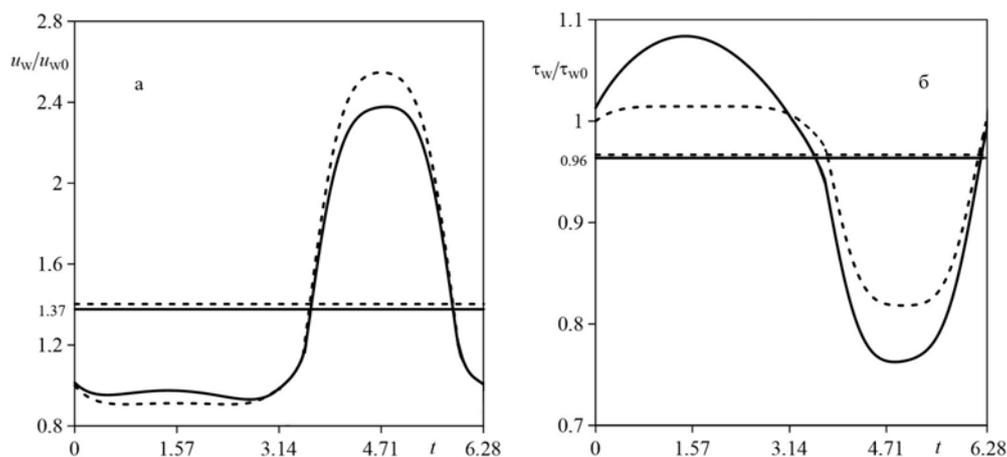


Рис. 2. Типичная зависимость мгновенных значений u_w и τ_w от времени; горизонтальные линии – средние за период пульсаций значения

Разработана математическая модель течения вязкой жидкости вблизи полосчатой СГП, учитывающая пульсации внешнего потока. Для модельного внешнего течения показано, что пульсации скорости и давления вблизи стенки могут даже увеличивать осредненное скольжение и снижать осредненное трение на СГП по сравнению с аналогичным стационарным течением. Полученные результаты могут служить основой для объяснения механизма снижения трения на СГП в турбулентном потоке.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТ

Работа выполнена по госбюджетному плану МГУ при частичной поддержке гранта РФФИ № 20-01-00103.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Majdalani J.* Exact Navier-Stokes solution for pulsatory viscous channel flow with arbitrary pressure gradient // *J. Propulsion and Power*. 2008. V. 24. N6. P. 1412–1423.
2. *Агеев А.И., Осипцов А.Н.* Сдвиговое течение вязкой жидкости над каверной, содержащей пульсирующий пузырек газа // *Доклады РАН*. 2020. Т. 493. С. 38–41.
3. *Ageev A.I., Golubkina I.V., Osipov A.N.* Application of boundary element method to Stokes flows over a striped superhydrophobic surface with trapped gas bubbles // *Phys. Fluids*. 2018. V. 30 (1). P. 012102.



РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНОВЫХ ПАКЕТОВ И УЗКИХ ПУЧКОВ В СРЕДАХ С НЕОДНОРОДНОСТЯМИ, ЛОКАЛИЗОВАННЫМИ НА ГИПЕРПОВЕРХНОСТЯХ.

А.И. Аллилуева

Институт Проблем Механики им. А.Ю. Ищлинского РАН, Москва

e-mail: esina_anna@list.ru

В докладе строится асимптотическое решение задачи Коши для волнового многомерного уравнения, скорость в котором испытывает резкий скачок вблизи поверхности коразмерности 1, и плавно меняется на конечном расстоянии от этой поверхности. Начальные условия выбираются в либо виде быстроосциллирующего волнового пакета,

либо в виде узкого гауссова пучка. Описаны геометрические объекты (лагранжевы поверхности и комплексный росток Маслова), соответствующие такой задаче; основной эффект состоит в появлении нескольких поверхностей, соответствующих прошедшим и отраженным волнам, и склеенных в точках поверхности скачка скорости. В результате мы получаем полное асимптотическое разложение решения задачи Коши.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Allilueva, A.I., Shafarevich, A.I.* Reflection and Refraction of Lagrangian Manifolds Corresponding to Short-Wave Solutions of the Wave Equation with an Abruptly Varying Velocity. *Russ. J. Math. Phys.* 28, 137–146 (2021).



ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЕРЕОХЛАЖДЕННЫХ КАПЕЛЬ С ТВЕРДЫМ ТЕЛОМ В ПОТОКЕ ВОЗДУХА

И.А. Амелюшкин, У.Г. Ибрагимов, А.О. Морозов
Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный
e-mail: Amelyushkin_Ivan@mail.ru

Моделирование и управление взаимодействием многофазных потоков с твердым телом – одна из актуальных задач аэрогидромеханики. Это обусловлено широким кругом явлений, возникающих в технических приложениях, в частности в задачах противодействия обледенению, управления тепломассообменом, при визуализации процессов в аэрогидродинамических установках и в ряде других приложений. Присутствие дисперсной примеси даже в малых количествах зачастую приводит к существенным изменениям характеристик физического процесса, в частности к существенному снижению аэродинамического качества и повышению веса при обледенении. Исследование режимов обледенения ЛА, при которых необходимо учитывать эффект дробления капель представляет большой интерес при расчетах обледенения летательных аппаратов, оптимизации гидрофобных и противообледенительных свойств покрытий и актуально в ряде других практических приложений – струйная печать, технологии пожаротушения, распыла веществ и другие. На рис. 1 качественно показаны области применимости различных методов исследования и моделирования взаимодействия скоплений жидкости с твердым телом, в частности, переохлажденных метастабильных капель с обтекаемым телом в процессе его обледенения и при противодействии этому явлению при помощи гидро- и льдофобных покрытий.

При взаимодействии частиц аэрозольного потока с твердым телом в зависимости от условий реализуются различные режимы. В работе [1] реализуются 5 основных режимов обтекания тела потоком газозвеси, в частности, аэрозольным потоком, содержащим переохлажденные капли и кристаллы льда. В рамках представленных в настоящей работе результатов исследования список [1] дополнен другими режимами, конкретизированы условия при которых рассматриваемые условия реализуются. В таблице 1 представлена схема различных режимов обтекания тела аэрозольным потоком в зависимости от определяющих параметров: числа Стокса и Кнудсена. Режимы прилипания (адгезии), разрушения (эрозии) частиц и обтекаемого тела имеют место в зависимости от коэффициентов изменения массы и скорости частиц [2]. Следует отметить, что в случае ионизации газа и/или частиц появятся в таблице появятся магнитоплазменные режимы, вызванные сочетанием электромагнитных и газодинамических эффектов.

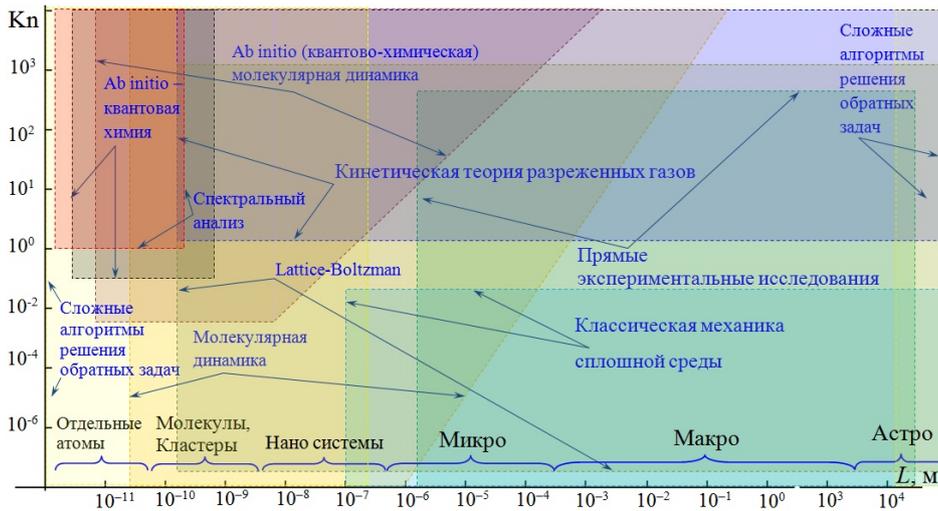


Рис. 1. Диаграмма применимости методов исследования и моделирования скоплений жидкости.

В настоящей работе получены результаты моделирования взаимодействия водно-кристаллического потока с твердым телом в широком диапазоне значений основных подпараметров и уровней моделирования [2–4]. При молекулярном моделировании малых капель [3, 5] подобие соответствию поведению значительно более крупных переохлажденных капель, (размеры и, как следствие, инерция, которых обеспечивают попадание на поверхность обтекаемого тела) может быть обеспечено в предположении равенства безразмерных критериев подобия, основные из которых числа Вебера и капиллярности. При этом значения скорости удара наночапель не будут близки к скорости звука в жидкости, т.к. микрокапли значительно тормозятся вблизи обтекаемого тела и не превышают максимальное значение нормальной компоненты скорости удара о поверхность, которое на основании расчетов [3] аппроксимировано следующим выражением: $V_n^{\max} = V_\infty \exp(-1 / 4Stk)$. Здесь Stk – число Стокса, V_∞ – скорость движения тела в потоке.

Таблица 1. Схема режимов взаимодействия с обтекаемым телом монодисперсной примеси в обтекающем потоке (здесь Stk – число Стокса рассчитанное по радиусу обтекаемого тела, Kn – число Кнудсена, рассчитанное по размеру частицы).

$Stk \ll 1$		$Stk \sim 1$	$Stk \gg 1$					
$Kn \ll 1$	$Kn > 0.1$	Промежуточные режимы из двух групп случаев	Нет эрозии		Эрозия			
Траектории частиц совпадают с линиями течения несущего потока	Стохастические траектории частиц в окрестностях линий течения газа		Адгезия	Отскок		Разрушение частиц	Разрушение тела	Разрушение тела и частиц
				Без дисперсного экрана	Дисперсный экран			

Для противодействия нарастанию барьерного льда необходимо обеспечить высокое скольжение капель по поверхности обтекаемого тела при заданных параметрах об-

текающего потока, т.к. в этом случае капли не успеют трансформироваться в ручейки и быстро снесутся с поверхности обтекаемого тела обтекающим потоком. Одним из основных параметров, характеризующих гидрофобные свойства покрытия является краевой угол смачивания θ , зависящий от свойств материала поверхности обтекаемого тела и геометрических параметрах рельефа. Чем больше краевой угол смачивания, тем при меньшей скорости потока и при меньшем угле наклона поверхности к горизонту капля начнет свое движение. Влияние аэродинамических сил будем характеризовать значениями чисел Вебера и капиллярности, влияние силы тяжести числом Фруда. Критический угол θ , при котором капля начнет движение в настоящей работе найден из уравнения движения капли по поверхности (первое слагаемое – сила тяжести, второе торможение силами поверхностного натяжения, аэродинамическая сила, сила, вызванная вращением жидкости внутри капли и сила, обусловленная потерей импульса при потере массы):

$$m_d \frac{dV_d}{dt} = m_d g \sin \alpha - \frac{1}{2} \xi_{\sigma} \pi b \sigma_l (1 + \cos \theta) + C_D \left(\text{Re}, \frac{\delta^{**}}{a} \right) \cdot \mu \frac{h}{2} (V - V_d) - F_{\omega} + \psi \frac{dm_d}{dt} V_d,$$

которое в предположении тонкого пограничного слоя преобразуется и приводится к следующему виду:

$$0 = \pm \frac{1}{3} \frac{\text{We}}{\text{Fr}} \left(2 - \cos \theta (3 - \cos^2 \theta) \right) - \sin \theta (1 + \cos \theta) + \text{We} \frac{\rho}{\rho_l} \frac{C_D}{2\pi} \cdot \left(\theta - \frac{\sin 2\theta}{2} \right),$$

которое при малых значениях характеризующего режим обтекания капли числа Рейнольдса будет иметь более простой вид: $\sqrt{1-q^2} (1+q) = \psi (2-q(3-q^2)) + \varepsilon(1-q)$

$$\text{Здесь } \varepsilon = \frac{6\mu V}{\sigma} = 6\text{Ca}; \quad \psi = \pm \frac{2\rho_l R V^2}{3\sigma} \frac{gR \sin \alpha}{V^2} = \pm \frac{\text{We}}{3\text{Fr}}; \quad q = \cos \theta. \quad C_D = C_D(\text{Re}).$$

На рисунке 2 показан результат решения данного уравнения. Здесь – We, Fr, Ca, Re – числа Вебера, Фруда, капиллярности и Рейнольдса, соответственно.

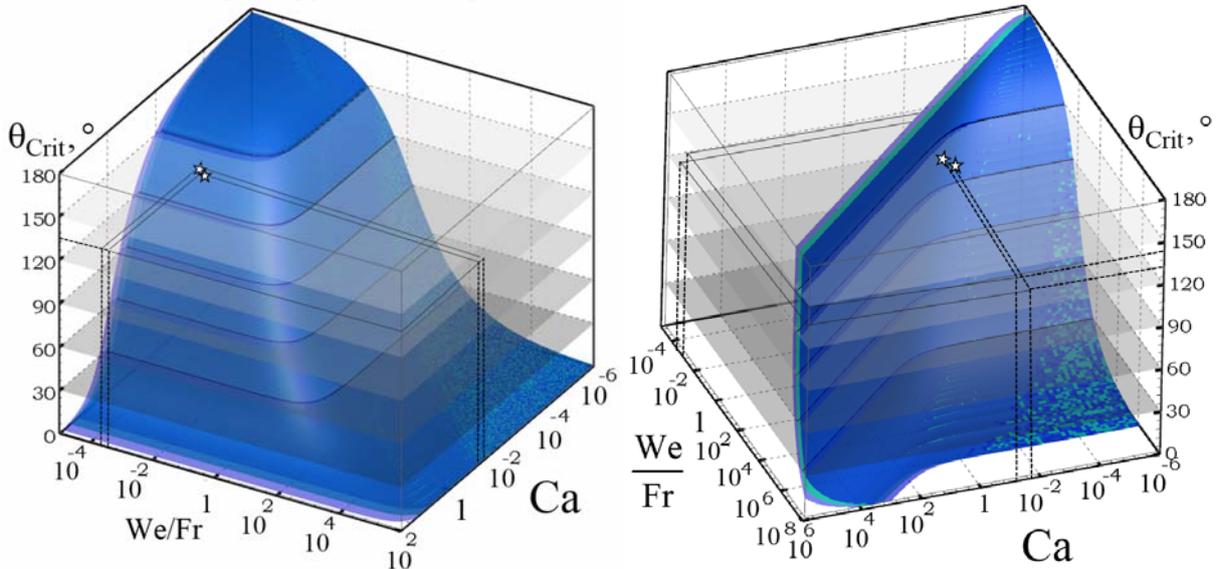


Рис. 2 – Зависимость критического краевого угла смачивания от числа капиллярности Ca и произведения числа Вебера на число Фруда. Слева при совпадении знака проекции сил тяжести и аэродинамической на плоскость поверхности, справа – при различии этих знаков.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 19–29–13024 и № 19–29–13016).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Tsirkunov Yu. M.* Gas-particle flows around bodies – key problems, modeling and numerical analysis // Proc. Fourth Int. Conf. On Multiphase Flow (ICMF'01). New Orleans. USA. 2001. Paper No 607. P. 1–31. (CD-ROM).
2. *Амелюшкин И.А., Стасенко А.Л.* Моделирование взаимодействия кристаллов льда с поверхностью летательного аппарата: область орошения и коэффициенты восстановления скорости // Инженерно-физический журнал. 2020. Т. 93. № 2. С. 307–318.
3. *Амелюшкин И.А., Кудров М.А., Морозов А.О., Стасенко А.Л., Щеглов А.С.* Модели процессов, сопровождающих кристаллизацию переохлажденных капель // Труды Института системного программирования РАН / Т. 1, № 2, 2020. С. 15–21.
4. *Амелюшкин И.А., Миллер А.Б., Стасенко А.Л.* Оценка периода шероховатости противобледенительных покрытий тела в потоке воздуха с переохлажденными каплями // Вестник МГОУ 2021. №1. С. 54–63.
5. *Amelyushkin I.A., Stasenko A.L.* Interaction of supercooled droplets and nonspherical ice crystals with a solid body in a mixed cloud // CEAS Aeronautics Journal. December 2018. V. 9. Issue 4. P. 711–720.



ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ЗОНЫ ОБРАТНОГО ТОКА ПЕРВИЧНОГО ВОЗДУШНОГО ПОТОКА

А.А. Ахунов

*Казанский национальный исследовательский технический
университет им. А.Н. Туполева-КАИ, Казань
e-mail: ahunov.adel@yandex.ru*

В работе представлена математическая модель и численный метод решения задачи формирования зоны обратного тока при воздействии воздушного потока с полидисперсной газок капельной струей. Показано распределение скорости потока в расчетной области, значения скорости дисперсных фаз встреченного потока, эволюция радиусов частиц и средних плотностей вследствие процессов коагуляции и дробления фракций.

Для расчета конструктивного исполнения камеры сгорания с возможностью полного сгорания топливно-воздушной смеси необходимо создание условий формирования в камере сгорания зоны обратных токов, в которой будет происходить наилучшее смешение продуктов горения и окислителя. Создание вихревого движения первичного воздушного потока на входе в камеру сгорания в значительной мере влияет на смесеобразование в двигателе внутреннего сгорания. Турбулизация потока в зоне образования горючей смеси увеличивает интенсивность теплообмена в период испарения топлива, повышает полноту сгорания смеси.

Для устойчивого горения топлива и высокой полноты сгорания скорость в зоне горения необходимо снизить до 15–20 м/с, а температуру поддерживать на уровне более

1900 С. Эти задачи решаются формированием зоны обратных токов и сжиганием топлива при коэффициенте избытка воздуха близком к единице [1]. В статье [2] рассматриваются особенности вынужденного зажигания топливно-воздушной смеси в камерах сгорания малоразмерных газотурбинных двигателей. Для обеспечения устойчивого очага пламени необходимо обеспечить условие его передачи в зону обратных токов, в противном случае пламя будет сноситься по потоку. Условия для воспламенения топливно-воздушной смеси будут зависеть от ее состава и интенсивности обменных процессов. Устойчивое воспламенения смеси в зоне обратных токов состоится при условии, когда время пребывания в ней будет больше времени воспламенения топливно-воздушной смеси.

В работе [3] предложена геометрическая расчетная модель высокотемпературной основной камеры сгорания с уголковым коллектором-стабилизатором пламени на торцевой поверхности которого моделируется струйная подача топлива в виде конуса с углом раскрытия 110 градусов. Расчеты показывают, что за стабилизатором образуется интенсивная зона обратных токов, с отрицательной скоростью газа порядка 65 м/с которая способствует интенсификации процесса смесеобразования.

В представленной работе моделируется взаимодействие источника полидисперсной газовой струи со встречным воздушным потоком. Источник расположен на расстоянии $H=250$ мм от входной границы расчетной области, где происходит течение входного воздушного потока. Используется квадратная расчетная область со стороной $L=1000$ мм., разбитая на участки сеткой с шагом $h=5$ мм. Дисперсный поток состоит из фракций различного размера $r_i=1, 10, 20, 50, 100$ мкм и плотностью вещества $\rho=1000$ кг/м³. Объемное содержание каждой фракции основного потока составляет $\alpha_i=0.00001$, $i=5$. Задается область, занятая источником, а также интенсивность притока массы, импульса и энергии источника в этой области как для газа, так и для дисперсной фазы.

Для описания динамики смеси применяется эйлерова модель полидисперсной газозвеси с дроблением и коагуляцией капель [4]. В качестве несущей среды рассматривается воздух, движение которого описывается системой уравнений Навье-Стокса [5]. Компоненты дисперсной фазы представляют собой фракции, состоящие из капель фиксированного размера.

Движение каждой дисперсной фракции описывается системой из уравнения неразрывности для средней плотности, уравнений сохранения составляющих импульса и уравнения сохранения тепловой энергии, записанных с учетом обмена импульсом и энергией с несущей средой [4].

Система уравнений движения двухфазной полидисперсной смеси записывалась в обобщенных подвижных координатах $\zeta(x, y, t)$, $\eta(x, y, t)$ и решалась явным методом Мак-Кормака второго порядка со схемой нелинейно коррекции [5, 6].

В расчетах начальная плотность воздуха составляла $\rho=1,29$ кг/м³. Начальная температура несущего потока $T=900$ К, теплоемкость $C_p=4200$ Дж/кг·К. Ниже приведены результаты расчетов, полученные при значении скорости основного потока $V_0 = 0.4c$, где $c=(\gamma RT)^{1/2}$ – скорость звука в несущей среде, $\gamma=1,4$ – постоянная адиабаты, $R=287$ Дж/кг·К – газовая постоянная воздуха, T – температура, К.

На боковых границах расчетной области для составляющих скорости несущей фазы и дисперсных фракций ставились условия прилипания. Для выходной границы расчетной области задавались однородные граничные условия второго рода. Процесс течения сопровождался изменением дисперсности и динамических свойств системы вследствие коагуляции и дробления. Изменение массы, концентрации, импульса и температуры частиц при столкновениях описывалось лагранжевой моделью парных соуда-

рений Смолуховского, а также моделью дробления капель.

На Рис. 1 представлено распределение скорости, взаимодействия основного входного потока с источником полидисперсной газок капельной струи, в различные моменты времени. Видно, что за источником с течением времени $t = 0,01$ с. начинает формироваться низкоскоростная зона обратного тока встречного течения со средним значением $v_{cp} \approx 20$ м / с. В формируемой зоне может осуществляться стабилизация зоны горения.

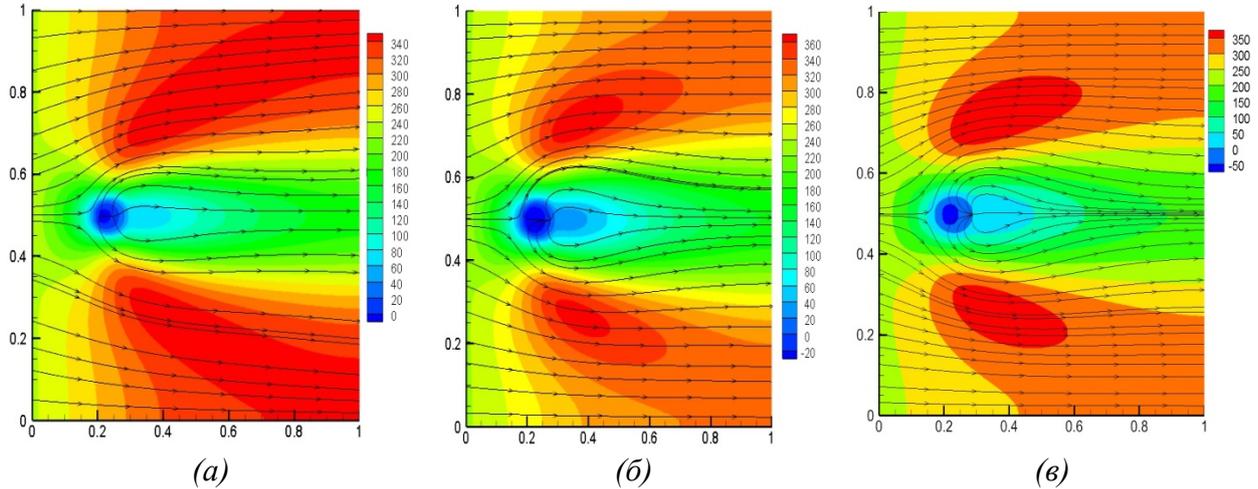


Рис. 1. Распределения скорости (м/с) в моментах времени (а) - $t = 0,0054$ с., (б) - $t = 0,01$ с., (в) - $t = 0,0144$ с.

На Рисунках 2,3 показаны эволюция радиусов и средних плотностей частиц фракций газозвеси. Рост средних плотностей фракций обусловлен накоплением частиц от источника, увеличение радиуса частиц происходит вследствие коагуляции. При начальной стадии формирования потока, частицы принимают скорость основного потока. Впоследствии, при накоплении частиц от источника и увеличении их радиуса, формируется зона обратного тока воздушного потока, с перемешанными полидисперсными фракциями увлекаемыми потоком.

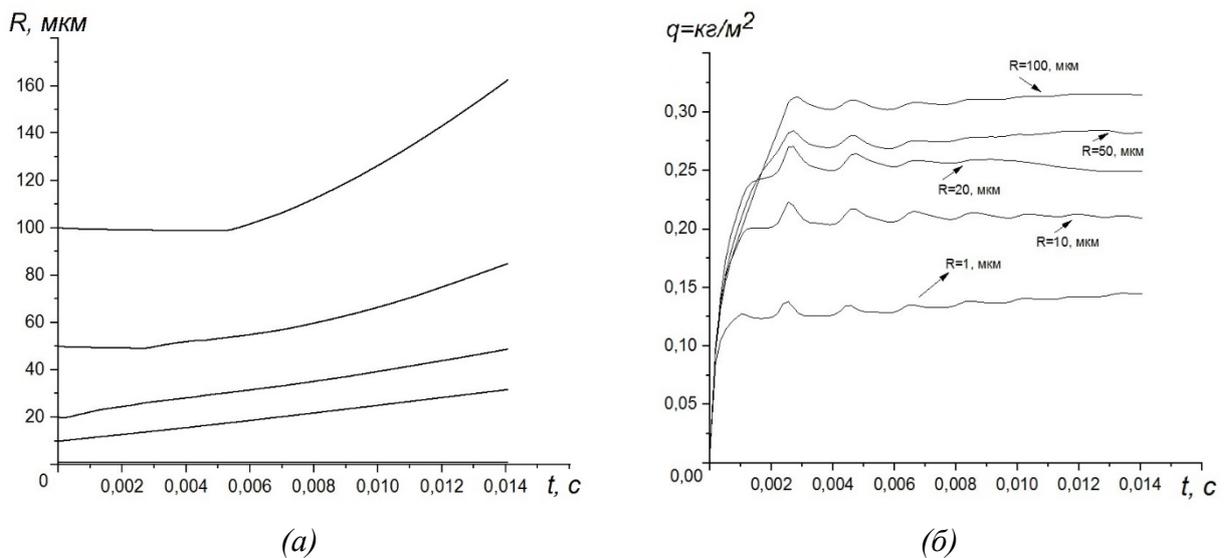


Рис.2. Эволюция радиусов частиц (а) и средних плотностей (б) фракций

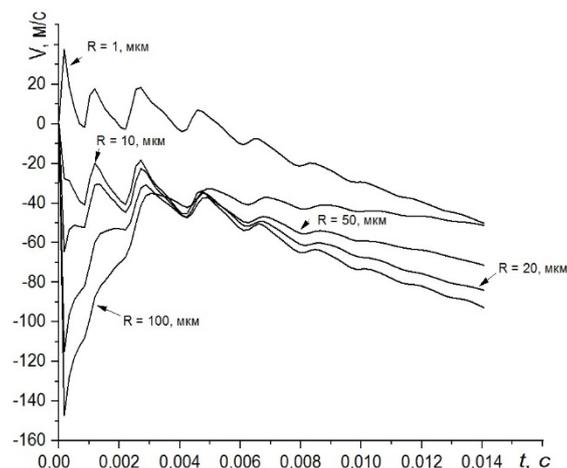


Рис 3. Значения скоростей полидисперсных фракций с течением времени

ЛИТЕРАТУРА

1. Орлов М.Ю., Лукачев С.В., Матвеев С.Г. Моделирование процессов в камере сгорания: учеб. пособие / - Самара: Изд-во Самарского университета, 2017. – 292 с.
2. Ланский А.М., Лукачев С.В., Матвеев С.Г. Вынужденное зажигание топливно-воздушной смеси в камерах сгорания малоразмерных газотурбинных двигателей // Машиностроение и энергетика. Вестник СГАУ №1 (21) 2010 г. – С. 145-154.
3. Грасько Т.В., Маяцкий С.А. Методика процессов горения в регулируемой основной камере сгорания перспективного газотурбинного двигателя численными методами // Вестник УГАТУ, №3 (64) Т 18, 2014 г. С. 23-29.
4. Тукмаков А.Л., Тонконог В.Г., Тукмакова Н.А. Нелинейный резонанс в акустической системе с коагулирующей газозвесью // Акустический журнал. 2017. Т.63. №5. С.566-572 .
5. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т. 2: Пер. с англ. М.: Мир, 1991. – 552 с
6. Steger J.L. Implicit Finite-Difference Simulation of Flow about Arbitrary Two-Dimensional Geometries // AIAA J. – 1978. – Vol. 16, No. 7. – pp. 679-686.



О РЕШЕНИИ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДВИЖЕНИЯ ИСТОЧНИКА В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

В.Г. Байдулов

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

e-mail: bayd@ipmnet.ru

При движении тел в непрерывно стратифицированной жидкости установившееся волновое поле движется вместе с телом и образует поле так называемых присоединенных внутренних волн. Набегающий на тело поток обычно предполагается постоянным, нестационарными волнами, порождаемыми на начальном этапе движения, пренебрегается. Тело при этом моделируется точечными массовыми источниками, а волновое поле находится с методом функции Грина с последующим использованием асимптотических разложений на основе метода стационарной фазы [Voisin, 1994].

В то время как расчету поля присоединенных внутренних волн посвящено большее число работ, обратная задача определения положения источника по известному

волновому полю не ставилась. В тоже время в гидроакустике широко разрабатываются методы пространственной обработки сигналов с последующим решением задачи определения положения и параметров их источников. Построение методов локации источника по полю внутренних волн создаст дополнительные возможности в областях параметров движения источника, для которых гидроакустические методы оказываются неэффективными.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается наиболее типичное горизонтальное движение тела с постоянной скоростью \mathbf{v}_0 в неограниченной экспоненциально стратифицированной жидкости ($\rho_0 = \rho_{00} \exp(-\beta z)$, $\beta g = N^2$, N – частота плавучести). Геометрия задачи приведена на рис. 1. В качестве модели выбрана модель идеальной жидкости. Поскольку изменения плотности жидкости по отношению к базовой стратификации обычно малы, и уравнения движения записываются в приближении Буссинеска. Основным безразмерным параметром является число Фруда $Fr = v_0 / Na$, где a – размер тела.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} &= -\nabla P + \mathbf{g} \frac{\rho'}{\rho_{00}} \\ \frac{\partial \rho'}{\partial t} &= \beta u_z \\ \operatorname{div} \mathbf{u} &= 0 \end{aligned}$$

Движущееся тело моделируется массовым источником $m(\mathbf{r}, t) = m_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}_0 t)$. Динамическое давление P и скорость могут быть переписаны в терминах внутреннего потенциала $\psi(\mathbf{r}, t)$

$$P = -\rho_0 \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + N^2 \right) \frac{\partial}{\partial t} \psi, \quad \mathbf{u} = \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla + N^2 \nabla_h \right) \frac{\partial}{\partial t} \psi$$

где $\nabla_h = (\partial_x, \partial_y, 0)$, а внутренний потенциал удовлетворяет уравнению

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla^2 + N^2 \nabla_h^2 \right) \psi = m$$

Для источника, движущегося с постоянной скоростью, поле течения оказывается стационарным в системе координат, связанной с источником. Асимптотическое решение задачи [Voisin, 1994] на больших расстояниях от источника дает выражение для вертикального смещения частиц жидкости в системе координат источника

$$\zeta(\mathbf{r}, t) \sim H(x) \frac{Nm_0}{2\pi v_0^2} \frac{xz}{r_\perp^3 r^2} \sqrt{x^2 y^2 + r_\perp^4} \cos\left(\frac{N}{v_0} \frac{z}{r_\perp} r\right)$$

где $r_\perp^2 = y^2 + z^2$, $r^2 = x^2 + r_\perp^2$ – координаты точки наблюдения в системе отсчета (x, y, z) , связанной с источником, $H(x)$ – функция Хевисайда.

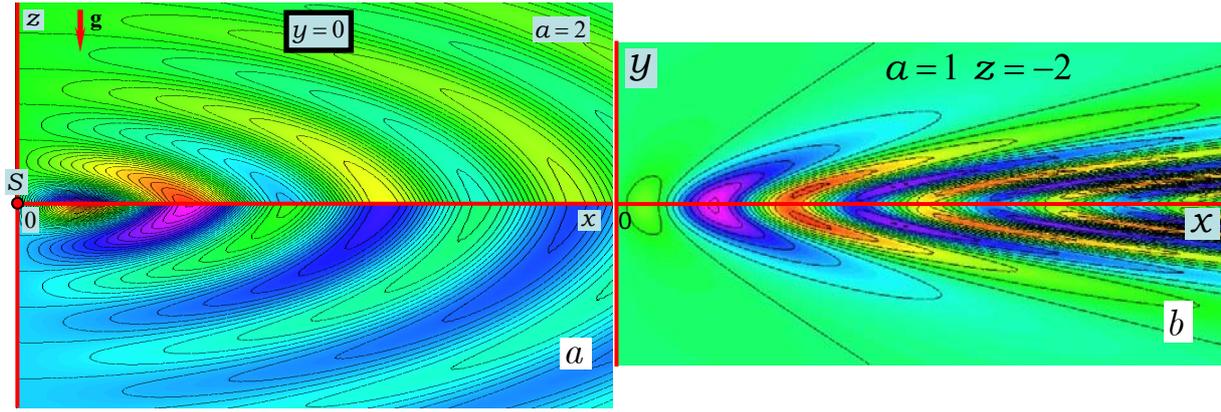


Рис. 1. Вертикальные (а) и горизонтальные (б) карты вертикальных смещений жидкости ζ в системе координат, связанной с движущимся источником.

Выражение для вертикальных смещений частиц жидкости позволяет рассчитать горизонтальные карты смещений на различных вертикальных расстояниях от движущегося источника (Рис. 1). Эти поля могут быть измерены лабораторно и в натуральных условиях традиционными средствами геофизических измерений. Таким образом актуальной оказывается задача определения положения источника по полю вертикальных смещений.

Пусть существует возможность измерять вертикальные смещения в горизонтальной плоскости, над которой движется источник и по данным измерений требуется определить его положение и скорость. Выберем измеряющие устройства в виде горизонтальных концентрических окружностей (рис. 2). Пусть измерения вертикального смещения производятся в центре и вдоль концентрических окружностей.

Измеряя в момент времени t_1 смещение в центре O (красная точка $\zeta = \zeta_0$) найдем положения точек на первой от центра окружности (расстояние от центра δl_1), смещения в которых будут равны ζ_0 . Тогда определяя момент времени t_2 в который эти точки сойдутся в одной точке первой окружности, определим направление движения источника и его скорость $v_0 = \delta l_1 / (t_2 - t_1)$.

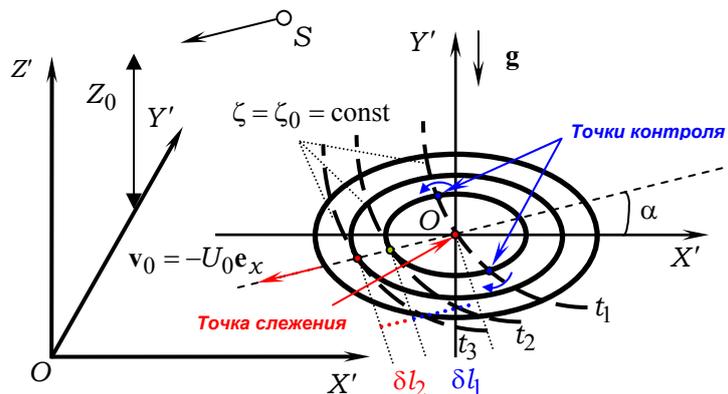


Рис. 2. Схема определения скорости движения источника S относительно неподвижной системы координат (X', Y', Z') . Плоскость (X', Y') – горизонтальная.

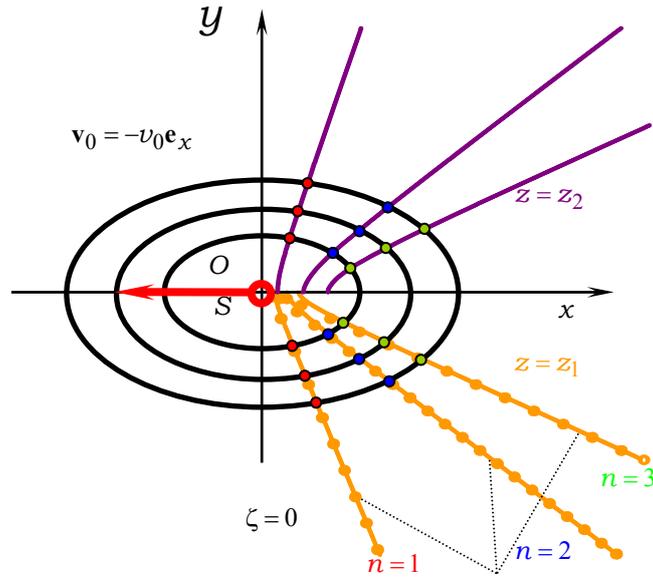


Рис. 3. Расположение источника и нулей вертикальных смещений ζ в системе координат, движущееся со скоростью источника.

Чтобы определить положение источника выберем систему отсчета (X, Y, Z) , движущуюся вместе с источником (Рис. 1). При этом координаты источника и точки наблюдения имеют значения (X_0, Y_0, Z_0) и $(x + X_0, y + Y_0, z + Z_0)$. Обращая внимание, что нули вертикального смещения определяется нулями косинуса, входящего в выражение (1.4) для первого и второго нуля получаем

$$\frac{z_1}{r_{\perp,1}} r_1 = \frac{v_0}{N} \frac{\pi}{2} \text{ и } \frac{z_2}{r_{\perp,2}} r_2 = 3 \frac{v_0}{N} \frac{\pi}{2}$$

Т.е. в точках с координатами (x, y, z) , которые связаны соотношением $x = k\sqrt{y^2 + z^2}$, где в которых $k = \sqrt{\frac{\pi^2}{4a^2z^2}(2n-1)^2 - 1}$ (n – номер нуля ζ), вертикальное смещение частиц жидкостит обращается в нуль. Для двух значений высот z_1 и z_2 такие зависимости изображены на рис. 3. Из рисунка следует, что уже достаточно близко от источника зависимость $x(y)$ становится близкой к прямому виду $x = ky$, которые пересекаются в месте расположения источника. В результате его координаты (X_0, Y_0, Z_0) можно определить зная расположение двух нулей ζ порядков n и $n+1$, т.е. по четырем точкам, расположенным в горизонтальной плоскости. Точный определить положения источника можно, воспользовавшись выражением для производной $x' = k^2y/x$. В этом случае для решения задачи необходимо знание положений четырех точек и четырех производных x' в этих точках.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 21-11-00151).



ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РАДИАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЗВЕЗД И УСЛОВИЯ ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ

В.Г. Байдулов

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского

РАН e-mail: bayd@ipmnet.ru

Модель автоколебаний звезд впервые предложил в начале XX в. А.Эддингтон [1], выдвинув гипотезу, что механизм автоколебаний связан с динамикой излучения звезд. Основное положение модели состоит в том, что звезда представляет собой невесомый частично ионизованный газ, окруженный оболочкой, в которой сосредоточена вся масса звезды. К автоколебаниям системы приводит баланс давления излучения – возвращающая сила тяжести, с учетом первого начала термодинамики. Рассмотрим изменение непрозрачности вещества в слое газа, который под воздействием малого возмущения был выведен из состояния равновесия. Приближенная зависимость коэффициента поглощения излучения k от плотности и температуры газа ρ и T соответственно, дается формулой $k = k_0 \rho^n T^{-s}$, где $n \sim 0.8$, $s \sim 3.5$, k – постоянная величина, значение которой определяется химическим составом звездного вещества

По мере того, как в пульсационно неустойчивой звезде амплитуда колебаний нарастает, непрозрачность частично ионизованного газа при максимальном сжатии увеличивается, и механическая работа, совершаемая слоем за цикл, оказывается все больше. Однако это происходит лишь до тех пор, пока в данном слое газа остаются нейтральные атомы. Как только все атомы ионизованы, дальнейшее усиление сжатия становится невозможным, так как приводит к уменьшению непрозрачности и увеличению потерь тепла, т.е. уменьшению величины механической работы. Таким образом происходит переход к предельному циклу (автоколебаниям), когда суммарный вклад всех слоев, возбуждающих неустойчивость, компенсируется вкладом слоев, подавляющих колебания, т.е. когда суммарная работа всех элементарных тепловых машин равна нулю.

В результате уравнения радиальных колебаний звезд можно записать в виде

$$M \frac{d^2 r}{dt^2} = -KG \frac{M^2}{r^2} + 4\pi r^2 p = -KG \frac{M^2}{r^2} + \frac{3MR}{\mu} \frac{T}{r}$$

К динамическому уравнению следует добавить уравнение баланса энергии, следующему из первого начала термодинамики, которое при учете выражений для мощности энерговыделения

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \rho \exp\left(-\tau / T^{1/3}\right), \text{ где } \tau = 3\left(\pi^2 m e^4 Z_1^2 Z_2^2 / 2\hbar^2 K\right)^{1/3}$$

и коэффициента поглощения

$$k = k_0 \rho^n T^{-s}$$

может быть записано в виде уравнения для баланса температуры

$$\frac{dT}{dt} = \frac{3\varepsilon_0 M}{4\pi c_v} r^{-3} e^{-\tau/T^{1/3}} - \frac{16\pi c a}{3c_v k_0 M^{n+2}} \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{n+1} r^{3n+4} T^{4+s} - 3\left(\frac{c_p}{c_v} - 1\right) \frac{T}{r} \frac{dr}{dt}$$

Последнее уравнение включает одновременно временные производные от температуры T и радиуса звезды r . Используя замену переменных $\Theta = Tr^{3(c_p/c_v-1)}$ уравнения движения можно переписать в виде системы

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{a_1}{r^2} + \frac{a_2}{r^{b_3+1}} \vartheta$$

$$\frac{d\Theta}{dt} = b_1 r^{b_3-3} \exp\left(-\tau r^{b_3/3} \Theta^{1/3}\right) - b_2 r^q \Theta^{(4+s)}$$

Решение уравнений равновесия системы дает соотношения для определяющих параметров, при которых возможно возникновение колебаний. Разлагая уравнения движения вблизи точек равновесия и удерживая члены с квадратичной нелинейностью, приходим к системе

$$\ddot{\xi} + a_{11} \xi = a_{12} \vartheta + c_1 \xi^2 + c_2 \xi \vartheta$$

$$\dot{\vartheta} + a_{22} \vartheta = a_{21} r + d_1 r^2 + d_2 r \vartheta + d_3 \vartheta^2$$

где ξ и ϑ – отклонения радиуса звезды и переменной Θ от положения равновесия.

Линейный анализ устойчивости точек равновесия приводит к ограничениям $d_2 \cdot d_3 = 0$, т.к. характеристическое уравнение линеаризованной системы в этом случае должно иметь два мнимых и один отрицательный действительный корень. При определенных соотношениях между определяющими параметрами уравнения движения становятся идентичными уравнениям колебаний резонатора Гельмгольца, рассмотренным ранее [2], т.о. полученные ранее результаты по анализу квазилинейных автоколебаний могут быть перенесены на случай радиальных колебаний звезд.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 21-11-00151).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Eddington A.S.* On the pulsations of a gaseous star // MNRAS. 1919. V. 79, P. 177 – 199.
2. *Акуленко Л.Д., Нестеров С.В.* Аналитическое исследование квазилинейных автоколебаний резонатора Гельмгольца // Изв. РАН. МЖГ. 2004. № 3, С. 6 – 15.



ВАЛИДАЦИЯ КОДОВ КОРСАР/ГП И СОКРАТ/В1 НА ОПЫТНЫХ ДАННЫХ ПО ВЫКИПАНИЮ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ В ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕЙ СБОРКЕ

М.М. Бедретдинов, О.И. Мелихов, О.Е. Степанов
Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва
e-mail: bedretdinov2013@yandex.ru

Одной из особенностей ядерной энергетики, по сравнению с традиционной тепловой, является то обстоятельство, что отработанное ядерное топливо (ОЯТ) продолжает выделять остаточное тепло еще на протяжении многих лет после извлечения из реактора. Несмотря на то, что величина остаточного тепловыделения ОЯТ, выгружаемого из реактора, составляет лишь доли процента от номинальной мощности тепловыделяющей сборки (ТВС) при ее работе в реакторе и спадает со временем, необходимо длительное время обеспечивать непрерывное охлаждение выгружаемого ОЯТ. Для этих целей в проектах АЭС предусмотрены бассейны выдержки (БВ) ОЯТ, в которых организуется долговременная выдержка (в течение нескольких лет) топлива перед его отправкой на захоронение или переработку. В БВ реакторных установок могут происходить аварии

связанные с потерей охлаждения ОТВС, вследствие которых есть закипание воды с последующим понижением уровня и дальнейшим оголением топливной части ТВС.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Согласно действующим нормативным документам РФ коды, используемые при обосновании безопасности АЭС, должны быть установленным образом верифицированы (валидированы) и аттестованы. Вместе с тем спектр экспериментальных исследований, используемых в целях валидации отечественных и зарубежных теплогидравлических кодов (RELAP5, ATHLET, KORSAR, MELCOR, СОКРАТ и др.) был направлен преимущественно на исследование процессов в первом контуре реакторных установок. Процессам, протекающим в аварийных режимах в БВ, до недавнего времени не уделялось должного внимания при верификации кодов. В частности, среди бенчмарков, используемых для валидации кода КОРСАР и СОКРАТ, условиям БВ близок лишь опыт 5002 на установке NEPTUN [1] и один из серии экспериментов на стенде ПСБ-ВВЭР.

В связи с тем что в настоящее время в РФ нет аттестованных кодов для расчетов аварийных процессов при потере охлаждения бассейна выдержки, поэтому валидация кодов для аварийных процессов в БВ является совершенно необходимой задачей, откладывание решения которой может поставить под сомнение обоснование безопасности АЭС в постфукусимский период.

РЕЗУЛЬТАТЫ

В настоящей работе выполнена валидация кодов КОРСАР/ГП и СОКРАТ/В1 для условий интегрального эксперимента по выкипанию теплоносителя в сборке стержней ADELA-2, ALADIN выполненных соответственно в 2013, 2018 годах на Кафедре водородной и ядерной энергии Энергетического института Дрезденского технического университета [2-4].

Расчет эксперимента ADELA-2 был выполнен с помощью кода СОКРАТ/В1 при двух различных коэффициентах теплопередачи в силу неопределенности граничных условий: вариант 1 при $K=0.6 \text{ Вт}/(\text{м}^{\circ}\text{C})$, вариант 2 при $K=1.5 \text{ Вт}/(\text{м}^{\circ}\text{C})$.

При анализе развития аварии с потерей охлаждения БВ и разработки противоаварийных мер важным ресурсом является располагаемое время у оператора на принятие решения и подключение систем безопасности. Поэтому точность расчетов целесообразно анализировать по отклонению в определении моментов времени начала оголения обогреваемой части стержней и достижении их поверхностью той или иной максимальной температуры.

Средние отклонения результатов расчетов от экспериментальных данных полученных на установке ADELA2 по моменту оголения для уровня мощности 20 Вт для кода СОКРАТ/В1 составили +20,2%.

Расчет эксперимента ALADIN был смоделирован с помощью кодов СОКРАТ/В1 и КОРСАР/ГП. На первом этапе исследовалось влияние степени дискретизации расчетной модели на результаты расчетов с применением кода КОРСАР – варьировалась высота ячеек каналов, содержащих обогреваемые стержни (и соответствующих тепловых элементов): 360 мм, 180 мм и 90 мм, т.е. 10, 20 и 40 ячеек на обогреваемую зону, затем после выбора оптимальной высоты ячейки равной 180 мм были проведены расчеты при 20, 50, 70, 100 Вт на стержень. Сравнительные данные из таблицы 1 показывают хорошее согласие расчетов с экспериментами по моменту начала оголения стержней и по максимальной температуре. При этом результаты, полученные с применением кодов, демонстрируют тенденцию к направленности отклонений в консервативную сторону, т.е. в большинстве случаев дают занижение момента оголения по сравнению с экспериментами.

Расчеты по коду КОРСАР/ГП выполнялись без учета теплообмена излучением, в отличие от СОКРАТ/В1, в котором реализована двумерная модель излучения. Кроме того, различалась пространственная дискретизация расчетной области (20 ячеек по зоне нагрева для КОРСАР/ГП и 10 – для СОКРАТ/В1) и максимальный шаг интегрирования по времени (0,01с для КОРСАР/ГП и 0,1с для СОКРАТ/В1). Несмотря на это затраты машинного времени при расчете одного и того же варианта были несколько меньшие при использовании кода КОРСАР/ГП, чем кода СОКРАТ/В1 за счет использования двумерной модели лучистого теплообмена в последнем.

Таблица 1. Отклонения результатов расчетов от экспериментов

Мощность стержня, Вт	Отклонение в определении момента времени начала оголения, %		Отклонение в определении момента времени достижения температуры 450 °С, %	
	КОРСАР/ГП	СОКРАТ/В1	КОРСАР/ГП	СОКРАТ/В1
50	0	-15,7	+1,4	+3,5
70	-11,5	-20,0	6,0	-2,3
100	+0,9	-10,0	+4,3	+2,1

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. На основе сравнения с экспериментальными данными определены параметры расчетных моделей для получения наиболее точных результатов.

2. Средние отклонения результатов расчетов от экспериментальных данных полученных на установке ADELA2 по моменту оголения для уровня мощности 20 Вт для кода СОКРАТ/В1 составили +20,2%.

3. Средние отклонения результатов расчетов от экспериментальных данных полученных на установке ALADIN для уровней мощности 50, 70 и 100 Вт составили:

- для кода КОРСАР $\pm 4,1\%$ по моменту начала оголения и $\pm 3,9\%$ по моменту достижения максимальной температуры 450 °С;

- для кода СОКРАТ $\pm 15,2\%$ по моменту начала оголения и $\pm 2,6\%$ по моменту достижения максимальной температуры 450 °С.

4. В эксперименте ALADIN выявлен эффект преждевременного оголения менее напряженных ТВС по сравнению с более напряженными при одном и том же массовом уровне в кассетах, что находит качественное подтверждение также и результатами расчетов. Этот эффект необходимо учитывать при анализе безопасности в аварийных режимах с отказом системы охлаждения БВ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Aksan N., Analytis G. Th.* Boil-Off Experiments with the EIR_NEPTUN Facility: Analysis and Code Assessment Overview Report. NUREG/IA-0040, EIR-Bericht Nr.629, NRC, 1992.
2. *C. Partmann, C. Schuster, A. Hurtado.* Experimental investigation of the thermal hydraulics of a spent fuel pool under loss of active heat removal conditions // Nuclear Engineering and Design, 330 (2018), pp. 480–487.
3. *M. Arlit, C. Partmann, E. Schleicher, C. Schuster, A. Hurtado, U. Hampel.* Instrumentation for experiments on a fuel element mock-up for the study of thermal hydraulics for loss of cooling or coolant scenarios in spent fuel pools // Nuclear Engineering and Design 336 (2018), pp. 105–111.
4. *S Schulz, C Schuster, A Hurtado.* EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF BOIL-OFF-SCENARIO IN BWR SPENT FUEL POOLS. Proceedings of the 2013 21st International Conference on Nuclear Engineering (ICONE21), July 29 - August 2, 2013, Chengdu, China.

О ВЛИЯНИИ ПОВЕРХНОСТНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА НА ЗАКОНОМЕРНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ФАРАДЕЯ

Д.Ф. Белоножко¹, А.А. Очиров², Н.М. Садриева³

^{1,2,3} Федеральное государственное образовательное учреждение высшего образования
«Ярославский государственный университет им. П.Г.Демидова»; Ярославль; Россия;

² Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН; Москва, Россия
e-mail: belonozhko@mail.ru^{1,3}, otchirov@mail.ru²

В 1831 году выдающийся английский физик М. Фарадей описал появление периодической рельефной структуры на горизонтальной свободной поверхности жидкости, заполняющей контейнер, который совершает малые вертикальные колебания [1]. С тех пор это явление называется «Неустойчивость Фарадея». Она возникает благодаря параметрическому резонансному взаимодействию осцилляций контейнера и малоамплитудных капиллярно-волновых возмущений свободной поверхности жидкости. Исследования неустойчивости Фарадея, включая различные способы влияния на характер её проявления, продолжаются и в наши дни [2,3]. В настоящей работе проводится аналитический анализ влияния на неустойчивость Фарадея электрического заряда, распределенного по поверхности горизонтального слоя жидкости. Принималось, что величина поверхностной плотности заряда докритична – недостаточна для инициации неустойчивости Тонкса-Фрекеля (неустойчивости заряженной поверхности по отношению к избытку электрического заряда [4]).

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Задача решалась в декартовой прямоугольной системе координат $Oxyz$ с осью Ox направленной горизонтально вдоль направления распространения волнового возмущения малой амплитуды и осью Oz направленной вертикально вверх против направления действия поля силы тяжести \mathbf{g} . Для простоты течение жидкости считалось независимым от горизонтальной координаты y . Глубина слоя жидкости d , её плотность ρ и поверхностное натяжение γ полагались заданными. Считалось, что жидкость является несжимаемой, идеальной, идеально проводящей, а по её свободной поверхности распределен электрический заряд с равновесной поверхностной концентрацией σ_0 . Полагалось, что система координат вместе с жидкостью совершает малые гармонические вертикальные колебания заданной амплитуды a и частоты $2f = \omega / \pi$ относительно неподвижной инерциальной системы отсчета. Исследовалась устойчивость системы по отношению к малым возмущениям $z = \xi(t, x)$ горизонтальной по поверхности жидкости.

В первом приближении по малому параметру пропорциональному отношению амплитуды возмущения к его длине математическая формулировка задачи имеет вид:

$$d < z < 0 : \Delta\varphi = 0; \quad z > 0 : \Delta\Phi = 0;$$

$$z = 0 : \frac{\partial\xi}{\partial t} = \frac{\partial\varphi}{\partial z}; \quad -\rho\xi\left(1 - \frac{4a\omega^2}{g}\cos(2\omega t)\right)g - \rho\frac{\partial\varphi}{\partial t} = -\gamma\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}; \quad \Phi = E_0\xi;$$

$$z = -d : \frac{\partial\varphi}{\partial z} = 0;$$

Здесь $\varphi \equiv \varphi(t, x, z)$ – гидродинамический потенциал поля скоростей жидкости; $\Phi \equiv \Phi(t, x, z)$ – добавка к равновесному значению электрического потенциала в области над жидкостью, равному $-E_0 z = -4\pi\sigma_0 z$.

УСЛОВИЕ ГЛАВНОГО РЕЗОНАНСА

Задача преобразуется к уравнению для амплитуды волнового возмущения свободной поверхности, представляющему собой известное уравнение Матве [5]:

$$\frac{d^2\xi(\tau)}{d\tau^2} + (\Omega^2 - 2q \cos(2\tau))\xi(\tau) = 0; \quad (1)$$

$$\Omega^2 = \frac{gk(1 + \alpha^2 k^2 - \alpha kW)}{\omega^2} \operatorname{th}(kd); \quad \tau = \omega t; \quad \alpha = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}; \quad W = \frac{E_0^2}{4\pi\sqrt{\rho g \gamma}} = \frac{4\pi\sigma_0^2}{\sqrt{\rho g \gamma}}.$$

Здесь $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число возмущения с длиной волны λ ; α – капиллярная постоянная жидкости; W – безразмерный параметр Тонкса-Френкеля, пропорциональный отношению электрических и лапласовских сил на поверхности жидкости. При $W < 2$ для всех длин волн лапласовские силы на вершинах возмущений преобладают над силой электрического давления [4], тем самым выполняется условие устойчивости заряженной поверхности жидкости по отношению к наличию поверхностного заряда [4].

Исходя из известных свойств уравнения (1), несложно выписать условие главного параметрического резонанса:

$$\omega^2 = gk(1 + \alpha^2 k^2 - \alpha kW) \operatorname{th}(kd). \quad (2)$$

При заданных значениях частоты вертикальных осцилляций подложки $f = \omega/(2\pi)$ и поверхностной плотности электрического заряда σ_0 из уравнения (2) можно выразить значение длины волны, которая наиболее сильно раскачивается в рассматриваемой резонансной системе и определяет характерный масштаб периодического рисунка, формирующего рябь Фарадея на поверхности жидкости. В глубоком контейнере – когда $\operatorname{th}(kd) \rightarrow 1$ – выражение для резонансной длины волны выписывается в довольно громоздкой, но все же аналитической форме.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Анализ уравнения (2) показал, что при увеличении поверхностной плотности электрического заряда от нуля до критического (в смысле неустойчивости Тонкса-Френкеля) значения, характерный линейный размер ячеек Фарадея заметно растет. В случае жидкости со свойствами воды этот эффект особенно заметен, если рябь Фарадея создается низкочастотной вибрацией подложки (порядка 10 Гц). На высоких частотах (сотни герц и выше) влияние электрического поля выражено менее заметно.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Работа выполнена в ИПМех РАН по государственному заданию (№ госрегистрации АААА-А20-120011690131-7).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Faraday M.* On the a peculiar class acoustical figures and on certain forms assumed by a group of particles upon elastic surface//Phil. Trans. Roy. Soc., London. 1831. V.121. P. 209-318.
2. *Белоножко Д.Ф., Апарнева А.В.* // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. 2017. № 6. 1760401

3. *Bestehorn M., Pototsky A.* // Phys. Rev. Fluids. 2016. V. 1. 063905.
4. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука. 1992.
5. *Benjamin T. B.* The stability of the plane free surface of liquid in a vertical periodic motion//Proc. Roy. Soc. A. 1954. V.225, No4, P. 505-515



ДАЛЬНИЕ ПОЛЯ ВНУТРЕННИХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН ОТ ВСПЫХНУВШЕГО ИСТОЧНИКА РАДИАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ

В.В. Булатов¹, Ю.В. Владимиров²

¹ *Институт проблем механики им.А.Ю.Ишлинского РАН, Москва
e-mail: internalwave@mail.ru*

² *Институт проблем механики им.А.Ю.Ишлинского РАН, Москва
e-mail: vladimyura@yandex.ru*

Решена задача о дальнем поле внутренних гравитационных волн от мгновенного радиально симметричного возвышения изопикн. Рассмотрено постоянное модельное распределение частоты плавучести и с помощью преобразования Фурье-Ханкеля получено аналитическое решение задачи в виде суммы волновых мод. С помощью метода стационарной фазы получены асимптотики решений, описывающие пространственно-временные характеристики возвышения изопикн, вертикальной и горизонтальной компонент скорости. Вблизи волновых фронтов отдельной волновой моды асимптотики компонент волнового поля выражаются через квадрат функции Эйри и ее производные. Проведено сравнение точных и асимптотических результатов, и показано, что на временах порядка десяти и более периодов Брента-Вяйсяля асимптотический метод позволяет эффективно рассчитывать дальние волновые поля.

Для мониторинга и предупреждения опасных природных волновых явлений в океане, в том числе обнаружения внутренних гравитационных волн (ВГВ) большой амплитуды, необходимо проводить оперативный анализ многообразных волновых явлений с помощью различных математических моделей [1-8]. Одной из основных используемых моделей можно считать предположение о генерации пакетов ВГВ импульсным воздействием. Для проведения расчетов необходимо подбирать параметры использованной модели так, чтобы приблизить смоделированную волновую систему ВГВ к реально наблюдаемым, в том числе по фотоснимкам из космоса, волновым картинам. Таким образом, математические модели волновой генерации могут быть не только верифицированы, но и использованы для проведения прогнозных оценок. Целью настоящей работы является построение аналитических решений, описывающих дальние поля линейных ВГВ, возбуждаемых мгновенным радиально симметричным возвышением изопикн. в слое стратифицированной среды конечной толщины.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается слой стратифицированной среды конечной толщины H . Уравнение линейных ВГВ в цилиндрических координатах (r, z) (предполагается, что зависимость от угла нет, ось z направлена вверх) для малых возмущений возвышения изопикн $\eta(r, z, t)$ в приближении Буссинеска имеет вид:

$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\Delta + \frac{\partial^2}{\partial z^2})\eta(r, z, t) + N^2(z)\Delta\eta(r, z, t) = 0$, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}$, где частота Брента-Вяйсяля (частота плавучести) предполагается постоянной: $N^2(z) = N^2 = const$. Начальные и граничные условия берутся в виде: $\eta(r, z, 0) = \eta_0(r, z) = \Phi(r)\Pi(z)$, $\frac{\partial\eta(r, z, t)}{\partial t} = W(r, z, t) = 0$ при $t = 0$, $\eta(r, z, t) = 0$ при $z = 0, -H$, где $W(r, z, t)$ – вертикальная компонента скорости, и предполагается, что начальное возмущение изопикн $\eta_0(r, z)$ обладает радиальной симметрией. Горизонтальная (радиальная) компонента скорости $U(r, z, t)$ равна нулю при $r = 0$ и всех значениях t : $U(0, z, t) \equiv 0$. Все искомые функции зависят от радиальной координаты r , времени t и вертикальной координаты z , зависимость от угла отсутствует. Решение полученной начально-краевой задачи строится с помощью преобразования Фурье-Ханкеля

$$\eta(r, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \eta_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \phi_n(z) g_n(r, t), \phi_n(z) = \sin(\pi n z / H), a_n = \frac{2}{H} \int_{-H}^0 \Pi(z) \phi_n(z) dz$$

$$g_n(r, t) = \int_0^{\infty} A(k) k J_0(kr) \cos(\omega_n(k)t) dk, \omega_n(k) = kN / \sqrt{k^2 + (\pi n / H)^2}$$

где J_0 – функция Бесселя нулевого порядка. В силу постоянства частоты плавучести функция $A(k) = \int_0^{\infty} r J_0(kr) \Phi(r) dr$ не зависит от номера моды n и $g_n(r, 0) = \Phi(r)$ для всех номеров n . Выражения для вертикальной компоненты скорости имеют вид

$$W(r, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} W_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \phi_n(z) p_n(r, t), p_n(r, t) = - \int_0^{\infty} A(k) k J_0(kr) \omega_n(k) \sin(\omega_n(k)t) dk$$

Горизонтальная (радиальная) компонента скорости $U(r, z, t)$ определяется из уравнения несжимаемости в цилиндрических координатах: $\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{U}{r} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0$. Вблизи волнового фронта асимптотики имеют вид

$$g_n(r, t) \approx \frac{n^{3/2} J(\Theta)}{2\sqrt{3\pi r t}}, \Theta = (\tau - nr)(6t)^{-1/3}$$

$$J(x) = G'(x) = 4\pi^{3/2} \text{Ai}(x) \text{Ai}'(x) = \int_0^{\infty} \sqrt{u} \cos(u^3 / 12 - xu - \pi / 4) du$$

$$G(x) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{u}} \cos(u^3 / 12 - xu - \pi / 4) du = 2\pi^{3/2} \text{Ai}^2(x)$$

$$\text{Ai}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \cos(u^3 / 3 - xu) du$$

Вдали от волнового фронта, с помощью метода стационарной фазы, можно получить

$$g_n(r, \tau) \approx G_n(r, \tau) \cos(\Phi_n(r, t)),$$

$$G_n(r, t) = \frac{n^2 \exp(n^2(1 - (nr)^{-2/3}))}{\sqrt{3t}(nr)^{4/3}}, \Phi_n(r, \tau) = \tau \left(1 - (nr)^{2/3}\right)^{3/2}, \rho = r / t$$

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Полученные в работе асимптотики решений позволяют рассчитывать волновые поля ВГВ вдали от нелокальных источников возмущений. Как показывают численные расчеты, на временах порядка десяти и более периодов Брента-Вяйсяля полученные асимптотики позволяют достаточно точно рассчитывать дальние волновые поля. Вблизи волновых фронтов отдельной моды асимптотики компонент волнового поля ВГВ (возвышение изопикн, вертикальная и горизонтальная компоненты скорости) выражаются через квадрат функции Эйри и ее производные, вдали от волновых фронтов можно использовать метод стационарной фазы. Общую схему моделирования дальних полей ВГВ от вспыхнувшего нелокального источника возмущений можно представить следующим образом. Используя численное решение полной системы уравнений гидродинамики, определяются основные характеристики параметров волнового поля (возвышение изопикн, компонент скорости, плотность, давление), можно задать некоторое начальное пространственное распределение этих компонент. Вдали от источников возмущений, предполагая адекватность использования линейной модели волновой динамики, дальние поля ВГВ рассчитываются по асимптотическим формулам, причем, как показывают результаты расчетов, для большинства реальных гидрологических условий Мирового океана основной вклад в дальние поля вносят только несколько первых волновых мод. Полученные в работе асимптотические результаты позволяют не только эффективно рассчитывать дальние волновые поля ВГВ, но и проводить качественную оценку получаемых решений. В результате проведения модельных многовариантных расчетов по асимптотическим формулам смоделированная волновая система может быть приближена к наблюдаемым в натуральных условиях волновым системам, что позволяет оценить физические параметры реальных источников возбуждения внутренних гравитационных волн в океане. Поэтому полученные асимптотические результаты дают возможность определить основные характеристики начальных возмущений, варьируя модельные значения исходных параметров.

Работа выполнена по гранту РФФИ № 20-01-00111А.

ЛИТЕРАТУРА

1. Булатов В.В., Владимиров Ю.В. Динамика негармонических волновых пакетов в стратифицированных средах. - М.: Наука, 2010. 470 с.
2. Булатов В.В., Владимиров Ю.В. Волны в стратифицированных средах. - М.: Наука, 2015. 735 с.
3. Булатов В.В., Владимиров Ю.В. Теория волновых движений неоднородных сред. - Киров: Международный центр научно-исследовательских проектов, 2017. 580 с.
4. Булатов В.В., Владимиров Ю.В. Новые задачи математической теории поверхностных волновых возмущений. - Киров: Международный центр научно-исследовательских проектов, 2017. 318 с.
5. Булатов В.В., Владимиров Ю.В. A general approach to ocean wave dynamics research: modelling, asymptotics, measurements. - М.: ОНТО-ПРИНТ, 2019, 587 с.
6. Morozov E. G. Oceanic internal tides. Observations, analysis and modeling. - Berlin: Springer, 2018, 317 p.
7. Velarde M. G., Tarakanov R.Yu., Marchenko A.V. (Eds.). The ocean in motion. Springer Oceanography. - Berlin: Springer International Publishing AG, 2018. 625 p.
8. Булатов В.В. Новые задачи математического моделирования волновой динамики стратифицированных сред. - М.: ОНТО-ПРИНТ, 2021, 277 с.



ОБ ОБРАТНОВОЛНОВОЙ КОНЦЕПЦИИ В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ВОЛН, В МЕХАНИКЕ И ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

В.М. Бырдин

ФГБУН Институт Машиностроения им. А.А. Благонравова РАН, Москва

e-mail: V_M_Byrdin@mail.ru

Междисциплинарная обратноволновая концепция базируется на уникальном свойстве обратных волн противоположности их фазовой и групповой скоростей (рис. 1, ниже) и включает след положения: 1) обратноволновую, ОВ-, феноменологию, систему эффектов, явлений и свойств, 2) пересмотр положений теории прямых (обычных) волн и 3) ОВ-технологии. Феноменология группируется в 4-ёх классах: дифракционные, кинематические, нелинейные и динамические (вкл. гипотезы по акустоэлектронике). Дан перечень известных ОВ-приложений. Основной вклад в ОВ-теорию внесла советская и российская наука, начиная с Л. И. Мандельштама, В. Е. Пафомова, В. Г. Веселаго, работы 1940/60-х гг., и многих современных коллег. Систематической теории обратных волн всё ещё не создано и разные её вопросы разработаны неравномерно, от первых идей и гипотез и до бума публикаций в науке и в СМИ (о «плаще-невидимки» и суперлинзе Веселаго).

ВВЕДЕНИЕ. Теория обратных волн насчитывает уже более ста лет – от статьи Горакса Лэмба 1904-го г., англ. механика (Lamb Horace, 1849-1934 гг. жизни). В последние два-три 10-летия теория и технология обратных волн получили бурное развитие в смежных областях радиофизики, электроники, оптики, акустики и механики. В частности, докладчиком рассмотрено несколько ОВ-задач, дифракционные, кинематические и динамические эффекты, представлена феноменология обратных волн (**ОВ**) в механике и электродинамике в целом. В данном докладе рассмотрена сущность ОВ-концепции в

общей теории волн, уникальность и фундаментальность их явлений, известных в разных отраслях, а также ряд технологий. Эффекту отрицательного преломления (Arthur Schuster, 1904, Л. И. Мандельштам, 1940-ые гг), сверхфокусировке (суперлинзе В. Г. Веселаго, 1967), метаматериалам и нулям групповой скорости (ZGV, с 2000-ых) в России и за рубежом посвящено множество публикаций, тысячи статей и докладов, книги и выпуски журналов, конференции и совещания (см. [1-26], Рунет и др.). Известно о наградах и номинациях: В. Г. Веселаго, John Pendry, David Smith [1,14] и др. авторы. В хронологическом списке [1-25] прослеживается замыкание ОВ-тематики на узкую мета-проблематику. Однако, кроме этих хорошо разработанных явлений и сенсационных приложений – суперлинза и сверхразрешение, «плащ- и шапка-невидимки», «революция и столетие метаматериалов» и - поверхностей, «перевороты в оптике», проблема скрытности – вековая теория обрат-

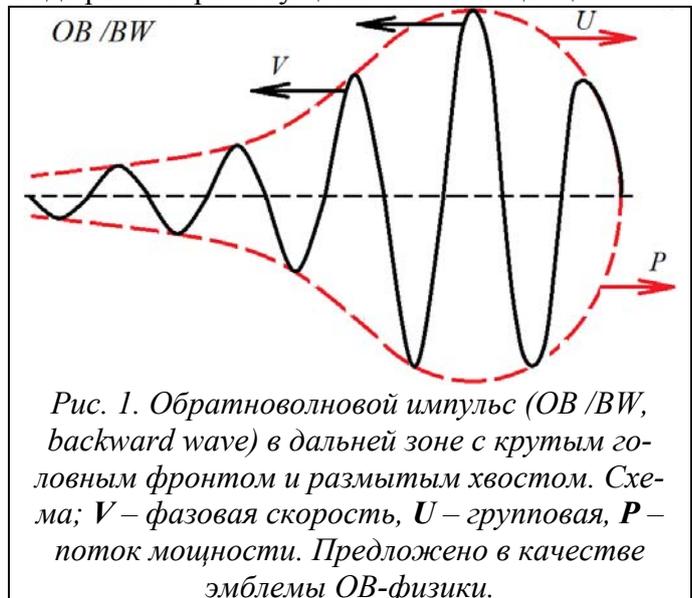


Рис. 1. Обратноволновой импульс (OB /BW, backward wave) в дальней зоне с крутым головным фронтом и размытым хвостом. Схема; V – фазовая скорость, U – групповая, P – поток мощности. Предложено в качестве эмблемы ОВ-физики.

но, кроме этих хорошо разработанных явлений и сенсационных приложений – суперлинза и сверхразрешение, «плащ- и шапка-невидимки», «революция и столетие метаматериалов» и - поверхностей, «перевороты в оптике», проблема скрытности – вековая теория обрат-

ных волн накопила уже целый спектр не менее интересных и поразительных эффектов. Это антизеркальное отражение [7]; инверсные эффекты Доплера и Черенкова [11,18]; притяжение света и звука (в отл. от классического давления [1,11]); извилины, петли и кресты сингулярной дисперсии [27]; селективное затухание и другие явления и свойства [13,15,17,18,28 и др.]. Их физическая уникальность предопределяется законом дисперсии, отрицательной фазовой скоростью (*– адирекцией*, рис. 1) и особыми точками – математической сингулярностью. В итоге на сегодня ОВ-феноменология насчитывает уже ок. 50 положений, сгруппированных нами в 4 основных класса: кинематические, дифракционные, нелинейные и динамические (нестационарные и радиационные), а также идеи по акустоэлектронике. Однако ОВ-явления изучены весьма неравномерно, акустоэлектронные эффекты всё ещё гипотетичны, а наиболее разработан дифракционный класс. Из успешных многолетних приложений широко известна обратноволновая СВЧ электроника (ещё с 1950ых гг, лампы-ЛЮВ и др.), проекты суперлинзы и скрытности в радиотехнике и оптике и бесшумности в акустике и вибромеханике. Причём броский «плащ-невидимка» естественно переключался из сказки-в-жизнь, в оптику, а далее и в другие области, вкл. гидро- и производственную акустику и даже в вековую проблему виброизоляции. И сегодня тематика «плаща и шапки» стала привлекательным трендом.

Одно из ОВ-свойств – селективное затухание, в нашем смежном докладе [28].

ОБЗОР ОБРАТНОВОЛНОВОЙ ФЕНОМЕНОЛОГИИ. Обзор и анализ ОВ-свойств и явлений даётся в ряде публикаций, вкл. и наши, [29-52 и др.]. Здесь кратко приводим отчасти и обзор, и новые данные. Ещё в 1982г нами было выделено 4 группы ОВ-феноменологии [11]. И эта классификация остаётся целесообразной и сегодня. 1) *Кинематические* свойства порождаются самой волной, её волновым фактором $\exp(i(kx + \omega t + i\alpha x))$. 2) *Дифракционные* – это всевозможные дифракционные эффекты в ОВ-структурах. 3) *Динамические*, нестационарные и радиационные, явления при импульсных, переходных и случайных процессах и при движении объектов или элементов системы (судна на море, электрона в среде, потоков жидкости и пр.). И, 4) *нелинейные* ОВ-процессы и явления, вкл. *акустоэлектронику*.

В электродинамике наиболее разработана проблема метаматериалов, в механике – ОВ-мод Лэмба в пластине. В простой модели метаматериала и его стыка с диэлектриком, вполне согласованного, *ОВ-адекватного*, эффективен формализм Веселаго: $\epsilon_1/\epsilon_2 = \mu_1/\mu_2 = -1$; $n_{12} = \sqrt{(\epsilon_1\mu_1/\epsilon_2\mu_2)} = -1$, где ϵ_K и μ_K – диэлектрическая и магнитная проницаемости, n_{12} – коэффициент преломления. В механике такой простой модели нет [29-31], но физика вполне аналогична.

Определение 1. *Обратноволновые, вполне согласованные, ОВ-адекватные, системы – это такие волновые, двух или многомодовые структуры, имеющие границу раздела, где при разноимённом межмодовом преломлении коэффициент прохождения равен 1, а отражения 0. Разноимённое преломление (отражение и др. преобразования) – это падение прямой волны (ПВ), преломление (и др.) обратной или наоборот. Одноимённые – это ОВ-ОВ и ПВ-ПВ. Большинство ОВ-явлений разноимённые. В одноимённых преобразованиях ОВ-ОВ в целом нет уникальности и новизны, то же что и ПВ-ПВ. Разно- и одноимённые ОВ и ПВ во многом аналогичны таковым же электр. за рядам, а разноимённое отражение – Андреевскому квантовому, электрон-дырка.*

Т.о., кроме линзы Веселаго, в механике и электродинамике имеется ряд др. ОВ-адекватных систем. Например, плоские волноводы, планарные структуры.

2.1. Дифракционные эффекты. Эта область наиболее разработана. Результаты – в ряде статей и обзоров, вкл. и наши, ([16–19,27,40,42,...] и мн. др.).

2.2. Кинематические свойства (только названия – ввиду краткости тезисов). Базисное свойство адирекции $\mathbf{V} \cdot \mathbf{U} < 0$. Б) *Узкополосность* и *монизм* ОВ, т.е. узкие и огра-

ниченные сверху частотные спектры и одномодовая дискретность. В) Извилистые, квазипараболические законы дисперсии и дисперсионные кривые. Г) Узкие или ограниченные диапазоны существования по материальным параметрам систем. Д) Селективное высокое затухание ОВ-мод (по ср. с ПВ), с минимумом вблизи частоты перегиба извилины. Е) Явление обобщённой волны в поглощающих структурах. Ж) Низкочастотность обратных волн (по ср. с ПВ) и неустойчивость в ВЧ спектре; преобладание 1-ой НЧ ОВ. З) Малые групповые скорости и волновые числа ($\downarrow 0$) и большие длины волн и фазовые скорости ($\uparrow \infty$).

2.3. Динамические явления, нестационарные и радиационные, (названия эффектов). 1) *Обращённый эффект Доплера*. 2) *Аномальное, обращённое излучение Вавилова-Черенкова*. 3) *ОВ-излучение типа Маха* в акустике и механике, родственное черенковскому. 4) *Аномальное переходное ОВ-излучение* в механике и электродинамике. 5-7) *Аномальность* других радиационных эффектов, *тормозного, синхротронного, дифракционного* (Парселла-Смита) – идеи и гипотезы. 8) *Продольный волноводный резонанс* при вырождении ПВ- и ОВ-мод. 9) *Повышенная помехоустойчивость* по сравнению с прямыми модами – наша гипотеза. 10) *Трёхволновой цуг, триплет*, с головным фронтом на частоте перегиба, рис. 1. Доминирование головного импульса, квазисолитона. 11/12) *Пространственное и частотное расщепление* коротких импульсов при преломлении, отражении, излучении и дифракции.

2.4. Нелинейные явления (названия). 1) *Генерация гармоник* при сверхфокусировке; излучение квазисферической (цилиндрической) 2-ой и др. гармоник. 2) *Инверсия волнового синхронизма* при нелинейном взаимодействии с ОВ ($k_{ОВ} < 0$): $k_1 = k_2 \pm k_3$; $\omega_1 = \omega_2 \pm \omega_3$. 3) *Адирективное (противоположное) излучение* нелинейно генерируемых, разноимённых гармоник и мод. 4) *Отрицательный кинетический импульс* (электродинамическое и механическое представление). 5) *Световое притяжение*. 6) *Притяжение упругих и звуковых ОВ*. В частности, ультразвуковой и гидродинамический ОВ- антифонтан, воронка, рис. 2. (В акустике известны ОВ-моды Лэмба, в гидродинамике волны с $\mathbf{V} \cdot \mathbf{U} < 0$, [11,50,56], см. т. [54,55]). 7-8) *Приливные, акустические и гидродинамические ОВ-течения* – гипотеза. 9) *Инверсная левитация* (гипотеза) и передвижение тел. 10-11) *Инверсная пондеромоторика* ОВ-света и -звука: волновое увлечение (в отл. от отдачи), обращённый эффект Садовского и др. гипотезы. 12) *Отрицательные моменты углового и кинетич. импульсов* – гипотеза. 13) *Аномальность* вынужденного комбинационного рассеяния [17].

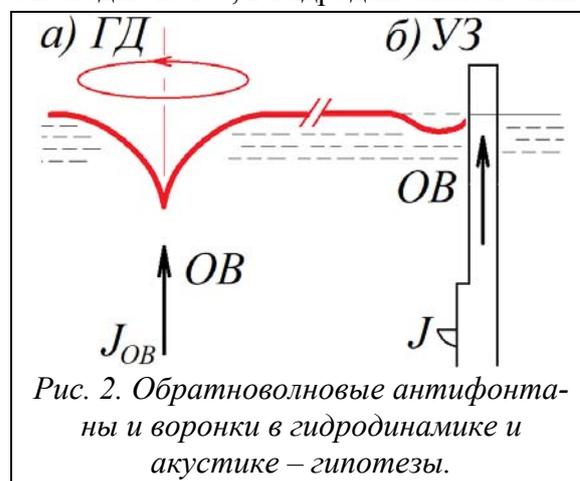


Рис. 2. Обратноволновые антифонтаны и воронки в гидродинамике и акустике – гипотезы.

РЕВИЗИЯ И ОВ-МОДИФИКАЦИЯ ПОЛОЖЕНИЙ ТЕОРИИ ВОЛН В МЕХАНИКЕ И ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ. 1) *Модификация* представлений о кинематике и природе волновых движений $u(r,t) \approx A(r)f_0(t-r/U)\exp i\omega(t+r/V)$, $\mathbf{V} \cdot \mathbf{U} < 0$. 2) *Пересмотр* и модернизация законов преломления (и формул Френеля), отражения и прохождения. В основе – энергопотоки, вектор Умова-Пойнтинга или групповой скорости, а затем и фазовые скорости. 3) *Пересмотрен* принцип Ферма. 4) *Обобщение* понятий групповой и энергетической скоростей, леммы Лоренца и принципа взаимности. 5) *Эффекты* авто- и сверх-фокусировки расходящихся фронтов при разноимённых преломлении, отражении и дифракции на плоских границах. 6) *Элементы* разноимённой

анти-дифракции в развитие теории дифракции. 7) *Отрицательный* кинетический импульс и связанные с ним явления. 8) *Развитие* принципов излучения, формулировка условий излучения и корректности волновых задач и моделей. 9) *Пересмотр* других эффектов и закономерностей волновой физики в плане ОВ-кинematики (эффекты Доплера, Маха и др. – п. 2.3). Этот перечень пополняется последними работами – полной, *систематической теорией обратных волн* всё ещё не создано.

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПЕРСПЕКТИВЫ. В радиоэлектронике традиционно успешны две крупные отрасли: 1) *ОВ-ая СВЧ электроника*, Лампы–ЛОВ, амплитрон и др., с 1950-ых гг.; 2) *Радиоантенны* на обратных волнах, с 1960-ых. На сегодня известны также след. внедрения. А) *Акустич. ОВ-уровнемер* – Дюдин Б. В., Рохлин С. И., 1970-ые (см. в [27]). Б) *Суперлинза Веселаго*. Г-Ж) *Проекты скрытности*, невидимости и бесшумности в оптике, радио- и гидро-локации и виброизоляции. З) *Ультразвуковой микродвигатель* на обратных (как и на прямых) модах в пластинке [в 11]. И) *Фотонный резонатор* Энгета (N. Engheta). Открытый микро-резонатор [32]. К) *Кольцевой лазерный гироскоп* [33]. Л) *Линейные ОВ-ускорители* [34]. М) *ZGV-технологии*, нулей групповой скорости, [26 и мн. др.]. Н) *Акустич. пинцет* [35]. О) *Малые антенны* [20]. П) *Оптические наноантенны и нанолазеры* [36]. Всевозможные *инверсные приборы и устройства*, электронные, оптич. и акустич. Классическая линза (в отл. от п. Б), призма, концентратор, рефлектор, излучатель (приёмник и преобразователь) [в 11 и др.]. И мн. др. уже действующие приборы и макеты или проекты и гипотезы. Наконец, недавно сформировавшиеся области мета-устройств и трансформаций [24,...].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. 6.1. Обратноволновая концепция. *Суть обратноволновой концепции:* 1) *базовое свойство адирекции*, 2) *широкий спектр фундаментальных уникальных ОВ-явлений, эффектов и свойств*, 3) *модификация ряда физических представлений и принципов* и 4) *перспективы ОВ-технологий*. **6.2. Обратноволновой** тренд ведёт к открытию новых и модификации известных эффектов. А широкая ОВ-феноменология служит фундаментом для новых технологий, уже созданных и нарабатываемых. Решающий вклад в развитие физической теории обратных волн внесла отечественная наука, начиная с Л. И. Мандельштама и В. Е. Пафомова. Затем идут советские электронщики, группа теоретиков ФИАНа (1950-ые) и до работ многих наших коллег. Это С. Е. Банков, Ю. И. Бобровницкий, С. В. Кузнецов, И. Я. Кучеров, А. Н. Лагарьков, Э. Г. Локк, В. В. Мелешко, В. Г. Можаяев, Т. М. Томилина, В. В. Фисанов, В. И. Щеглов и многие другие (см. также в списке лит.). Современные обратноволновые НИР ведутся в ряде мировых и российских центров. В т.ч. в системе РАН: ИМАШ, ИПМех, Нижегородский ИПМАШ, СПб-ий ИПМаш, ИОФАН, ИПМ ДВО, ИРЭ, ПОМИ и в др. институты. Мы говорим об обратноволновой концепции, однако новую концепцию принимает и развивает научное сообщество, а не отдельный автор или круг специалистов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Памяти В.Г. Веселаго// УФН. 2019. Т. 189. № 3. С. 335.
2. Lamb H. On group velocity// Proc. London Math. Soc., S-2. 1904. V. 1. n. 849. p. 473.
3. Мандельштам Л.И. Полное собр. трудов. М.: АН СССР, 1950. Т. 5. С. 422.
4. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по СВЧ электронике для физиков. М., 2003. Т. 1.
5. Tolstoy I., Usdin E.// JASA. 1957. V. 29. № 1. P. 37.
6. Зильбергейт А.С., Копилевич Ю.И. Спектральная теория регулярных волноводов. Л.: ФТИ, 1983. 302 с.
7. Бырдин В.М.// Оптика и спектроск. 1983. № 3. С.456.
8. Negishi Katsuo, Li H.U.// Jpn. J. Appl. Phys. 1996. V. 35. n. 5B. P. 3175.
9. Вешев В.А., Коузов Д.П., Миролюбова Н.А.// Акуст. ж. 1999. № 3. С. 331.

10. *Силин Р.А.* Периодические волноводы. М.: Фазис, 2002. 448 с. 24 см.
11. *Бырдин В.М.* (обзор)// Радиотех. и эл. 2005. № 12. С. 1413.
12. *Pendry J.B., Smith D.R.*// Scientific American. – Springer Nature, 2006. V. 295. P. 60.
13. Обратные волны: Сессия ОФН РАН; Вашковский А.В., Веселаго В.Г., Локк Э.Г., Силин Р.А.// УФН. 2006. Т. 176. № 5. С. 557.
14. *В.А. Буров, В.Г. Веселаго, В.Б. Волошинов и др.*// УФН. 2011. Т. 181. № 11. С. 1201.
15. Virtual Institute for Artificial Electromagnetic Materials and Metamaterials.
16. Physique des ondes et à ses applications.../ L'Institut Langevin, Paris.
17. *Агранович В.М., Гартштейн Ю.Н.* (обзор)// УФН. 2006. Т. 176. № 10. С. 1051.
18. О серии работ В.В. Шевченко по теории обратных волн// Моск. электродин. семинар. М., ИРЭ РАН, 10.2007. – /Бырдин В.М.; рукопись. М.: ИРЭ РАН, 2007. 28 с.
19. *Гуляев Ю.В., Лагарьков А.Н., Никитов С.А.* // Вестник РАН. 2008. № 5. С. 438.
20. *Слюсар, В.* (обзор)// Электроника: наука, технология, бизнес. 2009. № 7. С. 70.
21. Special Issue "The century of metamaterials"// Journal of Optics, 2017. V. 19, N. 8.
22. Акустические метаматериалы/ Секция на сессии РАО. М.: АКИН, 2019.
23. *Yanni Zhang et al.* // Chinese Sc. Bul. 2020. V. 65. N. 15. p. 1396.
24. *Грейсух Г.И., Данилов В.А., Ежов Е.Г. и др.* (обзор)// Автометрия. 2020. № 2. С. 5.
25. *Zeighami F., Palermo A., Marzani A.*// Int. J. Mechanical Sc. 2021. V. 195. 106250.
26. *Glushkov E., Glushkova N.*// J. Sound and Vibration. 2021. V. 500. 116023.
27. *Бырдин В.М.*// Изв. РАН. Механика твердого тела. 2017. № 3. С. 83.
28. *Бырдин В.М.*// Волны и вихри в сложных средах/ Сб. д-дов данной конф. М., 2021.
29. *Joo Hwan Oh, Hong Min Seung, Yoon Young Kim*// J. Sound and Vibration. 2017. V. 410.
30. *Бобровницкий Ю.И., Томилина Т.М.* (Обзор)// Акуст. ж. 2018. № 5. С. 517.
31. *Zhengwei Li, Chen Wang, Xiaodong Wang*// Int. J. Solids and Structures. 2019. V. 162. P. 271.
32. *Семёнов А., Смирнов А., Игнатьева Д., Сухоруков А.*// Изв. РАН. Сер. физич. 2011. № 12.
33. *Веселаго В.Г., Дуанов Е.М., Курятов В.Н. и др.*// Квант. эл. 2016. № 6. С. 543.
34. *Богомолов А.С.*// Семинар НИЦ Курчатовский ин-т, Физика ядерных реакторов. 10.2013.
35. *Feng Guoa, Zhangming Maoa et al.*// Proc. NAS USA. Current Issue. 2015. v. 113. n. 6.
36. *Вольпян О.Д., Кузьмичёв А.И.* Отрицательное преломление волн. Введение в физику и технологию электромагнитных метаматериалов. К.-М.: Аверс, 2012. 360 с.
37. *Drachev V., Fedotov V., Shadrivov I.*// JOSA B: Opt. Ph. 2017. v. 34. n 7. PM1-2.
38. *Шульга Н.А.* (обзоры)// Прикл. Мех. 2003. Т. 39. № 10. С. 38.
39. *Meleshko V.V., Bondarenko A.A., Dovgiy S.A. et al.*// J. Mathem. Sc. 2009. № 1. P. 99.
40. Acoustic metamaterials: negative refraction, imaging, lensing and cloaking/ Eds. *Craster R.V., Guenneau S.* Dordrecht: Springer, 2013. 323 p.
41. *Алексеев Г.В.* Проблема невидимости в акустике, оптике и теплопереносе. Владивосток: Дальнаука, 2016. 224 с.
42. *Анненков А.Ю., Герус С.В., Локк Э.Г.*// Электроника и микроэл. СВЧ. 2016. Т. 2. № 1. С.20.
43. *Басанова В.В., Атутов Е.Б., Ломухин Ю.Л. и др.*// Изв. вузов. Физика. 2017. № 12-2. С. 37.
44. *Шавров В.Г., Щеглов В.И.* Магнитостатические и электромагнитные волны в сложных структурах. М.: ФМЛ, 2017. 360 с.
45. *Бырдин В.М., Косарев О.И., Пузакина А.К.*// Динамика систем, механ. и машин, 2018. № 1.
46. *Делицын, А.Л.*// Вест. МГУ. Серия 3. Физика. Астрономия. 2018. № 1. С. 41.

47. Кузнецова И.Е., Недоспасов И.А., Кузнецова А.С.//Изв. РАН. Сер. физич. 2018. № 5.
48. Фисанов В.В.// Изв. вузов. Физика. 2018. Т. 61. № 6. С. 114.
49. Zhengwei Li, Chen Wang, Xiaodong Wang// Int. J. Solids and Structures. 2019. V. 162. P. 271.
50. Федотова М.А., Петросян А.С.// ЖЭТФ. 2020. № 6. С. 1188.
51. Laurent, J., D. Royer, and C. Prada// JASA. 2020. v. 147, n. 2. p. 1302.
52. Авербух Б.Б., Авербух И.Б.// Изв. вузов. Физика. 2021. Т. 64. № 5 (762). С. 116.
53. Можяев В.Г., Недоспасов И.А.// С-Пб акуст. семинар им. Д.П. Коузова. ИПМаш. 2.2.2021.
54. Чашечкин Ю.Д.//Акустика океана. 17 Шк.-семинар им. Л.М. Бреховских,... М, 2020. С.197.
55. Чашечкин Ю.Д., Кистович А.В.// Докл. РАН. 2004. Т. 395. № 1. С. 55.
56. Бреховских Л.М., Гончаров В.В. Введение в механику сплошных сред. В приложении к теории волн. М.: Наука, 1982. 335 с.
57. Веселаго В.Г. Лекция// Academia. ТВ-Культура. 12.6.2013.



О ЗАТУХАНИИ ВОЛН: СКОРОСТНОЙ МЕХАНИЗМ, СТРУКТУРНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ И МОДОВАЯ ДОБРОТНОСТЬ

В.М. Бырдин

Институт Машиноведения им. А. А. Благонравова РАН, Москва

e-mail: V_M_Byrdin@mail.ru

Анализируется диссипативное затухание бегущих волн, а также по рассеянию. Определён скоростной фундаментальный механизм затухания $\alpha \approx \delta/U$ (U – групповая скорость), объясняющий его частотную дисперсию, аномальность и селективность.

ВВЕДЕНИЕ. В теории волн, в механике, электродинамике и технологии актуальна и важна проблема диссипативных потерь, поглощения волновой энергии в средах, волноводах и сложных структурах. Во многих случаях допустимо пренебрежение потерями, однако всё возрастающая точность и корректность задач требуют диссипативной постановки. Основной теоретический, анзац-результат данного доклада: *затухание бегущей волны обратно пропорционально её групповой скорости*. Что подтверждается расчётными и экспериментальными данными ряда публикаций. Так что групповая скорость один из основных фундаментальных показателей затухания и его детерминанта, особенно для диспергирующих волн, тем более с нулём групповой скорости, $U \in (0, U_{\max})$, хотя в этих случаях затухание не бесконечно, но значительно $\alpha \sim \sqrt{\delta} \gg \delta$. (\sim – асимптотика). Трактуются классические явления аномальности и селективности затухания диспергирующих, нормальных и поверхностных волн. Рассмотрены также обратные волны, тематика которых крайне актуальна (В. Г. Веселаго, УФН, 1967, 2003, автор [4 и др.] и многие другие коллеги), и примеры рэлеевских волн и нормальных мод в пластине и трёхслойном волноводе. Изучена точность асимптотик. Метод анализа – на подготовительной теореме Вейерштрасса (от В. И. Кейлис-Борока, ДАН, 1952) и на др. положениях комплексного анализа. В целом результаты, метод и полученные формулы (анзац), приемлемы для волновых систем широкого класса, отвечающих трём «легким» условиям: аналитичность и вещественность дисперсионной

функции, ДФ, на вещественном множестве аргументов и выражение потерь мнимыми частями материальных. (ДФ – левая часть дисперсионного уравнения, ДУ $\Delta(u; \kappa_1, \dots, \kappa_m) = 0$, см. п. 2). Так что это волновые системы разной природы и типа с геометрической (волноводной) и физической (материальной, пространственной и частотной) дисперсией в различных волноводных и направляющих системах. В 2- и 3D-структурах, средах, полупространствах, в клиновых областях, а также и не диспергирующие волны с межмодовым разбросом групповой скорости. Предполагаемая *малость потерь* отражает не только известное эмпирическое положение, но и является фундаментальным *атрибутом* самого волнового процесса, т.к. волна должна пройти десятки длин-волн, по ходу луча, прежде чем затухнет. Т.е. всякая волноведущая система по определению, имманентно должна быть *высокодобротной*, слабо поглощающей системой.

Добротность – классическое понятие колебательных систем, мы обобщаем его на диспергирующие волновые процессы и структуры.

Кроме того, проблема потерь заложена в принципе предельного поглощения (см. (1–2) ниже, [4,5] и др.), применяемого при формулировке условий излучения и единственности краевых волновых задачах.

ДИССИПАТИВНЫЕ И ДИСПЕРГИРУЮЩИЕ СИСТЕМЫ И СТРУКТУРНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ЗАТУХАНИЯ. Пусть дан *волновой фактор* гармонической волны или компоненты спектра $\exp i(kr + \omega t + i\beta r)$. Малые потери в системе $\delta = (\delta_1, \dots, \delta_m)$ – несколько типов поглощения, $\delta_K = \gamma_K h \ll 1$, входят в ДФ $\Delta(u; \kappa)$ как $\kappa = v + i\delta$, $v \propto \omega$, или явно $u(\kappa)$. Искомый коэффициент затухания α : $u = \sigma + i\alpha$, $\sigma = kh$ и $\alpha = \beta h$ – нормированное волновое число и коэффициент затухания, соотв., h – геометрический параметр волноведущей системы. И пусть ДФ (или явная функция $u(\kappa)$) удовлетворяет трём условиям, указанным в п. 1; тогда формулируем теорему.

Теорема 1 (О связи $\alpha \propto U^{-1}$). Коэффициент затухания бегущей собственной волны обратен групповой скорости и является нечётной функцией потерь. В структуре с одним видом потерь ($m=1$, $\delta \equiv \delta_1$):

$$\alpha(v; \delta) = \delta / U(v) + \delta^3 \sigma''' / (6 + \theta^5), \quad \theta^5 \propto \delta^5, \quad \sigma' = U^{-1} = \Delta'_v(\sigma(v), v) / \Delta'_\sigma(\sigma(v), v). \quad (1)$$

Также и в общем случае, при многих, $m > 1$, разных видах поглощения:

$$\alpha \sim \delta_\Sigma / U, \quad \delta_\Sigma = \sum_{K=1}^m C_K \delta_K + \theta^3, \quad C_K = \Delta'_{v_K}(\sigma(v), v) / \Delta'_\sigma(\sigma(v), v), \quad v = \{v_K\}^m; \quad (2)$$

где C_K – структурные коэффициенты, а по повторяющимся индексам сумма. В случае явной функции $u(\kappa)$: $C_K = S_K U$; $S_K = \partial \sigma(v) / \partial v_K$.

Здесь и в общем S_K – структурные коэффициенты 1-го рода (ср. с [2,1,3]), определяемые, как и C_K , законом дисперсии $\sigma(v)$ и ДФ-функцией $\Delta(\sigma; v)$.

Следствие 1 (скоростной механизм затухания; интерпретация теоремы 1). Физический смысл структурных коэффициентов – влияние дисперсии на затухание, как геометрической, связанной со структурой волноводной системы, так и физической дисперсии, в самих средах-наполнителях, вкл. и рассеяние на микроструктуре. Смысл (1) и (2) определён – чем быстрее движется волна, тем меньше времени она поглощается на единице пути и наоборот: $t_{\Pi} = r_{\Pi} / U$.

Сформулированное в следс. 1 положение имеет более общее, самостоятельное физическое значение.

Утверждение 1. В любой структуре коэффициент затухания бегущей собственной волны обратен её групповой скорости: $\alpha \propto 1/U$. И $\alpha \sim \delta_\Sigma / U$ или $\alpha \approx \delta_\Sigma / U$, δ_Σ – интегральный показатель потерь в структуре. В многомодовых системах, с вырожденной дисперсией, но с разбросом скоростей U_n ($n = 1, 2, 3, \dots, N$ – номера бегущих мод) будет адекватный разброс и по затуханию α_n .

Действительно, кроме теоремы 1, это положение подтверждают экспериментальные данные в нижеслед. примере 1. Также, в частности, этот результат ещё более прост и эффективен в случае обратных волн (ОВ) (с $V, U < 0$, V – фазовая скорость, т.е. физически, а не формально приходящие волны, и существующие, как правило, в узких диапазонах частот [4 и др.], рис. 1).

Заметим, что дифференциальные формулировки (1 и 2) имеют, очевидно, свои преимущества перед классическими интегральными соотношениями Крамерса-Кронига (между k и β (σ и α)). С другой стороны, возможны процессы и системы, где иные существенные механизмы поглощения преобладают над скоростным.

Следствие 2. Коэффициент затухания обратных волн: $\alpha(\nu) \approx \delta_{\Sigma\mu}/U(\nu)$, $\delta_{\Sigma\mu} = \text{const}(\nu) \approx \delta_{\Sigma}(\nu_{\mu})$, $\nu \in (\nu_b, \nu_n)$, $(\nu_b - \nu_n)/\nu_b \ll 1$, ν_{μ} – точка перегиба дисперсионной кривой $\sigma(\nu)$ и соотв. U_{\max} , примерно равная точке минимума затухания (*min*). Графики $\alpha(\nu)$ и $U(\nu)$ довольно подобны. В целом затухание ОВ весьма селективно, значительно возрастающая на границах диапазона ν_b и ν_n , где $U \approx 0$, $\alpha \sim \sqrt{\delta}$ и двукратные, как правило, ветвления-сингулярности.

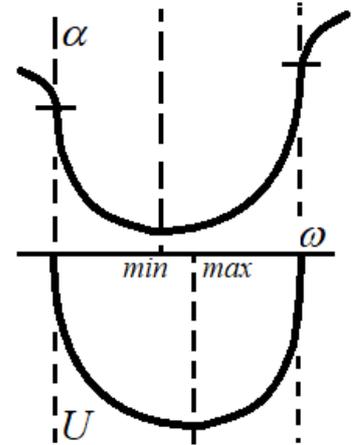


Рис. 1. ОВ-моды: коэффициент затухания α и групповая скорость U .

Пример 1. В твёрдых однородных телах имеется три не диспергирующие волны, продольная (l), сдвиговая и поверхностная рэлеевская (r), со скоростями: $0,71C_L > C_T > C_R/0,95$ – для коэффициента Пуассона $\varepsilon \in (0; 0,5)$. Их затухание в экспериментах [1] адекватно соотношению скоростей, согласно утв. 1.

Утверждение 2. Полагаем, что и в общем случае затухание упругих сдвиговых волн будет значительно больше (в 1,41 и выше для $\varepsilon \in (0; 0,5)$), чем затухание продольных. А рэлеевских – большие сдвиговых, в среднем на 10%.

Пример 2. Предполагаем такие же соотношения по затуханию и в кристаллофизике. Где существуют режимы с двумя и тремя плоскими оптическими или акустич. волнами, обладающими пространственной, но частотно-вырожденной дисперсией.

Замечание 1. В случае непропорциональности параметров, определяющих потери γ_K , частоте ω , используется замена $\Delta'_{\sigma} = U \Delta'_{\nu}$, вновь дающая (2).

ЗАТУХАНИЕ ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКИХ ЧАСТОТ И АНОМАЛЬНОСТЬ И СЕЛЕКТИВНОСТЬ ЗАТУХАНИЯ. Эти вопросы рассмотрены нами в других публикациях (здесь – ограничение по объёму тезисов). Аномальность и селективность при сути диспергирующим волнам; в частности, селективность затухания ОВ в п. 2, рис. 1. Критические частоты диспергирующих волн соответствуют кратным особым точкам, в основном, двукратным.

МОДОВЫЙ ДЕКРЕМЕНТ ЗАТУХАНИЯ И ДОБРОТНОСТЬ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ. Как известно, у плоских однородных недиспергирующих волн: $\alpha_{пл}(\delta) = \delta/C$, $\delta = \omega/2Q$, $C = C_{фаз} = C_{гр}$. Где δ – временной декремент поглощения, например, стоячих волн, Q – добротность колебательной распределённой системы. Говорим об энергетике волны, квадратичной $\exp(-2\alpha_n r)$, и о добротности системы на n -ой бегущей моде. Модовую добротность q_n определим не на длине-волны гармонической моды, а на интервале, проходимом цугом за период колебаний: $\Lambda_n = 2\pi U_n/\omega$. Тогда добротность $q_n = 2\pi/(1 - \exp(-2\alpha_n \Lambda_n)) \sim \omega/2\delta_{n\Sigma}$, $\delta_{n\Sigma} = \alpha_n U_n$, представляет собой отношение исходной мощности волны к потерянной, диссипированной на отрезке Λ_n . Так что, по сути, $\delta_{n\Sigma}$ несёт смысл *модового декремента поглощения*, временного декремента n -ой моды. Т.о.: $1/q_n = 2\delta_{n\Sigma}/\omega = {}_I \Sigma^m b_K C_{nK}/Q_K$. Где Q_K – добротности диссипативной системы по отдельным, k -ым видам потерь; b_K – некоторые материальные параметры. Например, для много-

слоистой структуры $b_K = 1/c_K$; здесь c_K – скорости, а δ_K – коэффициенты затухания плоских волн в однородных средах k -ых слоёв.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Викторов И.А.* Физические основы применения ультразвуковых волн Рэля и Лэмба в технике. М.: Наука, 1966. 168 с.
2. *Взятыйшев В. Ф.* Диэлектрические волноводы. М.: Сов. радио, 1970. 216 с.
3. *Микер Т., Мейтцлер А.* Волноводное распространение в протяжённых цилиндрах и пластинах// Физическая акустика. Т. 1. Ч. А. М.: Мир, 1966. (Гл. 2) С. 140–203.
4. *Бырдин В.М.* О затухании нормальных и поверхностных волн и зависимости их фазовых и групповых скоростей от потерь// Докл. АН. 1978. Т. 238. № 3. С. 552–554.
5. *Бырдин В.М.* Новые базисные свойства вещественных и регулярных функций & Чёт-нечётность, антиголоморфность, абстрактные С-дерево и полиголоморфность// Труды Математического центра им. Н. И. Лобачевского. Т. 60/ Материалы Международ. конф. по алгебре, анализу и геометрии, 2021. Казань: АН РТ, 2021. С. 185–187.
6. *Кочаев А.И.* Затухание упругих волн в 2D кристаллах /под науч. ред. Р.А. Браже. Ульяновск: УГТУ, 2015. 72 с.
7. *Карбутов А.А., Подымова Н.Б., Соколовская Ю.Г.* Локальные соотношения Крамера–кронига для коэффициента затухания и фазовой скорости продольных ультразвуков. волн в полимерных композитах// Акуст. ж. 2019. Т. 65. № 2. С. 182-189.
8. *I-Ling Chang, Zhen-Xian Liang, Hao-Wei Kao et al.* The wave attenuation mechanism of the periodic local resonant metamaterial// J. of Sound and Vibration. 2017. V. 412. P. 349-359.



ВИХРЕОБРАЗОВАНИЕ В НЕПРОТОЧНОМ КРИСТАЛЛИЗАТОРЕ

Н.А. Вerezub¹, А.И. Простомолотов¹, А.А. Жохов²

¹*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, aprosto@inbox.ru*

²*Институт физики твёрдого тела РАН, Черноголовка, jokhov@issp.ac.ru*

Фундаментальной проблемой выращивания кристаллов из раствора является управление процессами гидродинамики в кристаллизаторах специальных сложных конструкций [1]. Конвекция может как увеличить скорость роста кристалла, так и усилить неустойчивость процесса кристаллизации с ухудшением его качества. Влияние гидродинамики на кинетику кристаллизации (движение микроскопических ступеней роста) определяется пересыщением солевого раствора, а также величиной и направлением тангенциальной скорости вблизи поверхности кристаллизации. В непроточном кристаллизаторе особенности гидродинамики определяются конструкцией нагревателей, теплоизоляции и темпами охлаждения раствора. Тепловая и концентрационная конвекции в объеме кристаллизатора определяют условия солевого массообмена, в том числе солевого пересыщения и обтекания раствором поверхности кристаллизации.

В [2,3] исследовалось влияние конвекции на неустойчивость роста грани и образование дефектов. Если поток направлен против движения ростовых ступеней, то грань растёт устойчиво. Напротив, течение раствора по направлению движения ступеней приводит к ее неустойчивости. Экспериментальное определение распределения поверхностного пересыщения затруднительно, поэтому большую роль играет математическое моделирование гидродинамики.

В данной работе проведено математическое моделирование процессов гидродинамики и массообмена в водном солевом растворе в рамках общепринятой модели механики для сплошной текучей среды. Для моделирования ламинарных течений в непроточном кристаллизаторе выполнено решение полных уравнений Навье-Стокса и уравнений конвективного переноса тепла и примеси (соли) с учетом её кристаллизации.

Рассмотрен процесс выращивания смешанного кристалла KCNSH из смеси двух водно-солевых растворов (кобальтовой KCSH и никелевой KNSH солей) в конструкции непроточного кристаллизатора [4]. Эти кристаллы применяются при изготовлении оптических фильтров для невидимого УФ диапазона спектра.

РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 1 показана математическая модель осесимметричного непроточного кристаллизатора. Выращивание кристалла происходит в полностью закрытом теплоизолированном кожухе – 7, в котором имеется воздушная полость – 6 с размещенным в ней: резистивным нагревателем – 5 и герметично закрытым сосудом с соляным раствором в виде цилиндра – 2. На дне этого сосуда осесимметрично установлен цилиндрический стакан (формообразователь) – 3, внутри которого растет кристалл – 4, заполняя внутренность стакана. Перед началом ростового процесса раствор насыщается солью до заданного уровня при соответствующей достаточно высокой температуре, затем начинается осаждение соли на поверхности кристаллизации. Раствор обедняется выделившимся компонентом, скорость роста кристалла замедляется со временем, снижаясь с 0.5 до 0.1 мм/сутки, так что время выращивания пригодного для практического применения кристалла достигает 40 суток.

Процесс роста кристалла сопровождается снижением температуры раствора. Это поддерживает заданный уровень солевого насыщения раствора для обеспечения необходимой скорости роста кристалла. Необходимая температура раствора поддерживается регулированием мощности нагревателя – 5.

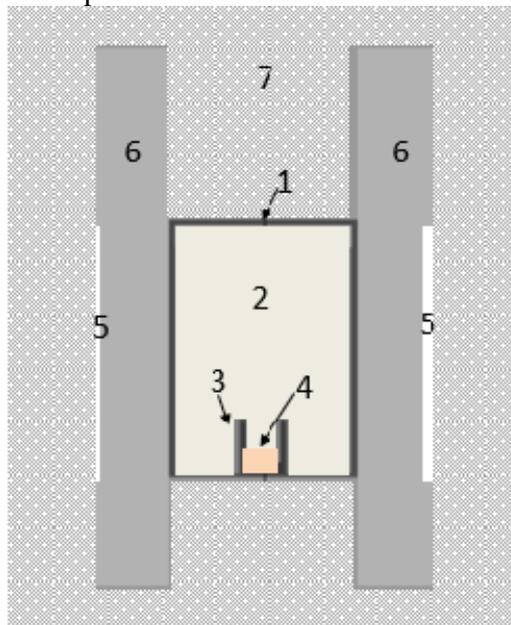


Рис. 1. Математическая модель: 1 – стеклянный сосуд, 2 – раствор, 3 – формообразователь, 4 – кристалл, 5 – нагреватель, 6 – воздух, 7 – теплоизоляция.

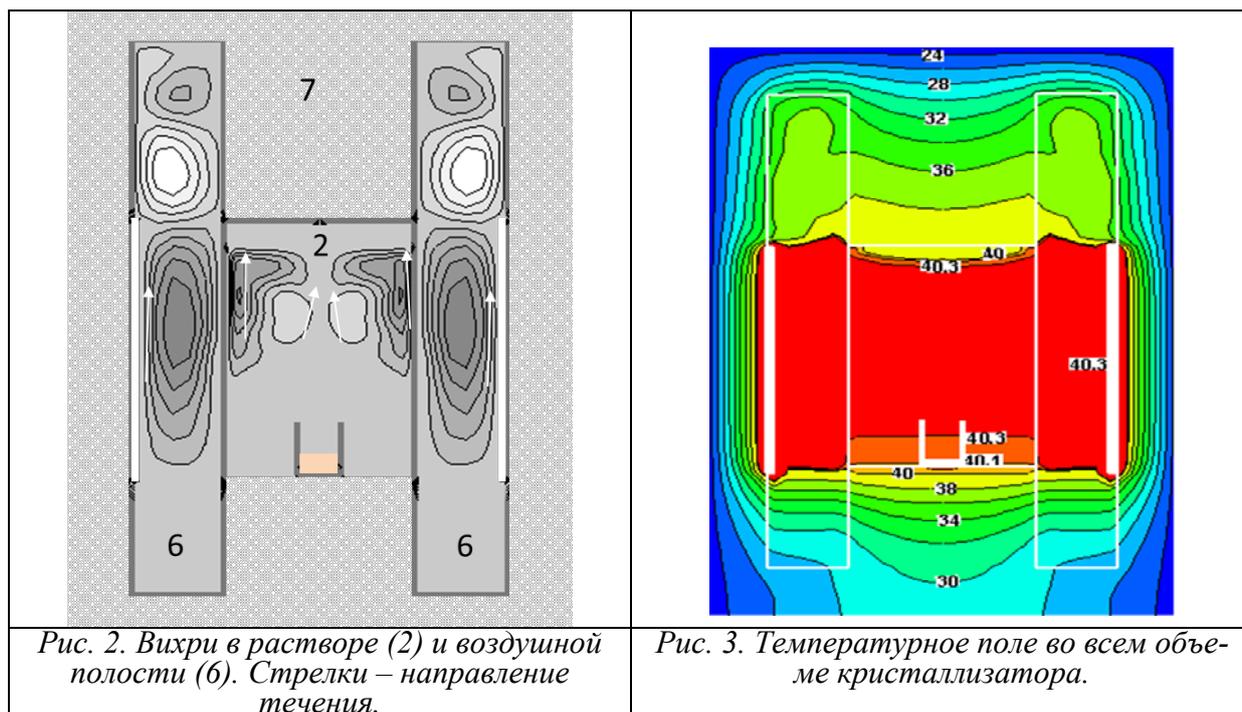


Рис. 2. Вихри в растворе (2) и воздушной полости (6). Стрелки – направление течения.

Рис. 3. Температурное поле во всем объеме кристаллизатора.

В данной работе было исследовано влияние структуры вихрей в воздушной прослойке – 6 на гидродинамику и температурное поле в солевом растворе – 2. Можно отметить, что в вертикальном каскаде вихрей в воздушной прослойке выделяется наиболее интенсивный вихрь, примыкающий к нагревателю. Благодаря ему, происходит передача тепла от нагревателя к раствору. В самом растворе возникает основной вихрь около боковой стенки и вторичный вихрь в центре сосуда (рис. 2).

О характере распределения температуры в растворе можно судить по рис. 3. Следует отметить, что в растворе достигается высокая объемная однородность температурного поля, соответствующая температуре 40.3°C . Незначительная вертикальная неоднородность $\sim 0.2 - 0.3^{\circ}\text{C}$ наблюдается вблизи нижнего и верхнего торцов сосуда.

ВЫВОДЫ

В целом по результатам проведенного моделирования можно сделать вывод о пригодности данной конструкции непроточного кристаллизатора для выращивания кристаллов из солевого раствора. Научный и технологический интерес представляет недавнее развитие данной конструкции кристаллизатора, в частности, в применении двухсекционного сосуда с двумя нагревателями [1]. Результаты данной работы служат основой для научно-обоснованного проектирования непроточных кристаллизаторов подобного типа.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Работа выполнена по теме госзадания № АААА-А20-120011690136-2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жохов А.А., Емельченко Г.А., Масалов В.М. и др. Устройство для выращивания смешанных кристаллов сульфата кобальта-никеля-калия для оптических фильтров ультрафиолетового диапазона // Патент РФ. Патентообладатель ИФТТ РАН, RU 2725924 С1. Оpubл. 07.07.2020. Бюл. № 19.
2. Coriell S. R., Murray B. T., Chernov A. A. et al. The effect of a shear flow on the morphological stability of a vicinal face: Growth from a supersaturated solution // Advances in Space Research. 1998. V. 22, No 8. P. 1153–1158.

3. Chernov A.A., Rashkovich L.N., Vekilov P.G. Steps in solution growth: dynamics of kinks, bunching and turbulence // Journal of Crystal Growth. 2005. V. 275. P. 1–18.
4. Zhokhov A.A., Masalov V.M., Rudneva E.B. et al. Growth of mixed $K_2Ni_xCo_{(1-x)}(SO_4)_2 \cdot 6H_2O$ crystals for large supercooling without spontaneous crystallization in solution // Mater. Res. Express. 2020. V. 7. 016202.



ИНТЕГРАЛ КРОККО И ЗАКОНЫ СТЕНКИ ДЛЯ СКОРОСТИ И ТЕМПЕРАТУРЫ В СВЕРХЗВУКОВОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

И.И. Вигдорович^{1,3}, А.И. Агеев^{1,3}, Т.А. Манаенкова^{2,3}

¹*НИИ механики МГУ, Москва*

²*РТУ МИРЭА, Москва*

³*Центр фундаментальной и прикладной математики МГУ, Москва*

Как известно, описание турбулентных течений в рамках усредненных уравнений Навье-Стокса (уравнений Рейнольдса) сталкивается с фундаментальной проблемой, связанной с поиском дополнительных условий для замыкания задачи. Практическому решению этой проблемы посвящена современная теория моделей турбулентности. Однако в силу полуэмпирического характера теории ее результаты являются нестрогими и приближенными.

В докладе предложен другой подход к проблеме замыкания, который может быть применен к относительно узкому классу канонических течений, но зато свободен от частных гипотез и основан только на первых принципах. Согласно идее, впервые высказанной в [1], если течение в целом зависит от конечного числа постоянных параметров, турбулентное касательное напряжение и турбулентный поток тепла могут быть представлены в виде функций от градиентов усредненной скорости и температуры. Вместе с уравнениями Рейнольдса и энергии эти функциональные связи дают поставленную краевую задачу для полей усредненной скорости и температуры, которая после специальной замены переменных решается методом сращиваемых асимптотических разложений при больших значениях логарифма числа Рейнольдса. В результате для целого ряда несжимаемых пристенных течений получены законы подобия и расчетные соотношения для основных гидро- и термодинамических величин, а также выводы о качественных особенностях и асимптотической структуре течения (см., например, [2-6]).

ОСНОВАННАЯ ЧАСТЬ

В докладе этот подход распространен на сверхзвуковой турбулентный пограничный слой на пластине при нулевом продольном градиенте давления. Исследованы законы подобия для основных гидродинамических и тепловых величин. Для течения несжимаемой жидкости такие законы подобия надежно установлены. К ним относятся закон стенки Прандтля, законы дефекта скорости и трения Кармана и аналогичные соотношения для температуры и теплового потока на стенке. В промежуточной пристеночной области пограничного слоя профили скорости и температуры удовлетворяют известному логарифмическому закону. Обобщение закона стенки для профиля скорости на случай турбулентного течения сжимаемого газа принадлежит Ван Дристу [7]. В своем анализе, однако, он, как и его последователи, просто использовал формулу пути смешения Прандтля. Поэтому этот результат нельзя считать в такой же степени обоснованным как соотношения для несжимаемой жидкости, которые, фактически, получены из первых принципов. Более того, известно, что формула Ван Дриста заметно хуже

согласуется с экспериментальными данными, чем ее аналог для несжимаемого течения. Расхождения особенно существенны при наличии теплопередачи на стенке.

Цель настоящей работы – объяснить причину рассогласования формулы Ван Дриста с результатами измерений и вывести новые законы подобия для скорости и температуры, которые являются точными асимптотическими решениями уравнений Рейнольдса для сжимаемого газа. Уравнения Рейнольдса решаются методом сращиваемых асимптотических разложений для различных характерных областей течения, в число которых входят: вязкий подслой, логарифмический подслой и внешняя область пограничного слоя. Малый параметр теории – число Маха, вычисленное по динамической скорости и энтальпии газа на стенке. Рассматриваются все возможные случаи теплопередачи на обтекаемой поверхности – охлаждаемая, теплоизолированная и нагреваемая стенка.

Показано, что в вязком подслое пограничного слоя сжимаемого газа безразмерный профиль скорости такой же, как для несжимаемой жидкости, а профиль температуры – суперпозиция известного профиля для несжимаемой жидкости при нулевом кинетическом нагреве и профиля температуры, соответствующего частному случаю теплоизолированной пластины, когда кинетический нагрев не равен нулю.

Решение задачи в логарифмическом подслое и асимптотическое сращивание с решением для вязкого подслоя дают связь между температурой и скоростью (интеграл Крокко) и законы стенки для скорости и температуры. Главный член асимптотики для профиля скорости соответствует известной формуле Ван Дриста [7]. Однако полученное решение содержит дополнительные слагаемые порядка единицы, что объясняет расхождение формулы Ван Дриста с экспериментальными данными. Аналогичную структуру имеет закон стенки для температуры, который для сжимаемого течения сформулирован впервые. Кроме постоянной Кармана и турбулентного числа Прандтля в логарифмической области, известных для течения несжимаемой жидкости, полученные соотношения содержат три новые универсальные константы, которые не зависят от молекулярных свойств и отношения теплоемкостей газа. Сращивание решений для логарифмического подслоя и внешней области дает законы трения и теплообмена, выражения для коэффициентов восстановления и аналогии Рейнольдса, законы дефекта скорости и температуры для внешней области пограничного слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вигдорович И.И.* Законы подобия для распределения скорости и температуры в пристеночной области турбулентного пограничного слоя со вдувом и отсосом // Докл. Академии наук. 2003. Т. 392. № 3. С. 340-345.
2. *Вигдорович И.И.* Тепловой турбулентный пограничный слой на проницаемой пластине // ЖЭТФ. 2007. Т. 131. Вып. 6. С. 1115-1133.
3. *Vigdorovich I., Oberlack M.* Analytical study of turbulent Poiseuille flow with wall transpiration // Phys. Fluids. 2008. V. 20. No. 5. P. 055102-1-055102-9.
4. *Вигдорович И.И.* Автомодельный турбулентный пограничный слой с градиентом давления. Закон дефекта скорости // ЖЭТФ. 2013. Т. 144. Вып. 2(8). С. 413-427.
5. *Вигдорович И.И.* Автомодельный турбулентный пограничный слой с градиентом давления. Четыре режима течения // ЖЭТФ. 2014. Т. 146. вып. 5(11). С. 1062-1089.
6. *Vigdorovich I.I.* A law of the wall for turbulent boundary layers with suction: Stevenson's formula revisited // Phys. Fluids. 2016. V. 28. No. 8. P. 085102-1-7.
7. *Van Driest E.R.* Turbulent boundary layer in compressible fluids // J. Aeronaut. Sci. V. 18. 1951. P. 145-160.



УГЛОВЫЕ ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ С ДВУХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТЬЮ ВОКРУГ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ОСИ

Вин Ко Ко

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва
e-mail: win.c.latt@gmail.com

Нелинейные задачи динамики ограниченного объема слоистых жидкостей с поверхностью раздела представляют значительный прикладной и теоретический интерес. Особенности линейных и нелинейных колебаний однородной жидкости, частично заполняющей полость подвижного и неподвижного твердого тела, были рассмотрены в книге [1]. В работе [2] исследуется задача о колебаниях двухслойной тяжелой жидкости, целиком заполняющей прямоугольный сосуд. Поставлена и решена задача об управлении движением сосуда с финальным условием гашения внутренних волн жидкости. В работе [3] рассмотрены свободные колебания вязкой двухслойной жидкости в замкнутом прямоугольном сосуде.

Целью настоящей работы является составление и анализ уравнений колебательных движений твердого тела с цилиндрической полостью, которая целиком заполнена двухслойной идеальной жидкостью, совершающей нелинейные колебания вокруг неподвижной оси.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается круглый цилиндрический сосуд, полностью заполненный двумя несмешивающимися жидкостями, который совершает колебания вокруг неподвижной оси OY . Связанную с твердым телом систему координат $OXYZ$ расположим так, чтобы в невозмущенном положении механической системы ось OX была перпендикулярна невозмущенной поверхности раздела жидкостей Γ_0 . Движение твердого тела вокруг оси OY будем определять с помощью угловой координаты θ , вектор угловой скорости вращения $\vec{\omega}_2$ относительно оси OY запишется в виде $\vec{\omega}_2 = \dot{\theta} \vec{j}$, $\theta(t) = \theta_0 \sin pt$.

Введем систему координат $oxyz$, в которой поле массовых сил, действующих на твердое тело с двумя жидкостями, имеет потенциальную функцию $U = -\vec{g} \cdot \vec{r}$, $\vec{R} = H\vec{e}_1 + \vec{r}$, где H – расстояние от оси вращения до поверхности раздела жидкостей; \vec{g} – вектор ускорения свободного падения; \vec{R} – радиус-вектор проведенный из точки O , связанной с телом. Плоское днища бака S_2 определяется координатой $(x = -h_2)$, крышка бака S_1 определяется координатой $(x = h_1)$, от поверхности раздела Γ_0 ($x = 0$), радиус цилиндрической боковой поверхности $r = r_0$ (см. рис. 1).

Смоченные поверхности полости обозначим через $S^{(k)}$ ($k = 1, 2$), а возмущенную поверхность раздела жидкостей – через Γ (см. рис. 1).

Движения каждой жидкости будем считать потенциальным, удовлетворяющим уравнениям Лапласа, граничным условиям непротекания на смачиваемых поверхностях, кинематическим условиям и динамическим условиям на поверхности раздела.

Потенциалы скоростей $\Phi^{(1)}$ и $\Phi^{(2)}$ удовлетворяют условиям непротекания на смачиваемых поверхностях, а также кинематическим и динамическим условиям на поверхности раздела

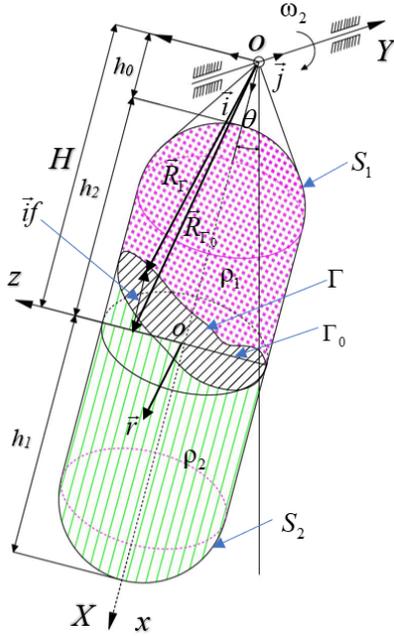


Рис. 1. Системы координат и основные обозначения для движущегося тела с двухслойной жидкостью

Уравнения движения твёрдого тела с жидкостями, совершающими колебания вблизи основного резонанса

Воспользуемся теоремой об изменении кинетического момента, которое в связанной системе координат $Oxyz$ имеет вид

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{M}_c + \vec{M}_e, \text{ где } \vec{M}_c = -\vec{L} \times \vec{g}; \quad (1)$$

где \vec{M}_e – внешние моменты; \vec{M}_c – суммарные векторы статических моментов, создаваемых массовыми силами, действующими на тело и деформированные жидкости.

Представим потенциалы скоростей каждой жидкости в виде следующей суммы:

$$\Phi^{(k)}(x, r, \eta, t) = \omega_2 \cdot A^{(k)}(x, r, \eta) + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i(t) B_i^{(k)}(x, r, \eta), \quad (k = 1, 2), \quad (2)$$

$\Phi^{(k)}$ – потенциалы скоростей верхней и нижней жидкостей; $A^{(k)}$ – гармонические скалярные функции; $B_i^{(k)}$ – функции координат верхней и нижней жидкостей, α_i – обобщенные координаты волновых движений i -ой гармоники на поверхности раздела. Поставленная задача решается с применением разложения функций в ряд Тейлора, а также использования значения функций и её нормальных производных на невозмущенной поверхности раздела жидкостей Γ_0 .

Представим функции $A^{(k)}$ и $B_i^{(k)}$ в виде разложения по параметрам α_i до второго порядка включительно

$$A^{(k)} = A_0^{(k)} + \sum_i \alpha_i A_i^{(k)} + \sum_i \sum_j \alpha_i \alpha_j A_{ij}^{(k)} + \dots; B_i^{(k)} = B_{i0}^{(k)} + \sum_j \alpha_j B_{ij}^{(k)} + \sum_j \sum_k \alpha_j \alpha_k B_{ijk}^{(k)} + \dots; \quad (3)$$

где функции $A_0^{(k)}, A_i^{(k)}, A_{ij}^{(k)}, B_{i0}^{(k)}, B_{ij}^{(k)}, B_{ijk}^{(k)}$ зависят только от пространственных координат и не зависят от времени.

Выделим две основные несимметричные гармоники, возбуждаемые в двух взаимно перпендикулярных плоскостях и определяемые обобщенными координатами и формами $\alpha_i = \alpha_i (i = 1, 2)$: $\alpha_1 = \alpha$, $\alpha_2 = \beta$, $f_1 = f_\alpha = \varphi(r) \sin \eta$, $f_2 = f_\beta = \varphi(r) \cos \eta$.

f_α, f_β – формы основного тона колебаний поверхности раздела жидкостей [1].

Уравнения для обобщенных координат α и β на поверхности раздела жидкостей получаются в следующем виде

$$\begin{aligned} \mu \ddot{\alpha} + gN^2 \alpha - \lambda_0 \dot{\omega}_2 + \mu_1 (\ddot{\alpha}^2 \alpha + \dot{\alpha}^2 \dot{\alpha} + \alpha \beta \ddot{\beta} + \alpha \dot{\beta} \dot{\beta}) + (\lambda_1 \alpha^2 - \lambda_2 \beta^2) \dot{\omega}_2 + \\ + \mu_2 (\beta^2 \ddot{\alpha} + 2\beta \dot{\alpha} \dot{\beta} - \alpha \beta \ddot{\beta} - 2\alpha \dot{\beta} \dot{\beta}) - (\lambda_1 + 3\lambda_2) \omega_2 \beta \dot{\beta} - J_1 \omega_2^2 \alpha = 0; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mu \ddot{\beta} + gN^2 \beta - \lambda_0 \dot{\omega}_2 + \mu_1 (\beta^2 \ddot{\beta} + \dot{\beta}^2 \dot{\beta} + \alpha \beta \ddot{\alpha} + \beta \dot{\alpha} \dot{\alpha}) + (\lambda_1 + \lambda_2) \alpha \beta \dot{\omega}_2 + \\ + \mu_2 (\alpha^2 \ddot{\beta} + 2\alpha \dot{\alpha} \dot{\beta} - \alpha \beta \ddot{\alpha} - 2\beta \dot{\alpha} \dot{\alpha}) + (\lambda_1 + 3\lambda_2) \omega_2 \beta \dot{\alpha} - J_2 \omega_2^2 \beta = 0; \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнение моментов относительно главной центральной оси Oy имеет вид

$$\begin{aligned} (J_{Oy} + J) \dot{\omega}_2 + \lambda g \alpha - \lambda_0 \ddot{\alpha} + (\lambda_1 \alpha^2 - \lambda_2 \beta^2) \ddot{\alpha} + 2\lambda_1 \alpha \dot{\alpha}^2 + \\ + (\lambda_1 + \lambda_2) \alpha (\beta \ddot{\beta} + \dot{\beta}^2) + (\lambda_1 - \lambda_2) \beta \dot{\alpha} \dot{\beta} + \frac{d}{dt} [(J_1 \alpha^2 + J_2 \beta^2) \omega_2] = M_e; \end{aligned} \quad (6)$$

Система нелинейных дифференциальных уравнений описывает эффект вращательного движения поверхности раздела жидкостей в около резонансном диапазоне основного тона колебаний. В работе также приведены вычисленные параметры, определяющие нелинейность волновых движений поверхности раздела жидкостей и связывающие вращательное движение тела и деформацию объема жидкостей.

ВЫВОД

Движение твердого тела с полостью, целиком заполненной двухслойной несжимаемой жидкостью, качественно отличается от движения твердого тела, полость которого целиком заполнена однородной несжимаемой жидкостью.

Полученные дифференциальные нелинейные уравнения колебаний поверхности жидкости рассматриваемой системы могут быть использованы для создания будущих проектов: космической техники, морских транспортных систем криогенных жидкостей, длительного хранения сжиженного природного газа, химических реакторов, взрывных и сейсмических воздействий.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор благодарит доцента каф. Теоретическая механика МГТУ им. Н.Э. Баумана Темнова А.Н за содействие в выполнении работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Луковский И.А. Введение в нелинейную динамику твердого тела с полостями, содержащими жидкость; Отв. Ред. В.А. Троценко; АН УССР. Ин-т математики. – Киев: Наук. Думка, 1990. 296 с. – ISBN 5-12-001308-2.
2. Акуленко Л. Д., Нестеров С. В. Нерезонансные колебания твердого тела с полостью, содержащей тяжелую двухслойную жидкость. // Механика твердого тела. 1987. №2. С. 52–58.
3. Kalinichenko V.A. Regularization of barotropic gravity waves in a two-layer fluid // Fluid Dynamics. 2019. V. 54, №. 6. P. 761–773.



ПРОБЛЕМЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КОНДЕНСАЦИОННОГО ГИДРОУДАРА ДВУХЖИДКОСТНЫМИ КОДАМИ И ВОЗМОЖНЫЙ МЕХАНИЗМ ПАДЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ ПЕРЕД ГИДРОУДАРОМ

Г.Ю. Волков², В.И. Мелихов¹ О.И. Мелихов¹

¹*Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва*

²*Акционерное общество «Ордена Ленина Научно-исследовательский и конструкторский институт энерготехники имени Н.А. Доллежалея», Москва*

Конденсационные гидроудары происходят, когда паровая область оказывается в полном окружении жидкости, температура которой ниже температуры кипения. На границе раздела пар-жидкость начинается конденсация пара и последующее падение давления в паровой полости. Образовавшийся перепад давления между жидкостью и паром схлопывает полость, в момент коллапса происходит рост давления вследствие соприкосновения движущихся навстречу друг другу частей жидкости. Наиболее опасны конденсационные гидроудары в трубопроводах, когда разогнавшиеся при конденсации паровой полости массы жидкости сталкиваются с гребнями или с арматурой. В частности, конденсационные гидроудары могут происходить в трубопроводах различных систем АЭС при возникновении ряда аварийных ситуаций [1].

В 2004 году в рамках европейского проекта WANALoads был разработан расчетный код WANA [2] для численного моделирования конденсационных гидроударов в трубопроводах. Математическая модель пароводяной среды, используемая в коде, основывалась на двухжидкостном одномерном подходе.

В настоящей работе проанализированы проблемы численного моделирования конденсационного гидроудара двухжидкостными моделями на примере кода WANA и описан возможный механизм падения давления перед гидроударом.

ОПИСАНИЕ РЕЖИМА ДВУХФАЗНОГО СТРАТИФИЦИРОВАННОГО ТЕЧЕНИЯ В КОДЕ WANA

Режим стратифицированного течения в горизонтальной трубе в коде WANA идентифицируется условием, что разность скоростей пара и воды не превышает половины критического значения $v_{кр}$, которое определяется критерием Кельвина-Гельмгольца. Межфазные трение и теплообмен вычисляются, исходя из этой конфигурации. Пузырьковый или дисперсный режим течения двухфазного потока (в зависимости от объемного паросодержания) реализуется, когда разность скоростей пара и воды больше критического значения, и для его описания применяются соответствующие корреляции для межфазных трения и теплообмена. В промежуточной области имеет место переходное течение.

Поскольку характеристики межфазного взаимодействия в стратифицированном режиме и в пузырьковом режиме отличаются на порядки, то для сглаживания численного решения и устойчивости счета вводятся специальные переходные зоны от одного режима к другому режиму. Это означает, что в некоторой области параметров, например, когда разность скоростей пара и воды находится в диапазоне от половины ($v_{кр}/2$) до $v_{кр}$, реализуется переходное двухфазное течение. При этом межфазное взаимодействие в переходном течении вычисляется линейной интерполяцией между стратифицированным режимом и пузырьковым режимом, как показано на рисунке 1.

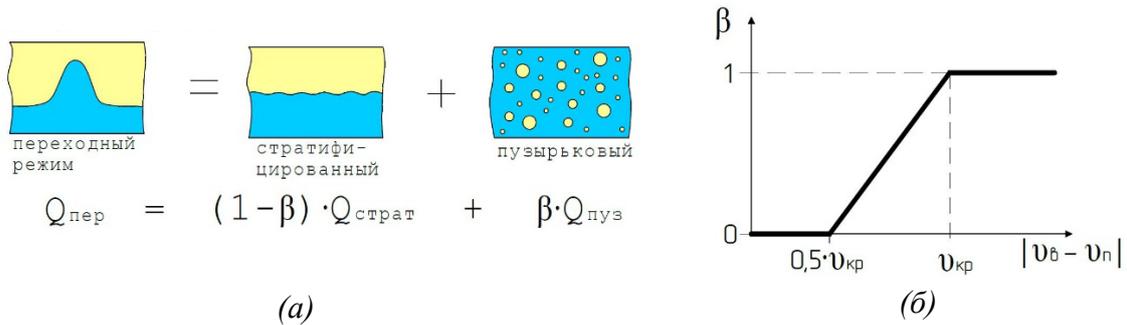


Рис. 1. Описание переходного режима течения в коде WANA: а – межфазный теплообмен в переходном течении вычисляется с использованием весового множителя β ; б – зависимость весового множителя β от разности скоростей фаз заложенная в коде WANA

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗНИКНОВЕНИЯ И РАЗВИТИЯ КОНДЕНСАЦИОННОГО ГИДРОУДАРА КОДОМ WANA

Для численного моделирования конденсационного гидроудара в горизонтальной трубе кодом WANA были использованы параметры экспериментального исследования [3]: труба длиной 3 м и внутренним диаметром 64 мм, давление 1 МПа, расход подаваемой воды 1 т/ч, температура воды 30°C.

Расчеты проводились на равномерной сетке с ячейками по 32 мм и временным шагом, соответствующим числу Куранта 0,2. Такие параметры численного интегрирования были выбраны на основании предварительных расчетов с варьированием шагов по времени и пространству.

На рисунке 2 показаны распределения объемного водосодержания (доля сечения трубы, занятого водой) вдоль трубы в последовательные моменты времени 0,50 с, 2,50, 4,15, 4,19 с. (Первые четыре ячейки слева, полностью заполненные водой, относятся к вертикальному участку подвода воды.)

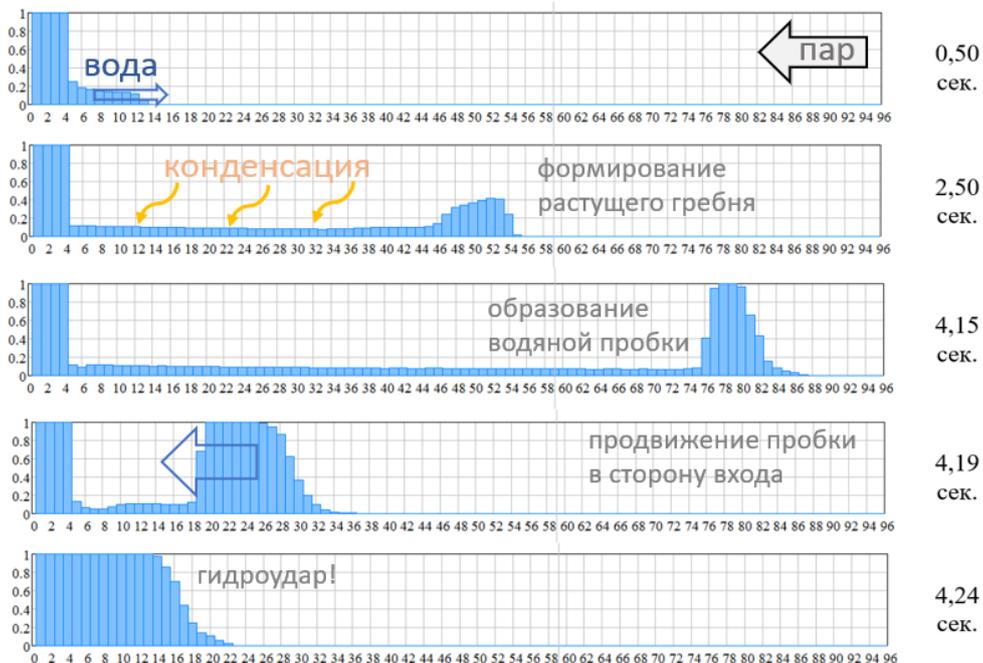


Рис. 2. Развитие гребня волны, образование водяной перемычки и гидроудар (распределения объемной доли воды для расхода воды 1 т/ч и её температуры 30 °С)

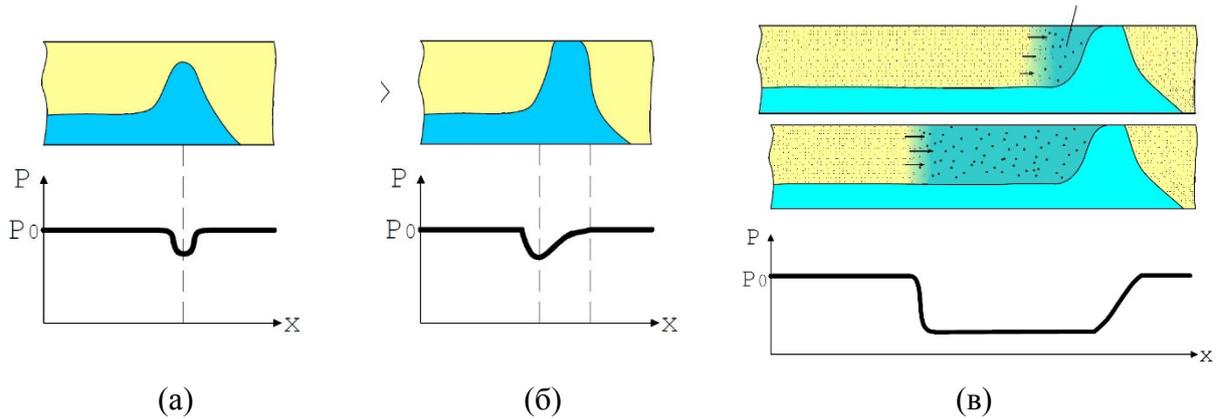


Рис. 3. Описание моделирования кодом WANA процесса возникновения КГУ: а – мощная интенсификация теплоотвода вызывает локальную интенсивную конденсацию пара и падение давления; б – гребень волны касается «потолка» канала и превращается в пробку, при этом слева от пробки уже имеется область пониженного давления; в – формирование и распространение к входному концу трубы волны разрежения

На рисунке отчетливо видно формирование растущего гребня волны, который перекрывает всё сечение трубы. В образовавшейся изолированной паровой полости происходит интенсивная конденсация пара и падение давления из-за чего водяная пробка начинает быстро двигаться влево, и происходит гидроудар. Таким образом, в целом, на качественном уровне код воспроизводит ход процесса: продвижение фронта воды, рост гребня волны, образование водяной пробки и гидроудар. Что касается количественного сопоставления, наблюдаются значительные расхождения.

Численное исследование причин такого значительного расхождения выявило, что основной причиной является модель межфазного теплообмена для переходного режима течения. Было установлено, что на стадии трансформации гребня волны в водяную пробку режим течения в районе гребня кратковременно рассматривается кодом, как переходный. Это приводит к мощной интенсификации в этом месте теплоотвода от пара в воду, которая вызывает локальную интенсивную конденсацию пара и падение давления. Поэтому, когда гребень касается «потолка» и превращается в пробку, то слева от пробки уже имеется область пониженного давления. Слева и справа от водяной пробки имеет место расслоение воды и пара, давление всюду одинаковое, кроме небольшой области слева от пробки, в котором оно понижено. В эту область пониженного давления устремляется пар из входной части трубы. Около зоны пониженного давления скорость пара становится настолько большой, что начинает выполняться критерий реализации переходного течения. Это означает, что код трактует двухфазное течение около зоны пониженного давления, как переходное, и межфазный теплообмен описывается теперь двумя слагаемыми, ответственными за стратифицированное и дисперсное течение. В этом месте резко усиливается конденсация пара, вызывающая падение давления – область пониженного давления увеличивается. Далее этот процесс продолжается, в результате чего формируется и распространяется к входному концу трубы своеобразная волна разрежения, движущаяся со скоростью звука в паре. Волна очень быстро достигает входного конца трубы и во всей области слева от водяной пробки устанавливается пониженное давление. Межфазный теплообмен в волне разрежения вычисляется в предположении дисперсного режима, поэтому имеет место интенсивная конденсация пара и глубокое падение давления. Соответственно, перепад давления на водяной пробке в расчетах получается большим. Пробка разгоняется до высоких скоростей и производит гидроудар, величина которого больше, чем в эксперименте.

На основании результатов расчетов WANA можно предположить, что при столк-

новении гребня волны с «потолком» трубы образуется облако капелек, на которых идет интенсивная конденсация пара и падение давления. Из-за этого в образовавшейся после перекрытия трубы паровой области вблизи водяной пробки возникает зона пониженного давления, которая инициирует волну разрежения.

Для улучшения предсказательной способности расчетного кода необходимо построение механистической модели теплогидравлических процессов в изолированной паровой полости. Имеющиеся сейчас модели: а) модель межфазного взаимодействия для стратифицированного течения существенно занижает межфазный теплообмен в этой области и делает невозможным быстрое падение давления, б) интерполяционная модель переходного течения не основана на «физике» протекающих процессов и существенно завышает межфазный теплообмен. Физические процессы, которые должна описывать модель: при соударении гребня волны с верхней стенкой трубы возникает облако взвешенных капелек недогретой воды, на которых идет конденсация пара, вызывающая в этом месте локальное падение давления, которое инициирует подсос пара. Движущейся над поверхностью воды пар захватывает капли воды, что приводит к усилению конденсации и захвату новых капель.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненное численное моделирование кодом WANA показало, что на качественном уровне код описывает процессы возникновения и развития конденсационных гидроударов в слабонаклонной трубе. Однако в количественном отношении в расчетах часто наблюдаются существенные расхождения с экспериментальными данными. Проведенный анализ показал, что главная причина этого - процедура моделирования перехода от стратифицированного течения к дисперсному. Было обнаружено, что применение в этой процедуре интерполяции для вычисления межфазного теплообмена по его значениям в стратифицированном течении и в дисперсном течении приводит к резкой интенсификации конденсации пара, сопровождающейся глубоким падением давления, что существенно искажает численное решение. Описан возможный механизм падения давления перед гидроударом. Показана необходимость построения механистической модели теплогидравлических процессов в изолированной паровой полости для улучшения предсказательной способности расчетного кода. Модель должна описывать возникновение облака взвешенных капелек недогретой воды, на которых идет конденсация пара, вызывающая в этом месте локальное падение давления, которое инициирует подсос пара и дальнейшую интенсификацию процесса конденсации.

ССЫЛКА НА ГРАНТ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках проекта № 19-08-00647.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хрипачев Ю.Б., Чуркин А.Н., Безруков Ю.А., Лисенков Е.А., Селезнев А.В. Аналитический обзор публикаций по экспериментально-расчетному исследованию конденсационных гидроударов в оборудовании легководных ядерных энергетических установок (ЯЭУ). Часть 1 // Тяжелое машиностроение, 2016, № 1-2, с. 27-33.
2. WANA3 Code Manual // Josef Stefan Institute. 2004. Report IJS-DP-8841. Ljubljana, Slovenija.
3. Volkov G.J., Kapustin A.V., Melikhov V.I., Melikhov O.I., Nikonov S.M., Baybakov V.D. Experimental and numerical study of the interaction of subcooled water with saturated steam in a horizontal pipe // Journal of Physics: Conference Series, 2020, Vol. 1652, 012007. DOI: 10.1088/1742-6596/1652/1/012007.

ОБТЕКАНИЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТЬЮ ДИНАМИЧЕСКИ ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ВО ВРЕМЕНИ ПОВЕРХНОСТИ С МАЛЫМИ НЕРОВНОСТЯМИ

Р.К. Гайдуков

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва
e-mail: roma1990@gmail.com

Рассмотрим нестационарную двумерную задачу обтекания несжимаемой вязкой жидкостью полубесконечной пластины с малой локализованной неровностью на ее поверхности y_s , форма которой зависит от времени,

$$y_s = \varepsilon^{4/3} \mu(t, (x - x_0) / \varepsilon), \quad (1)$$

где функция $\mu(t, \xi)$ – гладкая функция, $\mu|_{\xi \rightarrow \pm\infty} = 0$, t – время, x_0 – точка на поверхности в которой сосредоточена неровность, $\varepsilon = \text{Re}^{-1/2}$ – малый параметр (мы рассматриваем достаточно большие числа Рейнольдса Re), см. Рис. 1. Набегающий поток предполагается плоскопараллельным с безразмерными скоростью $u_0 = (1, 0)$ и плотностью $\rho = 1$. Мы не будем углубляться в физические аспекты изменения формы неровности на обтекаемой поверхности, примеров которых огромное множество, а ограничимся лишь предположением, что функция $\mu(t, \xi)$ является заранее заданной.

Для задач такого типа хорошо известны решения с двух- и трехпалубными структурами пограничного слоя в случае постоянной во времени (т.е. для $\mu = \mu(\xi)$) формы обтекаемой поверхности [1-3]. Целью настоящей работы является построение и исследование асимптотического решения с двухпалубной структурой в случае, заданного закон изменения формы обтекаемой поверхности во времени.

Рассматриваемая задача описывается (безразмерной) системой уравнений Навье-Стокса и неразрывности с граничными условиями прилипания к обтекаемой поверхности, условиями согласования с набегающим потоком u_0 и начальным условием U_{in} :

$$\varepsilon^{-2/3} \partial U / \partial t + \langle U, \nabla \rangle U = -\nabla p + \varepsilon^2 \Delta U, \quad \langle \nabla, U \rangle = 0, \quad (2)$$

$$U|_{y=y_s} = 0, U|_{x=0} = u_0, U|_{y \rightarrow \infty} = u_0, U|_{t=0} = U_{in}(x, y), \quad (3)$$

где $U = (u(t, x, y), v(t, x, y))$ – вектор скорости; $p(t, x, y)$ – давление, U_{in} – некоторая гладкая функция (ламинарное течение). Наличие коэффициента $\varepsilon^{-2/3}$ перед производной по времени обусловлено выбранным временным масштабом: в нестационарных многопалубных структурах возникают (помимо известной пространственной разномасштабности) нетривиальные временные масштабы в пограничных слоях [2,3]. Для построения асимптотического решения задачи (1) – (3) использовалась комбинация методов погранслоного разложения и локализации. Справедлива следующая теорема [4].

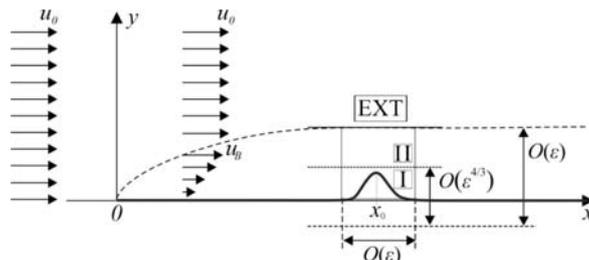


Рис. 1. Геометрия рассматриваемой задачи и двухпалубная структура: I – тонкий пограничный слой, II – классический пограничный слой; EXT – невозмущенное течение.

Теорема. Пусть $x_0 \geq \delta > 0$. Тогда асимптотическое решение задачи (1)–(3) имеет вид: $u = f'(\tau / \sqrt{x}) + \varepsilon^{1/3} u_1^I(t, x, \xi, \theta) + O(\varepsilon^{2/3})$, $v = \varepsilon^{2/3} (v_2^I(t, x, \xi, \theta) + v_2^{II}(t, x, \xi, \tau)) + O(\varepsilon)$,

$p = p_0^{EXT} + \varepsilon^{2/3} p_2^{II}(t, x, \xi, \tau) + O(\varepsilon)$, где $p_0^{EXT} = \text{const}$, погранслойные переменные

$\theta = (y - y_s) / \varepsilon^{4/3}$, $\tau = (y - y_s) / \varepsilon$, $\xi = (x - x_0) / \varepsilon$, $f(\tau / \sqrt{x})$ – функция Блазиуса.

Функции $u_1^I(t, x, \xi, \theta)$ и $v_2^I(t, x, \xi, \theta)$ определяются соотношениями $u_1^I = u_1^* - (\theta + \mu) f''(0) / \sqrt{x_0}$, $v_2^I = v_2^* - v_2^{II}|_{\tau=0}$, где функции $u_1^*(t, \xi, \theta)$ и $v_2^*(t, \xi, \theta)$ являются решением начально-краевой задачи для системы уравнений Прандтля с индуцированным давлением:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1^*}{\partial t} + u_1^* \left(\frac{\partial u_1^*}{\partial \xi} - \frac{\partial \mu}{\partial \xi} \frac{\partial u_1^*}{\partial \theta} \right) + v_2^* \frac{\partial u_1^*}{\partial \theta} + \frac{\partial p_2^{II}}{\partial \xi} \Big|_{\tau=0} - \frac{\partial^2 u_1^*}{\partial \theta^2} &= \frac{\partial \mu}{\partial t} \frac{\partial u_1^*}{\partial \theta}, \quad \frac{\partial v_2^*}{\partial \theta} + \frac{\partial u_1^*}{\partial \xi} - \frac{\partial \mu}{\partial \xi} \frac{\partial u_1^*}{\partial \theta} = 0, \\ u_1^* \Big|_{\theta=0} = 0, \quad v_2^* \Big|_{\theta=0} = 0, \quad \frac{\partial u_1^*}{\partial \theta} \Big|_{\theta \rightarrow \infty} &= \frac{f''(0)}{\sqrt{x_0}}, \quad \frac{\partial u_1^*}{\partial \xi} \Big|_{\theta \rightarrow \infty} = \frac{\partial \mu}{\partial \xi} \frac{f''(0)}{\sqrt{x_0}}, \quad u_1^* \Big|_{\xi \rightarrow \pm \infty} = \theta \frac{f''(0)}{\sqrt{x_0}}, \quad v_2^* \Big|_{\xi \rightarrow \pm \infty} = 0, \\ u_1^* \Big|_{t=0} &= \begin{cases} \frac{f''(0)}{\sqrt{x_0}} (\theta + 0.2\theta\mu), & \theta \leq 5; \\ \frac{f''(0)}{\sqrt{x_0}} (\theta + \mu), & \theta > 5. \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

Функция $v_2^{II}(t, x, \xi, \tau)$ является решением задачи для уравнения типа Рэлея

$$\begin{aligned} \varepsilon^{1/3} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\xi} \Delta_{\xi, \tau} v_2^{II} d\bar{\xi} + f'(\tau / \sqrt{x}) \Delta_{\xi, \tau} v_2^{II} - \frac{f'''(\tau / \sqrt{x})}{x} v_2^{II} &= 0, \quad \Delta_{\xi, \tau} = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}, \\ v_2^{II} \Big|_{\tau=0} = \lim_{\theta \rightarrow \infty} v_2^*, \quad v_2^{II} \Big|_{\tau \rightarrow \infty} = 0, \quad v_2^{II} \Big|_{\xi \rightarrow \pm \infty} = 0, \quad v_2^{II} \Big|_{t=0} = v_2^* \Big|_{\theta \rightarrow \infty} e^{-\tau}, \end{aligned} \quad (5)$$

Давление определяется равенством

$$\frac{\partial p_2^{II}}{\partial \xi} = \varepsilon^{1/3} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\xi} \frac{\partial v_2^{II}}{\partial \tau} d\bar{\xi} + f'(\tau / \sqrt{x}) \frac{\partial v_2^{II}}{\partial \tau} - v_2^{II} \frac{f''(\tau / \sqrt{x})}{\sqrt{x}}, \quad p_2^{II} \Big|_{\xi \rightarrow -\infty} = 0.$$

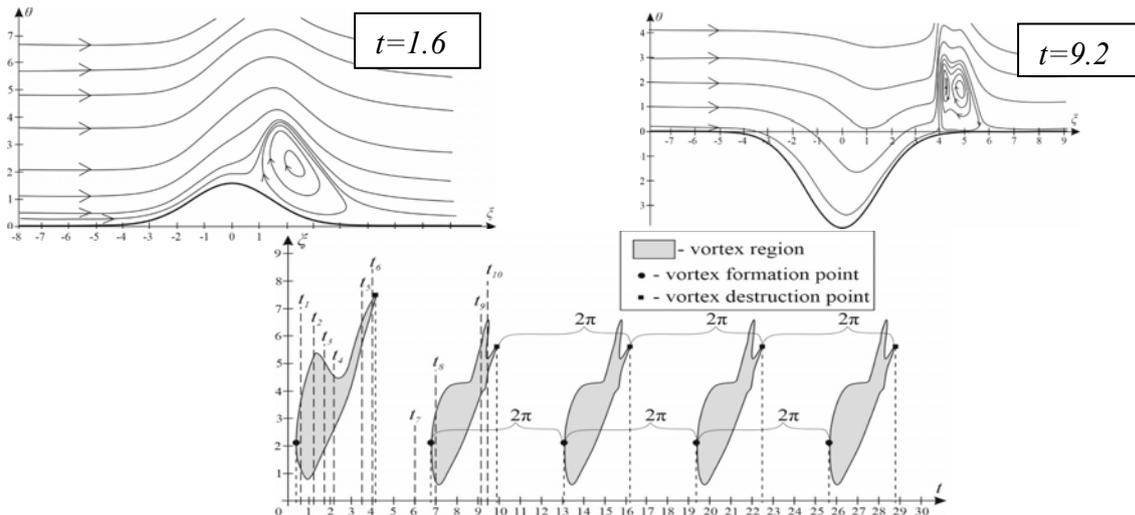


Рис. 2. Течение при осциллирующей амплитуде: образование вихря (вверху слева), движение вихря по потоку и его бифуркация (вверху справа), динамика границ области с вихрями во времени (внизу), см. [4].

Особый интерес представляет исследование течения около обтекаемой поверхности – область I на Рис. 1, течение в которой описывается решением задачи (4). Эту систему можно решать независимо от (5), записав выражение для индуцированного давления в виде $\partial p_2^{\text{II}} / \partial \xi \Big|_{\tau=0} = -(f''(0) / \sqrt{x_0}) v_2^* \Big|_{0 \rightarrow \infty}$, см. [2-4]. Далее, пусть $x_0 = 1$. При проведении численного моделирования для неровности типа горбика рассмотрено два типа изменения формы неровностей: осцилляции амплитуды, $\mu(t, \xi) = 4 \cos(t) \exp(-\xi^2 / 4)$, и движение неровности по и против потока, $\mu(t, \xi) = 5 \exp(-(\xi - Bt)^2 / 4)$, $B = \text{const}$.

В первом случае наблюдалась следующая динамика. Спустя некоторое время после начала моделирования, в потоке образуется вихрь, который при уменьшении амплитуды неровности (т.е. при превращении горбика в ямку) движется по потоку, и затем разрушается и течение становится снова ламинарным. Затем, после того как амплитуда неровности снова достигает своего максимума, описанный выше процесс образования вихря повторяется, но с некоторыми изменениями: наблюдается бифуркация вихря, после чего два вихря вместе движутся по потоку, постепенно исчезая. И далее, этот процесс полностью повторяется, см. Рис. 2.

Во втором типе изменения формы поверхности – при движении горбика по потоку наблюдалось формирование стационарного вихря, который двигался вместе с горбиком, см. Рис. 3, а при движении против потока наблюдалось образование вихревой дорожки, см. Рис. 4.

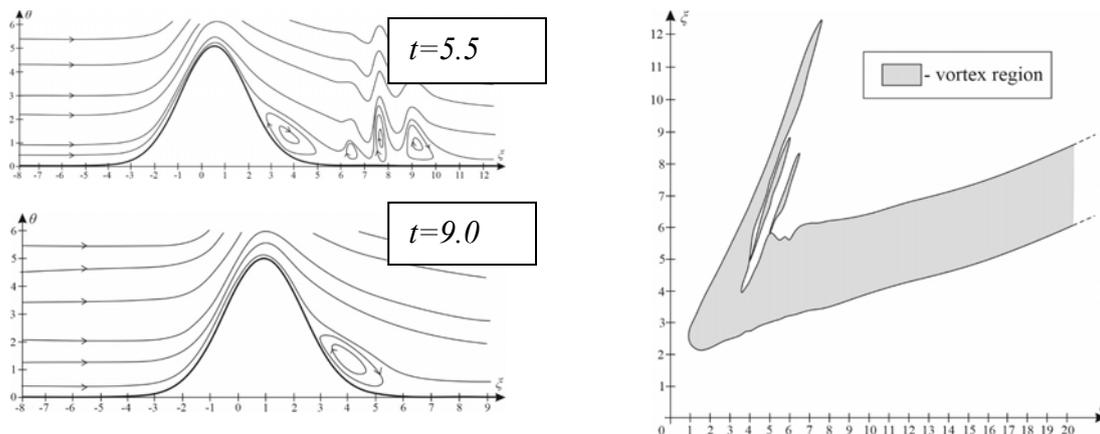


Рис. 3. Течение при движении горбика по потоку, $B = 0.2$: образование стационарного вихря (слева), динамика границ области с вихрями во времени (справа), см. [4].

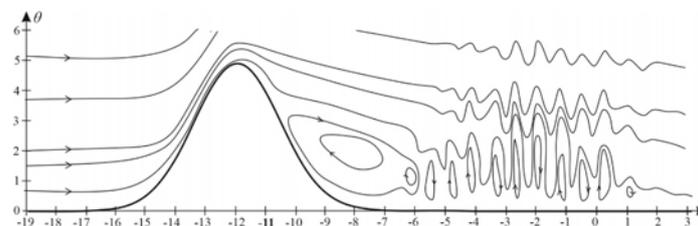


Рис. 4. Вихревая дорожка при движении горбика против потока, $B = -1$, $t = 12$, см [4].

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Исследование осуществлено в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Данилов В. Г., Гайдуков Р. К. Вихревые течения в пограничных слоях вдоль поверхностей с малыми неровностями // Волны и вихри в сложных средах: 5-ая Международная научная школа молодых ученых. Сб. матер. школы. М.: МАКС Пресс, 2014. С. 154-157.
2. Гайдуков Р. К., Данилов В. Г. Многопалубные структуры в задачах обтекания поверхностей с малыми периодическими возмущениями // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сб. трудов в 4 т. Т. 2: Механика жидкости и газа. Уфа: РИЦ БашГУ, 2019. С. 92-94.
3. Gaydukov R.K., Danilov V.G. Equations for velocity oscillations in problems of a fluid flow along a plate with small periodic irregularities on the surface for large Reynolds numbers // Proc. Int. Conf. DAYS on DIFFRACTION 2018. IEEE, 2018. P. 118-123.
4. Gaydukov R.K. Double-deck structure in the fluid flow problem over plate with small irregularities of time-dependent shape // Eur. J. Mech. B. 2021. Vol. 89. P. 401 – 410.



ДВУХПАЛУБНАЯ СТРУКТУРА ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ В ТЕЧЕНИИ ИНДУЦИРОВАННЫМ РАВНОМЕРНО ВРАЩАЮЩИМСЯ ДИСКОМ С МАЛЫМИ ПЕРИОДИЧЕСКИМИ НЕРОВНОСТЯМИ НА ПОВЕРХНОСТИ

Р.К. Гайдуков, А.В. Фонарева

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва

e-mail: roma1990@gmail.com, afonareva@hse.ru

Решения с двухпалубной структурой пограничного слоя получены в различных задачах обтекания поверхностей с малыми неровностями (на стенках трубы, на пластине) [1-2]. Однако одна из классических задач гидродинамики о потоке жидкости, индуцированном равномерно вращающимся диском [3], не рассматривалась широко в литературе для случая поверхности с небольшими шероховатостями. Целью данной работы является исследование этой задачи для случая несжимаемой жидкости с безразмерной плотностью $\rho = 1$ и малых симметричных периодических (быстроосциллирующих) неровностей на поверхности вращающегося (с безразмерной угловой скоростью $\omega = 1$) диска бесконечного радиуса при большом числе Рейнольдса Re (см. Рис. 1).

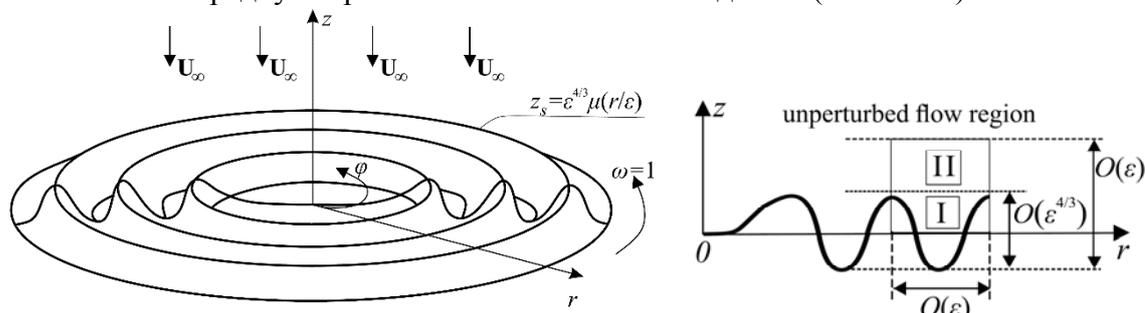


Рис. 1. Вращающийся диск с малыми периодическими неровностями; справа: радиальное сечение с масштабами двухпалубной структуры (II – классический погранслой, I – тонкий погранслой)

Будем считать, что поверхность диска имеет вид

$$z_s = \varepsilon^{4/3} \mu(r, r / \varepsilon), \quad (1)$$

где $\varepsilon = Re^{-1/2}$ – малый параметр, функция $\mu = \mu(r, \xi)$ гладкая, такая, что $\mu(r, \xi) = \mu(r, \xi + 2\pi)$, $\int_0^{2\pi} \mu(r, \xi) d\xi = 0$, а осцилляции гладко начинаются на некотором малом расстоянии от центра диска. Рассматриваемая стационарная задача описывается краевой задачей для системы уравнений Навье-Стокса в цилиндрических координатах:

$$\mathbf{U} \cdot \nabla \mathbf{U} + \begin{pmatrix} -v^2 / r - 2v - r \\ uv / r + 2u \\ 0 \end{pmatrix} = \nabla p + \varepsilon^2 \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{U} - 1 / r^2 \begin{pmatrix} u + 2\partial v / \partial \theta \\ v - 2\partial u / \partial \theta \\ 0 \end{pmatrix} \\ \nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{U} |_{z \rightarrow \infty} = \mathbf{U}_\infty \stackrel{def}{=} (0, 0, -\varepsilon u_\infty), \quad \mathbf{U} |_{z=z_s} = (0, \omega r, 0), \quad (3)$$

где $\mathbf{U} = (v, u, w)$ – вектор скорости, p – давление. Набегающий поток \mathbf{U}_∞ возникает в силу того, что движение жидкости у поверхности в основном радиальное [3], и для удовлетворения уравнения неразрывности должен существовать постоянный поток, значение скорости u_∞ которого определяется в ходе решения задачи.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

Анализ невозмущенной задачи [3] показал, что масштаб пограничного слоя есть $O(\varepsilon)$, что совпадает с масштабом в задаче обтекания пластины [2]. Для построения асимптотического решения задачи (1)-(3) использовалась комбинация методов погранслоного разложения и метода осреднения. Используются следующие обозначения: $\bar{f}(\cdot) = (2\pi)^{-1} \int_0^{2\pi} f(\xi, \cdot) d\xi$ – среднее значение функции; $\tilde{f}(\xi, \cdot) = f(\xi, \cdot) - \bar{f}(\cdot)$ – осциллирующая часть; верхние римские индексы обозначают палубу двухпалубной структуры (см. рис. 1), в которой эта погранслоная функция определена.

Теорема. Пусть $r \geq \delta > 0$. Тогда асимптотическое решение задачи (1)-(3) имеет вид:

$$\begin{aligned} u(r, z) &= \bar{u}_0^\Pi(r, \tau) + \varepsilon^{1/3} \left(u_1^I(r, \xi, \theta) + \mu \frac{\partial \bar{u}_0^\Pi(r, \tau)}{\partial \tau} \right) + O(\varepsilon^{2/3}), \\ v(r, z) &= \bar{v}_0^\Pi(r, \tau) + \varepsilon^{1/3} \left(v_1^I(r, \xi, \theta) + \mu \frac{\partial \bar{v}_0^\Pi(r, \tau)}{\partial \tau} \right) + O(\varepsilon^{2/3}), \\ w(r, z) &= \varepsilon^{2/3} \left(w_2^I(r, \xi, \theta) + \tilde{w}_2^\Pi(r, \xi, \tau) \right) + \varepsilon \left(w_3^I(r, \xi, \theta) + w_3^\Pi(r, \xi, \tau) - u_\infty \right) + O(\varepsilon^{4/3}), \\ p(r, z) &= p_0 + \varepsilon^{2/3} \tilde{p}_2^\Pi(r, \xi, \tau) + O(\varepsilon), \end{aligned}$$

где $\theta = (z - z_s) / \varepsilon^{4/3}$, $\tau = (z - z_s) / \varepsilon$, $\xi = r / \varepsilon$ и $p_0 = \text{const}$. Функции \bar{u}_0^Π , \bar{v}_0^Π и \hat{w}_3 являются решением классической задачи фон Кармана [3-4]

$$\begin{aligned} -\frac{(\bar{v}_0^\Pi)^2}{r} + \hat{w}_3 \frac{\partial \bar{u}_0^\Pi}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 \bar{u}_0^\Pi}{\partial \tau^2} + \bar{u}_0^\Pi \frac{\partial \bar{u}_0^\Pi}{\partial r} &= 0, & \frac{\bar{u}_0^\Pi \bar{v}_0^\Pi}{r} + \hat{w}_3 \frac{\partial \bar{v}_0^\Pi}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 \bar{v}_0^\Pi}{\partial \tau^2} + \bar{u}_0^\Pi \frac{\partial \bar{v}_0^\Pi}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\bar{u}_0^\Pi}{r} + \frac{\partial \bar{u}_0^\Pi}{\partial r} + \frac{\partial \hat{w}_3}{\partial \tau} &= 0, & \bar{u}_0^\Pi |_{\tau=0} &= 0, \quad \bar{v}_0^\Pi |_{\tau=0} = r, \quad \hat{w}_3 |_{\tau=0} = 0, \quad \bar{u}_0^\Pi |_{\tau \rightarrow \infty} = \bar{v}_0^\Pi |_{\tau \rightarrow \infty} \rightarrow 0. \end{aligned}$$

Скорость набегающего потока $u_\infty = -\hat{w}_3 |_{\tau \rightarrow \infty}$. Функции u_1^I , v_1^I , w_2^I определяются из соотношений

$$u_1^* = u_1^I + (\theta + \mu) \frac{\partial \bar{u}_0^\Pi}{\partial \tau} \Big|_{\tau=0}, \quad w_2^* = w_2^I + \tilde{w}_2^\Pi |_{\tau=0}, \quad v_1^* = v_1^I + \theta \frac{\partial \bar{v}_0^\Pi}{\partial \tau} \Big|_{\tau=0},$$

где функции u_1^* , v_1^* , w_2^* являются решениями краевой задачи для системы уравнений Прандтля с индуцированным давлением

$$u_1^* \left(\frac{\partial u_1^*}{\partial \xi} - \frac{\partial u_1^*}{\partial \theta} \frac{\partial \mu}{\partial \xi} \right) + w_2^* \frac{\partial u_1^*}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 u_1^*}{\partial \theta^2} - \frac{\partial \tilde{p}_2^{\text{II}}}{\partial \xi} \Big|_{\tau=0} = 0, \quad u_1^* \left(\frac{\partial v_1^*}{\partial \xi} - \frac{\partial \mu}{\partial \xi} \frac{\partial v_1^*}{\partial \theta} \right) + w_2^* \frac{\partial v_1^*}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 v_1^*}{\partial \theta^2} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial w_2^*}{\partial \theta} + \frac{\partial u_1^*}{\partial \xi} - \frac{\partial u_1^*}{\partial \theta} \frac{\partial \mu}{\partial \xi} = 0,$$

$$u_1^* \Big|_{\theta=0} = w_2^* \Big|_{\theta=0} = 0, \quad v_1^* \Big|_{\theta=0} = -\mu \frac{\partial \bar{v}_0^{\text{II}}}{\partial \tau} \Big|_{\tau=0}, \quad w_2^* \Big|_{\xi} = w_2^* \Big|_{\xi+2\pi}, \quad u_1^* \Big|_{\xi} = u_1^* \Big|_{\xi+2\pi}, \quad v_1^* \Big|_{\xi} = v_1^* \Big|_{\xi+2\pi}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial u_1^*}{\partial \theta} \Big|_{\theta \rightarrow \infty} \rightarrow \frac{\partial \bar{u}_0^{\text{II}}}{\partial \tau} \Big|_{\tau=0}, \quad \frac{\partial u_1^*}{\partial \xi} \Big|_{\theta \rightarrow \infty} \rightarrow \frac{\partial \bar{u}_0^{\text{II}}}{\partial \tau} \Big|_{\tau=0} \frac{\partial \mu}{\partial \xi}, \quad \frac{\partial v_1^*}{\partial \theta} \Big|_{\theta \rightarrow \infty} \rightarrow \frac{\partial \bar{v}_0^{\text{II}}}{\partial \tau} \Big|_{\tau=0}, \quad \frac{\partial w_2^*}{\partial \theta} \Big|_{\theta \rightarrow \infty} \rightarrow 0.$$

Функция \tilde{w}_2^{II} является решением краевой задачи для уравнения типа Рэлея

$$\bar{u}_0^{\text{II}} \left(\frac{\partial^2 \tilde{w}_2^{\text{II}}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \tilde{w}_2^{\text{II}}}{\partial \tau^2} \right) = \tilde{w}_2^{\text{II}} \frac{\partial^2 \bar{u}_0^{\text{II}}}{\partial \tau^2}, \quad \tilde{w}_2^{\text{II}} \Big|_{\tau=0} = \lim_{\theta \rightarrow \infty} \tilde{w}_2^*, \quad \tilde{w}_2^{\text{II}} \Big|_{\tau \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \quad \tilde{w}_2^{\text{II}} \Big|_{\xi} = \tilde{w}_2^{\text{II}} \Big|_{\xi+2\pi},$$

Функция \tilde{p}_2^{II} имеет вид $\tilde{p}_2^{\text{II}} = -\frac{\partial \bar{u}_0^{\text{II}}}{\partial \tau} \int \tilde{w}_2^{\text{II}} d\xi + \bar{u}_0^{\text{II}} \int \frac{\partial \tilde{w}_2^{\text{II}}}{\partial \tau} d\xi.$

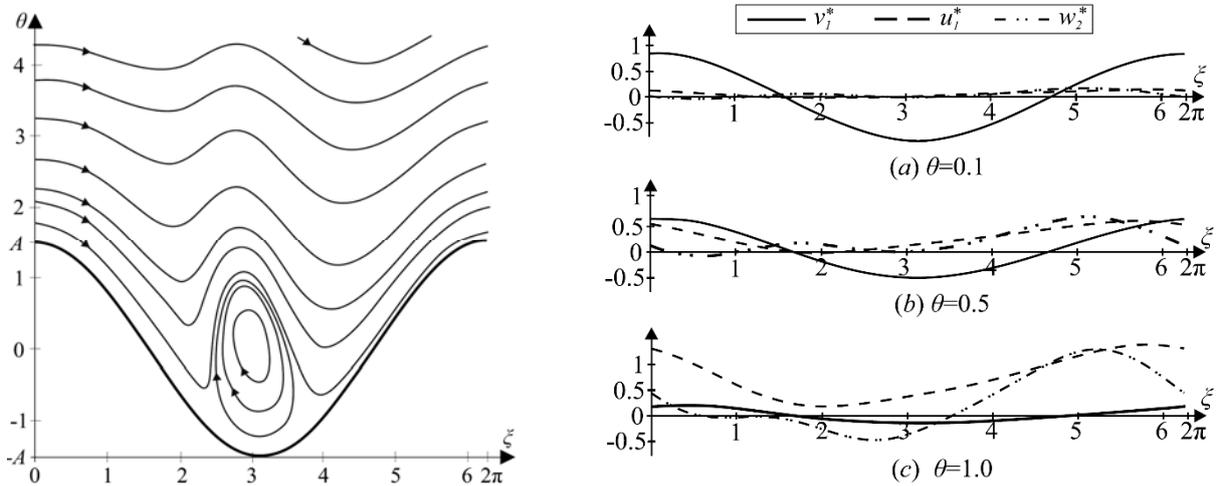


Рис. 2. Слева: пример стационарного вихря ($A=1.5$); справа: функции компонент векторов скорости, зависящие от ξ для различных значений θ

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Течение вблизи поверхности диска описывается задачей (4), (5). Пусть $r = 1$, а неровности имеют вид $\mu(\xi) = A \cos(\xi)$, $A = \text{const}$. В сечении (ξ, θ) задача (4), (5) совпадает с задачей, возникающей в течениях около пластины с неровностями [2] (с точностью до коэффициентов), и качественное поведение течения известно: существует критическое значение амплитуды A^* такое, что если $A < A^*$, то наблюдается стационарное ламинарное обтекание, а если $A > A^*$, то наблюдается ламинарное течение с вихрями, см. Рис. 2. Исследование азимутальной компоненты скорости v_1^* , проведенное в работе, показало, что она имеет влияние в очень тонкой области около поверхности. А именно, на Рис. 2 показаны значения каждой компоненты вектора скорости (как функций от ξ) в зависимости от расстояния (для $\theta = 0.1$, $\theta = 0.5$ и $\theta = 1$) от поверхности диска. Видно, что с удалением от поверхности имеет преобладание компоненты v_1^* уменьшается и становится близким к 0, т. е. эта компонента скорости не дает заметного вклада в пределах небольшого (даже меньшего, чем амплитуда неровностей) расстояния от поверхности диска. Фактически это означает, что постоянное азимутальное

движение только есть только в зоне, очень близкой к поверхности, а в основном преобладает радиальное движение, как и в невозмущенной задаче [3-4].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе построено и численно исследовано асимптотическое решение с двухпалубной структурой пограничного слоя для стационарной задачи о течении, индуцированном равномерно вращающимся диском с малыми периодическими неровностями на его поверхности. Отметим, что подобное решение существует также и в случае локализованных неровностей.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Исследование осуществлено в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ и в рамках проектной группы «Асимптотические методы в задачах моделирования физических процессов» в МИЭМ НИУ ВШЭ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *A.V. Fonareva, R.K. Gaydukov* A Compressible Fluid Flow with Double-Deck Structure Inside an Axially Symmetric Wavy-Wall Pipe // *R. J. of Mathematical Physics*. 2019. С. 334-343.
2. *R. Gaydukov, V. Danilov* Equations for velocity oscillations in problems of a fluid flow along a plate with small periodic irregularities on the surface for large Reynolds numbers // *Proc. Int. Conf. DAYS on DIFFRACTION 2018*. С. 118-123.
3. *Von Kármán T.* Uber laminare und turbulente Reibung // *Z. Angew. Math. Mech.* 1921. Т. 1. С. 233-252.
4. *Левич В. Г.* Физико-химическая гидродинамика. Физматгиз. 1959. С. 699



НОВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕОРИИ СТРУЙ

А.М. Гайфуллин, В.В. Жвик

*Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского
e-mail: amgaiif@mail.ru*

Созданию теории струй несжимаемой жидкости посвящено достаточно много работ. Интересно отметить, что путь построения теории не является гладким, он изобилует ошибочными утверждениями, в том числе и известных гидродинамиков. В докладе приводится решение двух струйных задач.

В первой задаче получена связь дальнего поля скорости с полем скорости в выходном сечении осесимметричной затопленной струи. Представлен обзор теоретических работ по осесимметричным затопленным струям несжимаемой жидкости с расходом через начальное сечение. Примером может служить струя, вытекающая в затопленное пространство из цилиндрической трубы. Здесь существенно, что интеграл потока импульса является законом сохранения для задачи о распространении струи с ненулевым расходом через начальное сечение. Еще одним инвариантом является расход жидкости через любую замкнутую поверхность окружающую источник.

Впервые попытка получить решение уравнений Навье - Стокса для дальнего поля осесимметричной струи с начальным расходом была предпринята Ю.Б. Румером в 1952г [1]. Дальнейшее развитие эта задача получила в работах М. А. Гольдштика, В.Н.Штерна, Н.И. Яворского [2], [3], Л.Г. Лойцянского [4]-[6] и др., в которых кроме решения в дальней области прилагались усилия связать характеристики течения в этой

области с профилем скорости в выходном сечении струи. Для этого необходимо было найти новые неизвестные инварианты струйного течения, которые бы обеспечивали данную связь.

В 2012 г. в работе Р. Нац [7] был получен новый инвариант уравнений пограничного слоя для осесимметричных струй, который, как показали авторы данной работы, и позволяет связать параметры течения в дальней области струи с профилем скорости в начальном сечении [8], [9].

Полученные результаты без труда обобщаются на случай турбулентной струи, поскольку усредненное по времени поле скорости в турбулентной осесимметричной струе в рамках модели турбулентной вязкости описывается теми же уравнениями, что и ламинарная струя.

Во второй задаче рассматривается затопленная ламинарная струя вязкой несжимаемой жидкости, распространяющаяся вдоль твердой плоскости. Хорошо известно решение плоской задачи о затопленной струе, выдуваемой вдоль пластины из бесконечно тонкой щели [10], [11]. В приближении пограничного слоя данное течение является автомодельным. Показатель автомодельности определяется с помощью инварианта струи, размерность которого равна произведению потока импульса на расход.

При этом мало что известно о затопленной струе, которая вытекает из трубки параллельно бесконечной твердой плоскости. В [12] показано, что в рамках параболизированных уравнений Навье – Стокса существует однопараметрический класс автомодельных по продольной координате решений. Для используемых уравнений вычислены локальные законы сохранения массы, импульса и момента импульса. Однако, потоки указанных величин через поперечное сечение пристенной струи не сохраняются, что привело к неверному определению показателя автомодельности в [12].

Решения, в которых показатель автомодельности определяется при помощи интегрального закона сохранения, принято называть интегральными законами первого рода [13]. На сегодняшний день решение для трехмерной пристенной струи следует отнести к автомодельным решениям второго рода, поскольку не установлен интегральный инвариант данной задачи.

Авторами в приближении пограничного слоя получено автомодельное решение для дальнего поля трехмерной пристенной ламинарной струи [14]. Показатель автомодельности определен с помощью численного решения. Установлена связь данного решения с условиями в источнике струи. Получены координатные разложения автомодельного решения при малых и больших значениях радиальной координаты. В главном приближении разложения по малой координате азимутальная скорость отсутствует, а продольная и радиальная компоненты скорости зависят от азимутального угла одинаковым образом. Решение Гамеля для течения в конфузоре является главным членом разложения по большим значениям радиальной координаты.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 19–01–00163.

ЛИТЕРАТУРА

1. Румер Ю. Б. Задача о затопленной струе // Прикладная математика и механика. 1952. Т. 16. № 2. С. 255–256.
2. Гольдштик М.А., Яворский Н.И. О затопленных струях. // ПММ. 1986. Т. 50. № 4. С. 573–583.
3. Гольдштик М. А., Штерн В. Н., Яворский Н. И. Вязкие течения с парадоксальными свойствами. Новосибирск: Наука. Сибирское отделение. 1989. 336 С.
4. Лойцянский Л.Г. Распространение закрученной струи в безграничном пространстве, затопленном той же жидкостью // ПММ. 1953. Т. 17. № 1. С. 3–16.
5. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука. 1978. 736 С.
6. Лойцянский Л.Г. Ламинарный пограничный слой. М.: Физматлит. 1962. 479 С.

7. Naz R. Conservation laws for laminar axisymmetric jet flows with weak swirl // *Applicable Analysis: An International Journal*. 2012. V. 91, N. 5. P. 1045–1052.
8. Гайфуллин А.М., Жвик В.В. Связь дальней асимптотики струи с профилем скорости в отверстии // *Доклады РАН. Физика, технические науки*. 2020. Т. 495. С. 50-53.
9. Гайфуллин А.М., Жвик В.В. Нелокальный закон сохранения в свободной затопленной струе // *ЖВМиМФ*. 2021. Т. 61. № 10. С. 1646-1655.
10. Акатнов Н.И. Распространение плоской ламинарной струи вязкой жидкости вдоль твердой стенки // *Тр. Ленинградского политехнического института*. 1953. № 5. С. 24–31.
11. Glauert M. B. The wall jet // *Journal of Fluid Mechanics*. 1956. Vol. 1. P. 625–643.
12. Krechetnikov R., Lipatov I. Hidden invariances in problems of two-dimensional and three-dimensional wall jets for Newtonian and non-Newtonian fluids // *SIAM Journal on Applied Mathematics*. 2002. Vol. 62. N 6. P. 1837–1855.
13. Баренблатт Г.И. Автомодельные явления – анализ размерностей и скейлинг. Долгопрудный: Издательский дом «Интеллект». 2009. 216 С.
14. Бут И.И., Гайфуллин А.М., Жвик В.В. Дальнее поле трехмерной пристенной ламинарной струи // *Изв. РАН МЖГ*. 2021. № 6. С. 51-61.



ПРОХОЖДЕНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ ЧЕРЕЗ СРЕДУ, СОДЕРЖАЩУЮ ДВИЖУЩИЙСЯ СЛОЙ МНОГОФРАКЦИОННОЙ ЖИДКОСТИ С ПУЗЫРЬКАМИ

Р.Н. Гафиятов

*Институт механики и машиностроения - обособленное структурное подразделение
Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр Российской академии наук»,
г. Казань, Россия, e-mail: gafiyatov@mail.ru*

В настоящее время основы механики и теплофизики пузырьковых жидкостей, а также наиболее существенные результаты по изучению волновых процессов в таких средах представлены в монографиях [1–3]. Работа [4] посвящена описанию основных особенностей двухфазных сред пузырьковой структуры. Представлен обзор работ по распространению волн в жидкостях с пузырьками постоянной массы и работ по волновой динамике жидкостей, содержащих пузырьки пара или растворимого газа. Модель распространения плоских волн давления малой амплитуды в смеси жидкости с пузырьками газа представлена в работе [5]. В [6] исследуется распространение акустических волн в плоском случае в многофракционных пузырьковых жидкостях.

В данной работе на основе методики, изложенной в [7], и зависимости волнового числа от частоты возмущений для пузырьковой жидкости, полученной в [6], исследуется задача о прохождении акустической волны через многослойный объект, содержащий движущийся слой многофракционной жидкости с пузырьками.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрено взаимодействия акустического сигнала со следующей средой: вода – пузырьковая жидкость – вода. Дисперсная фаза состоит из паровоздушных пузырьков, пузырьков углекислого газа с водяным паром и пузырьков гелия разных размеров. Рассчитаны и построены кривые коэффициентов прохождения и отражения акустической волны через исследуемую среду. Исследовано влияние угла падения волны, ширины пузырьковой среды и параметров дисперсной фазы. Установлено, что особые свойства слоя пузырьковой жидкости могут сильно влиять на распространение акустических волн в многослойной среде.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. Ч.1,2. М.: Наука, 1987.
2. *Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р.* Распространение волн в газо- и парожидкостных средах. Новосибирск: ИТФ, 1983. 238 с.
3. *Temkin S.* Suspension Acoustics: An Introduction to the Physics of Suspensions. New York: Cambridge University Press, 2005. 398 p.
4. *Губайдуллин А.А., Ивандаев А.И., Нигматулин Р.И., Хабеев Н.С.* Волны в жидкостях с пузырьками // В сб.: Итоги науки и техники, сер. МЖГ. ВИНТИ. 1982. Т. 17. С. 160–249.
5. *Kerry W. Commander, Andrea Prosperetti.* Linear pressure waves in bubbly liquids: Comparison between theory and experiments // J. of the Acoustical Society of America. 1989. V. 85. № 2. P.732.
6. *Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А., Гафиятов Р.Н.* Акустические волны в многофракционных пузырьковых жидкостях // Теплофизика высоких температур. 2015. Т. 53. № 2. С. 250-255.
7. *Бреховских Л.М., Годин О.А.* Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 416 с.



УДАРНЫЕ ВОЛНЫ С ЧАСТИЧНОЙ И ПОЛНОЙ ДИСПЕРСИЕЙ В ГАЗОКАПЕЛЬНОМ ПОТОКЕ С ИСПАРЯЮЩИМИСЯ КАПЛЯМИ

И.В. Голубкина, А.Н. Осипцов
НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва
e-mail: giv-mm@mail.ru

Исследования ударных волн в газочапельных средах имеют уже значительную историю (см., например, [1-2]), однако ряд фундаментальных вопросов остается малоизученным. К таким вопросам относятся условия существования и структура волн с частичной и полной дисперсией в газочапельных потоках с учетом фазовых переходов на поверхности капель. В литературе имеются лишь отдельные публикации на эту тему [2-3], где отмечены трудности исследования структуры волн с полностью испаряющимися каплями.

В данной работе на основе двухжидкостной и «эффективной» моделей газочапельной среды с равновесно испаряющимися каплями проведено параметрическое исследование условий существования качественно различных по структуре волн уплотнения в таких средах.

Прямая ударная волна в газочапельной среде (фазы перед волной находятся в тепловом и динамическом равновесии), как правило, представляет собой поверхность сильного разрыва параметров газа, за которой следует зона неравновесного по скоростям и температурам фаз течения. В этой зоне происходит испарение капель, поскольку температура газа сразу за скачком уплотнения растет. Зона неравновесного течения заканчивается, когда: а) капли полностью испарятся, т.е. за зоной релаксации течение становится однофазным, или б) выравниваются скорости и температуры фаз, и достигается новое равновесное состояние. Ударная волна вместе с зоной релаксации называется еще «волной с частичной дисперсией». В газочапельных средах возможно также возникновение «волн с полной дисперсией». В такой волне отсутствует газодинамический разрыв, а изменение параметров обеих фаз происходит непрерывно. Такие волны возможны, когда двухфазный поток является эффективно сверхзвуковым, то есть число Маха, посчитанное по параметрам смеси, $Me_f > 1$, а число Маха по параметрам несущей

газовой фазы $M < 1$. Состояния двухфазной среды до волны и далеко вниз по течению описываются уравнениями односкоростной и однотемпературной модели «эффективного газа» с суммарной плотностью и эффективными термодинамическими параметрами смеси [4]. Для двухфазной смеси суммарная плотность и безразмерные эффективные параметры определяются так [4]:

$$\rho_{ef} = \rho(1 + \alpha), \quad \gamma_{ef} = \frac{1 + \alpha\chi}{1 + \alpha\gamma\chi}, \quad M_{ef}^2 = M^2 \frac{(1 + \alpha)(1 + \alpha\gamma\chi)}{1 + \alpha\chi}$$

Здесь α – относительная массовая концентрация капель, γ – показатель адиабаты, χ – отношение теплоемкости вещества капель к теплоемкости газа при постоянном давлении. На масштабе, много большем ширины зоны неравновесного течения, волну с полной и частичной дисперсией можно рассматривать как газодинамический разрыв в «эффективном газе» (в общем случае, с изменением уравнений состояния). Соотношения на разрыве в «эффективном газе» (обобщенные соотношения Рэнкина-Гюгонио) связывают параметры равновесного состояния смеси перед и за волной:

$$\begin{aligned} [(1 + \alpha)\rho V] &= 0 \\ [(1 + \alpha)\rho V^2 + p] &= 0 \\ \left[\frac{V^2}{2} + c_p T - \frac{\alpha}{1 + \alpha} H \right] &= 0 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь квадратные скобки обозначают разность выражений в скобках до и после разрыва; ρ , V , p , T – плотность, скорость, давление, температура газовой фазы, H – скрытая теплота фазовых переходов. Уравнения (1) получены при условии, что испарение происходит равновесно, температура капель не меняется во всей области течения, а все избыточное тепло со стороны газовой фазы расходуется на испарение капель. Соотношения на разрыве в эффективной среде использовались ранее для случая отсутствия испарения в [5].

Если капли полностью испаряются в зоне релаксации, то к соотношениям (1) добавляется условие $\alpha_2 = 0$; если к наступлению нового состояния равновесия капли не успевают полностью испариться, то нужно учитывать условие $T_2 = T_1$. Для замыкания системы (1) следует добавить уравнение состояния $p = \rho R T$. Все параметры за волной, отнесенные к соответствующим параметрам до волны, можно выразить через безразмерные определяющие параметры M , α , γ . В случае полного испарения капель за волной безразмерные параметры газа можно выразить аналитически:

$$\begin{aligned} \rho_2 &= \frac{(1 + \alpha)^2(\gamma + 1)M^2}{1 + (1 + \alpha)\gamma M^2 - \sqrt{D}} \\ p_2 &= 1 + \frac{\gamma}{\gamma + 1} \left((1 + \alpha)M^2 - 1 + \sqrt{D} \right) \\ V_2 &= \frac{1 + (1 + \alpha)\gamma M^2 - \sqrt{D}}{(1 + \alpha)(\gamma + 1)M^2} \end{aligned}$$

$$D = \left((1 + \alpha)M^2 - 1 \right)^2 + 2\alpha(1 + \alpha)(\gamma + 1)M^2 \left(\frac{2}{3aPr} - 1 \right)$$

Здесь Pr – число Прандтля, a – параметр, характеризующий скорость испарения капель: $a = 2c_p T_1 / 3H Pr$.

На рис. 1 изображены найденные в результате расчетов области параметров M , α , соответствующие полному испарению капель (над кривой 2), и режиму, когда капли испаряются частично (закрашенная область под кривой 2), а также область параметров,

при которых реализуется волна с полной дисперсией (между прямой $M=1$ и кривой 1). Видно, что в волне с полной дисперсией в основном не происходит полного испарения капель, за исключением сравнительно узкой области при значениях $\alpha < 0.01$.

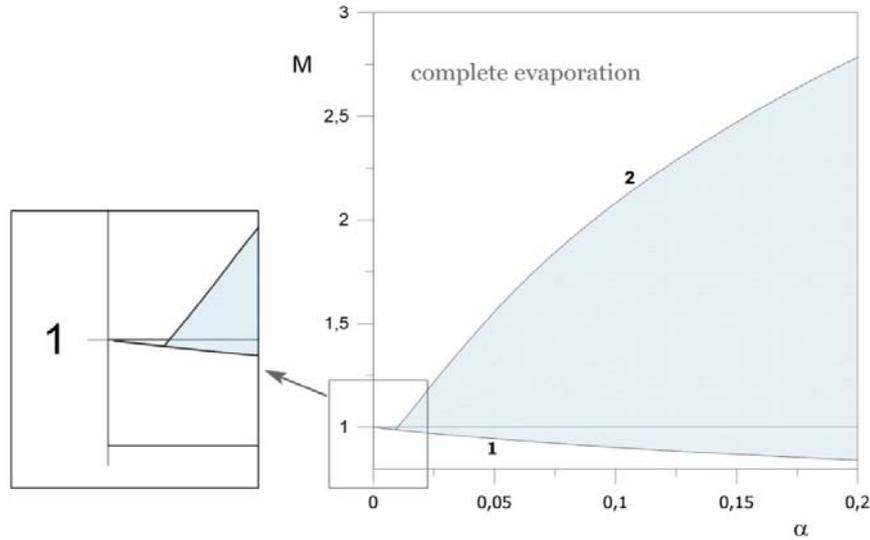


Рис. 1. Области существования волн с полной и частичной дисперсией и режимов с полным и неполным испарением капель за волной ($a=0.1$)

Были проведены также параметрические численные расчеты структуры волн с частичной и полной дисперсией на основе двухжидкостной модели газочапельной среды с фазовыми переходами [4]. Результаты расчетов для набора параметров $M = 2$, $a = 0.1$, $Pr = 0.72$, $\gamma = 1.4$ и двух различных значений массовой концентрации α приведены на рис. 2. Определены качественные особенности распределения параметров фаз в зоне релаксации, например, немонотонный характер распределения температуры несущей фазы, который связан с работой силы межфазного трения в зонах, где велико рассогласование скоростей фаз: на рис. 2(а) виден локальный максимум температуры сразу за поверхностью газодинамического разрыва.

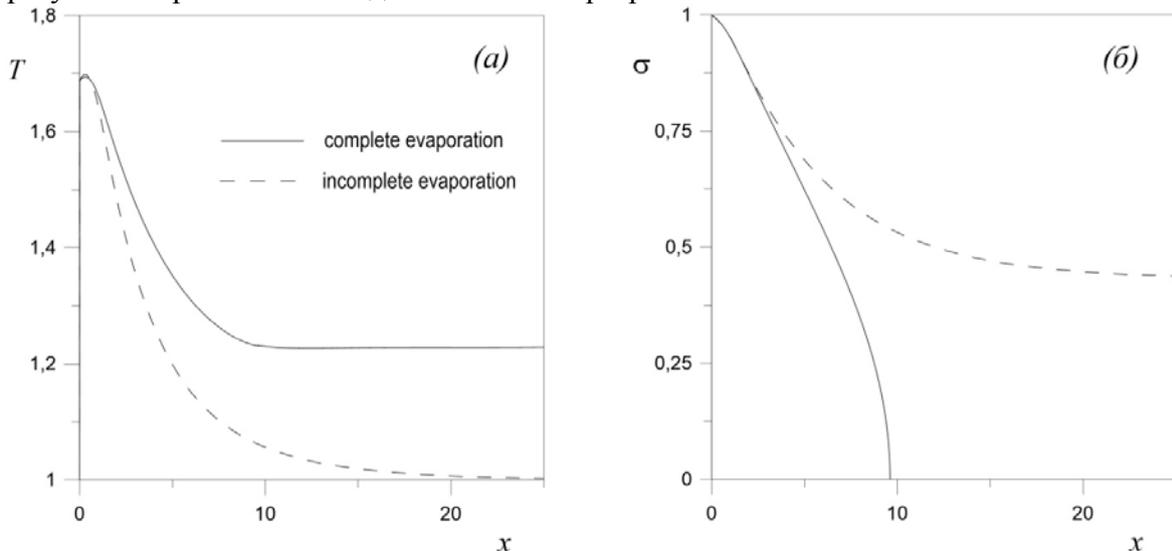


Рис. 2. Структура волны с частичной дисперсией для режимов с полным ($M=2$, $\alpha=0.06$) и неполным ($M=2$, $\alpha=0.1$) испарением капель: а) распределение безразмерной температуры газа, б) изменение безразмерного радиуса капель σ . В качестве характерного масштаба длины взята длина скоростной релаксации по параметрам перед волной.

Исследованы характерные размеры ширины волн с полной и частичной дисперсией в газокапельной среде, установлено, что с увеличением числа Маха ширина волны резко уменьшается.

Работа выполнена за счет средств гранта Российского Научного Фонда (проект №19-19-00234).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ивандаев А.И., Кутушев А.Г., Нигматулин Р.И.* Газовая динамика многофазных сред // Итоги науки и техники, М. ВИНТИ, 1981. Т. 16.
2. *Young J.B., Guha A.* Normal shock-wave structure in two-phase vapor-droplet flow // J. Fluid Mech. 1991. V. 228. P. 243-274.
3. *Guha A.* Structure of partly dispersed normal shock waves in vapor-droplet flows // Phys. Fluids A. 1992. V. 4. No. 7. P. 1566-1578.
4. *Marble F.* Dynamics of dusty gases // Annu. Rev. Fluid Mech. 1970. V. 2. P. 397-446.
5. *Голубкина И.В., Осипцов А.Н.* Взаимодействие скачков уплотнения в запыленном газе и возникновение волн с полной дисперсией // Изв. РАН, МЖГ. 2010. №1, С. 70-83.



ЭФФЕКТИВНАЯ УДАРНАЯ АДИАБАТА КАНАЛА С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ ПРЕПЯТСТВИЯМИ

С.В. Горкунов

*Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва,
e-mail: gorkunov.ser@mail.ru*

Исследуется эволюция ударной волны, распространяющейся в канале содержащего периодически расположенные препятствия прямоугольной формы. Канал имеет прямоугольное сечение и разделен на гладкую и загроможденную секцию как показано на рис. 1. В начальный момент времени по гладкой секции канала распространяется плоская ударная волна. Далее ударная волна переходит в секцию с препятствиями, где формируется сложное нестационарное течение.

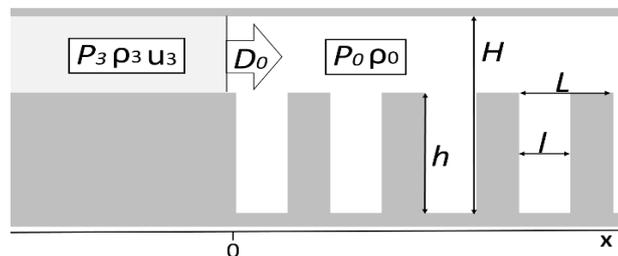


Рис. 1. Схема канала с периодическими препятствиями

Численное моделирование

Движение газа описывается уравнениями:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_x \\ \rho u_y \\ \rho E \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \rho u_x \\ \rho u_x^2 + P \\ \rho u_x u_y \\ (\rho E + P) u_x \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} \rho u_y \\ \rho u_y u_x \\ \rho u_y^2 + P \\ (\rho E + P) u_y \end{bmatrix} = 0, \quad E = \varepsilon + \frac{1}{2} |u|^2, \quad \varepsilon = \frac{P}{\rho(\gamma - 1)}$$

В качестве граничных условий используется отсутствие прилипания газа к стенкам канала. В расчетах показатель адиабаты γ задавался постоянным и равным 1.4.

Моделирование проводилось методом Годунова-Колгана на вычислительном кластере НИЯУ МИФИ. Для верификации программы проведен расчет эксперимента [1]. Полученная в результате расчета картина течения хорошо согласуется с шлиринг изображением.

Был проведен численный расчет с начальными параметрами, показанными в таблице 1.

Таблица 1

P_0 , кПа	u_0 , м/с	ρ_0 , кг/м ³	P_3 , кПа	u_3 , м/с	ρ_3 , кг/м ³	H, м	h, м	L, м	l, м
100	0	1.17	300	299.9	2.47	10	5	4	0.8

На рис. 2 представлено распределение давления в канале. Численное моделирование показало, что в канале сформировалась лидирующая ударная волна. За лидирующей волной имеется узкая зона с быстро изменяющимися параметрами. На удалении от фронта лидирующей волны параметры меняются медленно.

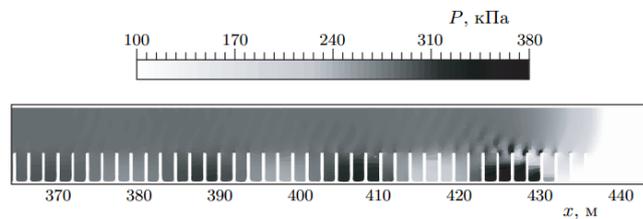


Рис. 2. Распределение давления в момент времени 0.95 с

Сформировавшееся возмущение можно представить в виде волны со структурой [2]. Для такой волны можно записать законы сохранения массы, импульса и энергии [3]. Записанные законы сохранения представляются в виде системы:

$$\begin{aligned} \rho_0 D_0 + \alpha \rho_0 D_0 + u_1 \rho_1 - \rho_1 D_0 - \alpha \rho_2 D_0 &= 0 \\ \rho_1 u_1 D_0 + \alpha u_1 (\rho_2 - \rho_0) D_0 + P_0 - \rho_1 u_1^2 - P_1 &= 0 \\ \frac{(1 + \alpha)(P_1 - P_0)}{\gamma - 1} D_0 - \frac{\rho_1 u_1^2}{2} (u_1 - D_0) - \frac{\gamma P_1 u_1}{\gamma - 1} &= 0 \end{aligned} \quad , \quad \begin{aligned} \rho_2 &= \rho_0 + \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_1}\right) \left(\frac{P_1}{\rho_1 + \frac{(\gamma - 1)u_1^2}{2}}\right) \\ \alpha &= \frac{Lh}{l(H - h)} \end{aligned}$$

Здесь P_1 , u_1 , ρ_1 — среднее давление, скорость и плотность за фронтом лидирующей волны, D_0 — скорость лидирующей ударной волны. Осреднение параметров происходит по объёмам над препятствиями в пределах одного периода. В таблице 2 представлены результаты численного расчета и параметры получения с помощью решения системы (1).

Таблица 2

	u_1 , м/с	D_0 , м/с	ρ_1 , кг/м ³	ρ_2 , кг/м ³
Численный расчет	320.0	475.3	2.34	2.19
Решение системы (1)	314.5	467.7	2.35	2.18

В случаях больших параметров α (сильное загромождение) или низких давлений P_3 значение скорости движения лидирующей ударной волны D_0 , полученное с помощью системы (1) оказывается меньше скорости звука в невозмущенном газе. При этом численный расчет показывает, что в канале не образуется лидирующая ударная волна и

возмущения распространяется с дозвуковой скоростью (см. рис. 3). Таким образом система (1) может позволяет получить критерий для предсказания режима течения в загромождённых каналах.

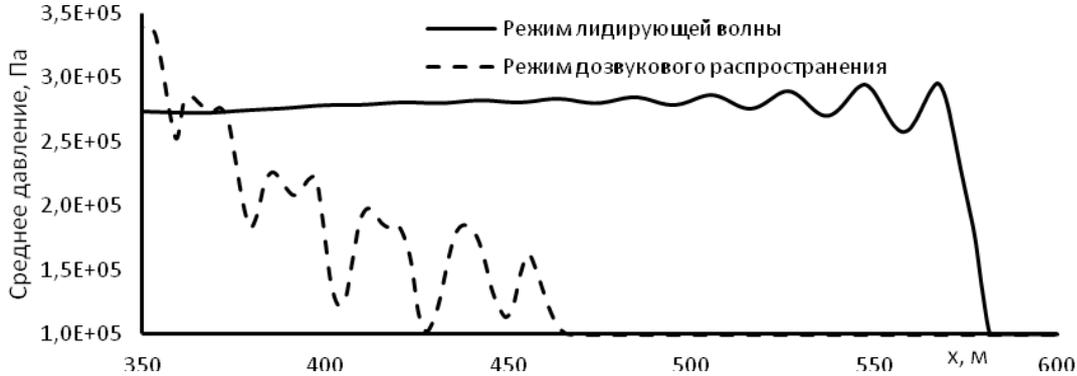


Рис 3 Среднее давление в канале с периодическими препятствиями Задача Римана для распада разрыва давления и плотности в канале с препятствиями

Рассмотрим случай, когда в начальный момент времени газ в канале покоится, но давление и плотность в гладкой секции выше чем в секции с препятствиями. Проведен численный расчет для начальных параметров $P_0 = 100$ кПа, $\rho_0 = 1.17$ кг / м³, $P_3 = 1$ МПа и $\rho_3 = 11.7$ кг / м³, $H = 10$ м, $L = 2$ м, $h = 10$ м и $l = 0.8$ м. Для приближенного аналитического решения задачи можно воспользоваться методом РУ диаграмм используя систему (1) как эффективную ударную адиабату. На рис. 4 представлено сравнение результатов численного расчета и приближенного аналитического решения.

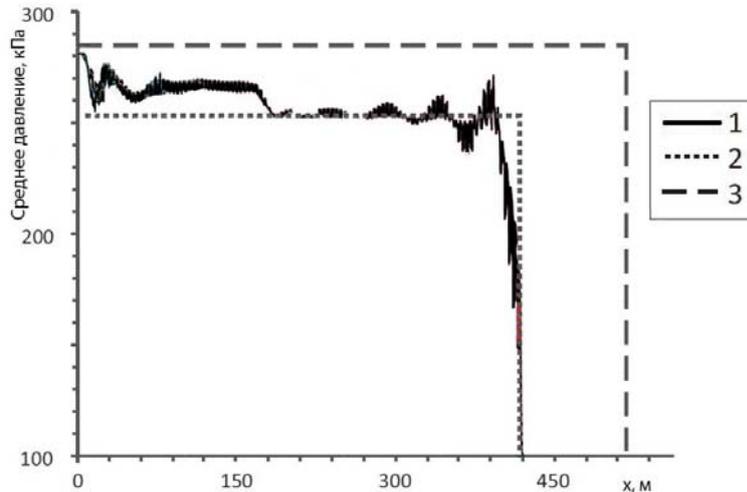


Рис. 4 Распределение среднего давления вдоль канала в момент времени 0.96 с. Линия 1 численное моделирование, 2 - приближенное аналитическое решение, 3 – точное аналитическое решения в случае отсутствия препятствий.

Данные приближенного аналитического решения хорошо согласуются с результатами численного расчета.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (проект государственного задания №0723-2020-0036).

ЛИТЕРАТУРА

1. Chaudhuri A., Hadjadj A., Sadot O., Ben-Dor G. Numerical study of shock-wave mitigation through matrices of solid obstacles// Shock Waves. 2013. V. 23. № 1. P. 91-101.
2. Kulikovskii A.G., Chugainova A.P., Shargatov V.A. Uniqueness of self-similar solutions to the riemann problem for the hopf equation with complex non-linearity // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2016. V. 56. № 7. P. 1335-1362.
3. Шаргатов В.А. Чугайнова А.П., Горкунов С.В., Сумской С.И.. Структура течения за ударной волной в канале с периодически расположенными препятствиями. Труды математического института им. В.А. Стеклова, 2018, т. 300, с. 216–228



**О ВОЗМОЖНОСТИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ
ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ РЕАЛИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ
НЕУСТОЙЧИВОСТИ ВЫСОКИХ АЗИМУТАЛЬНЫХ МОД КАПИЛЛЯРНЫХ
ВОЛН НА СТРУЕ**

А.И. Григорьев, С.О. Ширяева

*Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, г. Ярославль, Россия,
e-mail: shir@uniyar.ac.ru; grigorai@mail.ru*

При экспериментальном исследовании закономерностей электродиспергирования жидких струй [1-3] выяснилось, что первые две азимутальные моды с азимутальными числами m равными 0 и 1 хорошо поддаются изучению. Но при $m \geq 2$ напряженность электростатического поля, необходимая для активации неустойчивости таких мод оказывается слишком высокой, и у поверхности струи зажигается коронный разряд. Феноменологию распада струи на таких модах для некоторых жидкостей удается наблюдать, но лишь качественно: количественные измерения искажаются коронным разрядом. В связи со сказанным электродиспергирование на первых двух азимутальных модах изучено достаточно детально [1-3], но вот для $m \geq 2$ имеется лишь констатация факта, что струи на высоких азимутальных модах распадаются на весьма малые капельки. Возможный путь обхода упомянутого затруднения и обсуждается в данном сообщении.

Полтора столетия назад Релей теоретическим путем вывел критерий электростатической неустойчивости заряженной сферической капли идеальной несжимаемой электропроводной [4].

$$W \equiv \frac{Q^2}{16\pi\sigma R^3} \geq 1; \quad (1)$$

W – безразмерный параметр, характеризующий устойчивость капли по отношению к собственному заряду; Q и R – заряд и радиус капли. Этот критерий неоднократно проверялся, [5-6] и подтвердился с точностью до единиц процентов от искомой величины (из-за несовершенства измерительной техники).

Одновременно велись и исследования неустойчивости незаряженной капли во внешнем однородном электростатическом поле [7] завершившиеся выводом безразмерного критерия Тейлора, который экспериментально установил и численным расчётом что в однородном электростатическом поле напряжённостью E_0 , критерий имеет вид:

$$\frac{E_0^2 R}{\sigma} \geq 2.59.$$

Если это критерий привести к виду (1), он запишется как:

$$w \equiv \frac{E_0^2 R}{16\pi\sigma} \geq 0.05; \quad (2)$$

т.е. окажется примерно в двадцать раз слабее (1). Невольно напрашивается предположение, что такое положение дел должно иметь место и для струй.

Для проверки такого предположения этого следует проанализировать дисперсионные уравнения для азимутальных волн на струе прямого кругового сечения в радиальном электростатическом поле, и для эллиптической струи в однородном электростатическом поле, перпендикулярном оси симметрии невозмущенной струи, и сравнить критические условия потери устойчивости для отдельных азимутальных мод в обоих случаях.

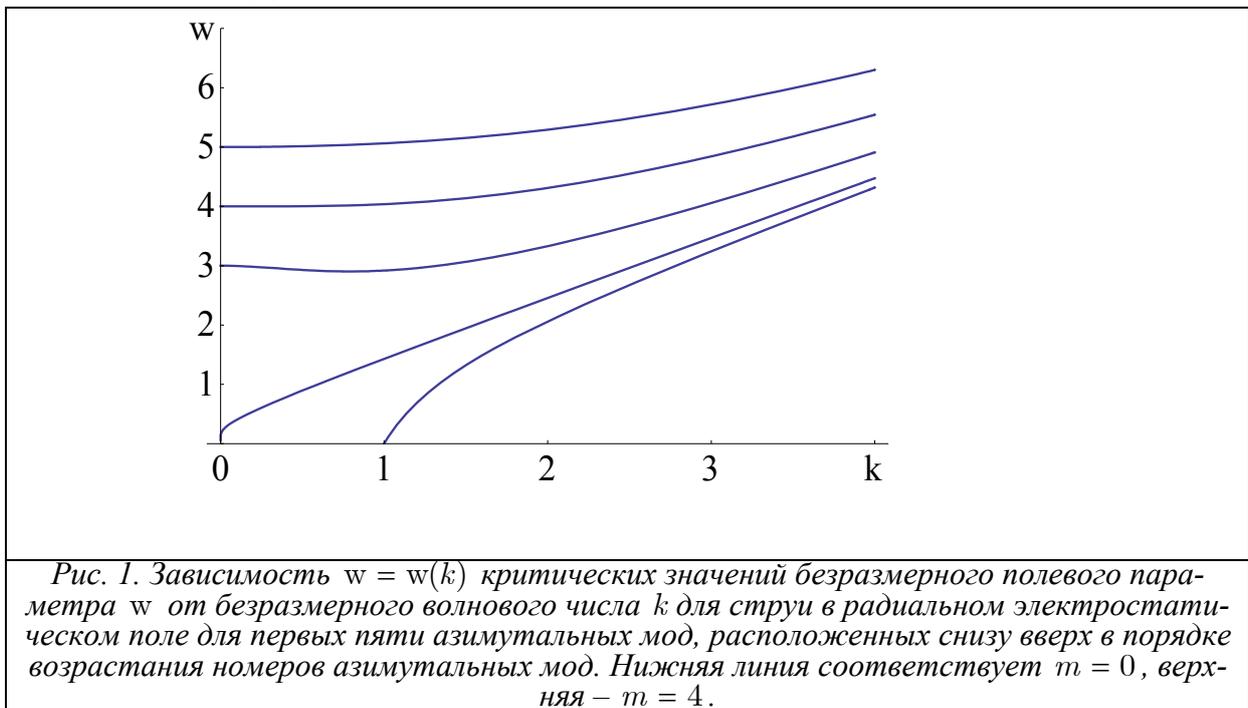
Дисперсионное уравнение для капиллярных волн на поверхности струи прямого кругового сечения несжимаемой электропроводной идеальной жидкости в радиальном электростатическом поле в безразмерных переменных в которых $R = \sigma = \rho = 1$ имеет вид [8]:

$$\omega_{m,k}^2 = \left(k^2 + m^2 - 1 + w(1 + H_m(k)) \right) G_m(k); \quad (3)$$

$$H_m(k) = \frac{k \frac{dK_m(k)}{dk}}{K_m(k)}; \quad G_m(k) = \frac{k \frac{dI_m(k)}{dk}}{I_m(k)}.$$

$\omega_{m,k}$ – частота капиллярных волн; k – волновое число; m – азимутальный параметр; полевой параметр w – определен соотношением (2); R – радиус струи; σ и ρ – коэффициент поверхностного натяжения и массовая плотность жидкости. Неустойчивые решения уравнения (3) появляется, когда квадрат частоты в (3) переходит через ноль, в итоге несложно найти критические аналитические зависимости w от m и k в виде:

$$w = \frac{1 - m^2 - k^2}{H_m(k)}.$$



Соответствующие критические зависимости для пяти первых азимутальных мод: $m = 0; 1; 2; 3; 4$ приведены на рис.1.

Дисперсионное уравнение для капиллярных волн на поверхности струи эллиптического сечения несжимаемой электропроводной идеальной жидкости в однородном электростатическом поле перпендикулярном оси симметрии невозмущенной струи в тех же безразмерных переменных имеет вид [9]:

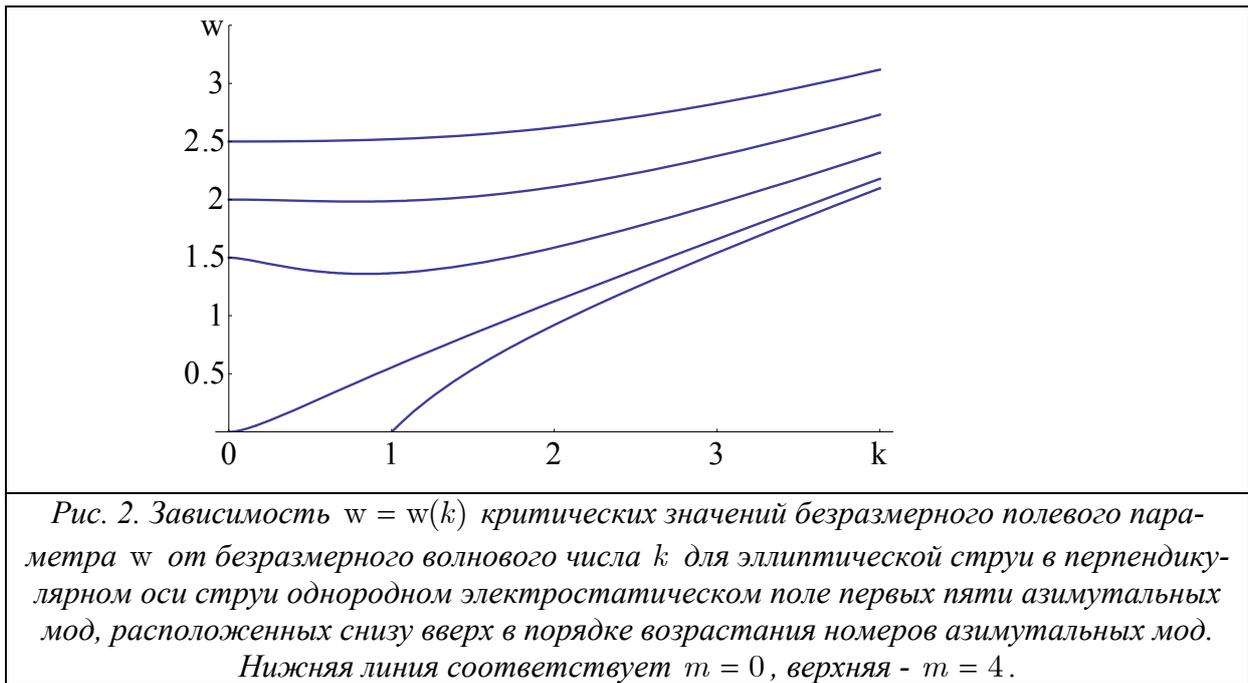
$$\omega_{m,k}^2 = G_m(k)(m^2 + k^2 - 1) + w F_m(k); \quad (4)$$

$$F_m(k) = G_m(k)(H_{m+1}(k) + H_{m-1}(k) + 2).$$

Приравнявая в (4) квадрат частоты нулю, найдем критические аналитические зависимости для первых пяти азимутальных мод эллиптической струи в однородном внешнем электростатическом поле:

$$w = \frac{G_m(k)(1 - m^2 - k^2)}{F_m(k)} \equiv \frac{1 - m^2 - k^2}{H_{m+1}(k) + H_{m-1}(k) + 2}.$$

На рис.2 приведены рассчитанные по этому выражению критические зависимости $w_{cr} = w(k)$ первых пяти азимутальных мод.



Из сравнения рис.1 с рис.2 легко видеть, что критические условия реализации неустойчивости высоких мод струи в радиальном электростатическом поле существенно выше, чем поперечном однородном. Такая же ситуация складывается и с каплей (как было замечено в начале этого сообщения: сильно заряженная капля более устойчива чем незаряженная капля в однородном электростатическом поле). Обнаруженное снижение в полтора раза критической для реализации неустойчивости высоких мод напряженности внешнего электростатического поля, позволяет надеяться на продолжение экспериментального изучения закономерностей реализации неустойчивости высоких азимутальных мод струи переходом в область докритическую по напряженностям в смысле возможности зажигания коронного разряда.

Отмеченное снижение напряженности внешнего поля, при которой становится неустойчивой одна из высоких мод, вполне объяснимо из общефизических соображений. Напряженность электростатического поля на поверхности круглой в сечении струи имеет во всех точках поверхности одинаковую величину, а для струи эллиптического сечения напряженность электростатического поля на вершинах эллипса имеет максимум (достигаемый при меньшей напряженности внешнего поля), где и реализуется неустойчивость.

О наблюдении возбуждения высоких азимутальных мод ($m \geq 2$) капиллярных волн на поверхности струи, выброшенной сильно заряженной каплей, пролетающей область весьма неоднородного электростатического поля, сообщается в [10] (приведена даже фотография струи претерпевающей неустойчивость на высокой азимутальной моде).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Cloupeau M., Prunet Foch B.* Electrostatic spraying of liquids: Main functioning modes // *J. Electrostatics*. 1990. V.25. P.165–184.
2. *Cloupeau M., Prunet Foch B.* Electrohydrodynamic spraying functioning modes: a critical review. *J. Aerosol Sci.* 1994. V.25. №6. P.1021-1035.
3. *Jaworek A., Krupa A.* Classification of the modes of EHD spraying // *J. Aerosol Sci.* 1999. V.30. № 7. P.873–893.
4. *Rayleigh (Strutt J.W.)* On the equilibrium of liquid conducting masses charged with electricity // *Phil. Mag.* 1882. V.14. P.184-186.
5. *Duft D., Achtzehn T., Muller R. et al.* Rayleigh jets from levitated microdroplets // *Nature*. 2003. V.421. N.6919. P.128.
6. *Grimm R.L., Beauchamp J.L.* Dynamics of field-induced droplet ionization: time-resolved studies of distorsion, jetting, and progeny formation from charged and newtral methanol droplet exposed to strong electric fields // *J. Phys. Chem. B*. 2005. V.109. P.8244-8250.
7. *Taylor G.I.* Disintegration of water drops in an electric field // *Proc. Roy. Soc., London*. 1964. V.A280. P.383-397.
8. *Григорьев А.И.* Электростатическая неустойчивость сильно заряженной струи электропроводной жидкости. // *ЖТФ*. 2009. Т.79. Вып.4. С.36-45.
9. *Григорьев А.И., Ширяева С.О.* Устойчивость капиллярных волн произвольной симметрии на струе в перпендикулярном однородном электростатическом поле // *Изв. РАН. МЖГ*. 2021. № 2. С.29–39
10. *Kim O.V., Dunn P.F.* Control production by in-flight electro spraying // *Langmuir*. 2010. V.26. P.15807-15813.



ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ И АКУСТИКИ ГАЗОКАПЕЛЬНЫХ И ПУЗЫРЬКОВЫХ СРЕД

Д.А. Губайдуллин

*Институт механики и машиностроения Федерального исследовательского центра
“Казанский научный центр Российской академии наук”, Казань, Россия
e-mail: gubaidullin@imm.knc.ru*

Рассмотрены особенности волновой динамики линейных и нелинейных возмущений в дисперсных средах. Ранее ряд аспектов по этой теме был изучен в [1-32].

х жидкости с частицами и пузырьками газа. Разработаны математические модели, получены дисперсионные соотношения, изучены высоко- и низкочастотные асимптотики коэффициента затухания, обсуждаются области применимости развитых теорий. Наличие оболочки вокруг пузырька газа существенно влияет на дисперсию и диссипацию волн в пузырьковых жидкостях. Проиллюстрировано хорошее согласие представленных результатов с опубликованными экспериментальными данными других авторов.

Исследовано распространение импульсного возмущения давления в жидкости, содержащей многослойную преграду. Выполнен расчет искажения акустического сигнала при диагностике многослойного образца, содержащего слой жидкости с полидисперсными пузырьками. Основываясь на результатах расчетов отражения акустической волны от слоя конечной толщины, содержащей газовзвесь или пузырьковую жидкость, установлены соотношения между длиной волны и толщиной слоя, при которых коэффициент отражения принимает экстремальные значения. Получено хорошее согласие теоретических и экспериментальных данных.

Теоретически и экспериментально изучены нелинейные колебания газовзвесей и динамика частиц в трубах в ударно- и безударно волновом режиме. Установлена немонотонная зависимость времени осаждения табачного дыма от степени заполнения закрытой трубы при резонансных частотах колебания поршня. Численно исследовано распространение ударных волн в газовзвесах и ударно-волновой разлет газовзвеси в двухкомпонентный газ. Изучено влияние сорта газа на динамику процесса. Представлено хорошее согласие теории и опытных данных.

Исследование выполнено за счет гранта № 20-11-20070 Российского научного фонда.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Губайдуллин Д.А.* Динамика двухфазных парогазокапельных сред. Изд-во Казанского математического общества, 1998. 153 с.
2. *Gubaidullin D.A., Nigmatulin R. I.* On theory of acoustic waves in polydispersed gas-vapor-droplet suspension // Intern. J. Multiphase Flow. 2000. V. 26. № 2. P. 207-228.
3. *Губайдуллин Д.А.* Сферические и цилиндрические волны малой амплитуды в полидисперсных туманах с фазовыми превращениями // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2003. № 5. С. 85-94.
4. *Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А., Уткина Е.А.* Акустические волны в двухфракционных смесях газа с паром, каплями и твердыми частицами разных материалов и размеров при наличии фазовых превращений // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2011. № 1. С. 83-89.
5. *Губайдуллин Д.А., Федоров Ю.А.* Распространение малых возмущений в полидисперсной парогазокапельной смеси с полидисперсными частицами при наличии фазовых превращений // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2012. №5. С.43-51.
6. *Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А., Уткина Е.А.* Влияние фазовых превращений на акустику смеси газа с паром, каплями и твердыми частицами // Теплофизика высоких температур, 2011. Т. 49. № 6. С. 942 - 947.
7. *Губайдуллин Д.А., Тергулова Е.А., Губайдуллина Д.Д.* Распространение акустических волн в многофракционных газовзвесах // Теплофизика высоких температур. 2015. Т.53. №2.
8. *Губайдуллин Д.А., Федоров Ю.А.* Сферические и цилиндрические волны в парогазовых смесях с полидисперсными частицами и каплями // Теплофизика высоких температур. 2012. Т.50. №5. С.659-664.

9. *Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А.* Акустические возмущения в смеси жидкости с пузырьками пара и газа // Теплофизика высоких температур. 2010. Т. 48. № 2. С. 170-175.
10. *Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А., Гафиятов Р.Н.* Акустические волны в двухфракционных пузырьковых жидкостях с фазовыми превращениями // Теплофизика высоких температур. 2012. Т. 50. № 2. С. 269-273.
11. *Нигматулин Р.И., Губайдуллин Д.А., Федоров Ю.В.* Звуковые волны в двухфракционных полидисперсных пузырьковых жидкостях // Доклады Академии Наук. 2012. Т.447. №3. С. 284-287.
12. *Нигматулин Р.И., Губайдуллин Д.А., Федоров Ю.В.* Акустические волны разной геометрии в полидисперсных пузырьковых жидкостях. Теория и эксперимент // Доклады Академии наук, 2013. Т. 450. № 6. С. 665 - 669.
13. *Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А., Гафиятов Р.Н.* Распространение акустических волн в двухфракционных пузырьковых жидкостях с учетом фазовых превращений в каждой из фракций // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2013. № 3. С. 91-98.
14. *Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А. Гафиятов Р.Н.* Акустические волны в многофракционных пузырьковых жидкостях // Теплофизика высоких температур. 2015. Т. 53. №2.
15. *Нигматулин Р.И., Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А.* Динамика импульсных волн в пузырьковых жидкостях. Сравнение теории с экспериментом // Доклады Академии наук, 2014. Т. 456. № 6. С. 662 - 664.
16. *Губайдуллин Д.А., Губайдуллина Д.Д., Федоров Ю.В.* Акустические волны в жидкостях с полидисперсными пузырьками газа. Сравнение теории с экспериментом // Известия РАН. МЖГ, 2013. № 6. С. 81 - 90.
17. *Губайдуллин Д.А., Федоров Ю.В.* Звуковые волны в двухфракционных полидисперсных пузырьковых средах // Прикладная математика и механика, 2013. Т.77. № 5. С. 743 - 753.
18. *Губайдуллин Д.А., Федоров Ю.В.* Звуковые волны в жидкостях с полидисперсными парогазовыми и газовыми пузырьками // Известия РАН. МЖГ. 2015. №1.
19. *Губайдуллин Д.А., Зарипов Р.Г., Галиуллин Р.Г., Галиуллина Э.Р., Ткаченко Л.А.* Экспериментальное исследование коагуляции аэрозоля в трубе вблизи субгармонического резонанса // Теплофизика высоких температур. 2004. Т.42. С.788-795.
20. *Губайдуллин Д.А., Зарипов Р.Г., Ткаченко Л.А.* Экспериментальное исследование коагуляции и осаждения аэрозоля в закрытой трубе в безударно-волновом режиме // Теплофизика высоких температур. 2012. Т.50. №4. С.603-605.
21. *Губайдуллин Д.А., Зарипов Р.Г., Ткаченко Л.А.* Экспериментальное исследование колебаний аэрозоля в трубах в безударно-волновом режиме вблизи резонанса // Доклады Академии наук. 2013. Т. 452. № 2. С. 161 - 164.
22. *Губайдуллин Д.А., Зарипов Р.Г., Ткаченко Л.А.* Резонансные колебания аэрозоля в трубе с диафрагмой в безударно-волновом режиме // Теплофизика высоких температур. 2014. Т.52. №6. С.921–926
23. *Gubaidullin D.A., Ossipov P.P.* Numerical investigation of particle drift in acoustic resonator with periodic shock wave // Applied Mathematics and Computation, 2013. V. 219. P. 4535 - 4544.
24. *Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А., Гафиятов Р.Н.* Акустические волны в многофракционных пузырьковых жидкостях // Теплофизика высоких температур. 2015. Т.53. №2. С.250-255.
25. *Нигматулин Р.И., Губайдуллин Д.А., Тукмаков Д.А.* Ударно-волновой разлет газозвесей // Доклады Академии наук 2016. Т. 466. № 4. С. 418 - 421.

26. Губайдуллин Д.А., Федоров Ю.В. Акустические волны в жидкости с твердыми частицами и пузырьками газа // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2018. № 2. С. 77-83.
27. Губайдуллин Д.А., Федоров Ю.В. Особенности отражения акустических волн от границы или слоя двухфазной среды // Акустический журнал. 2018. Том 64. № 2. С. 162-173.
28. Gubaidullin, D.A., Ossipov, P.P., Abdyushev, A.A. Simulation of aerosol distribution in hyperbolic resonator // Appl. Math. Modelling. 2018. V.62. P.181-193.
29. Gubaidullin D.A., Zaripov R.G., Tkachenko L.A., Shaidullin L.R. Deposition of polydisperse gas suspensions with nonlinear resonance oscillations in a closed tube // J. Acoust. Soc. Am.. 2019. V.145. N.1. P.EL30-EL33.
30. Губайдуллин Д.А., Осипов П.П. Аэрогидродинамика твердой частицы. // М.: Физматлит, 2020. 176 с.
31. Gubaidullin D.A., Ossipov P.P., Abdyushev A.A. Simulation using the limiting velocity approach of acoustic streaming establishment and aerosol particle focusing in complex-shaped acoustofluidic devices // Appl. Math. Modelling, 2021. V. 92. P. 785 - 797.
32. Gubaidullin D.A., Fedorov Yu. V. Acoustics of a viscoelastic medium with encapsulated bubbles // J. of Hydrodynamics, 2021. 33 (1). P. 55-62.



РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПЛОСКИХ, ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ И СФЕРИЧЕСКИХ ВОЛН В МНОГОФРАКЦИОННЫХ ПОЛИДИСПЕРСНЫХ ПАРОГАЗОКАПЕЛЬНЫХ СРЕДАХ

Д.А. Губайдуллин, Р.Р. Зарипов

*Институт механики и машиностроения - обособленное структурное подразделение
Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр Российской академии наук»
e-mail: gubaidullin@imm.knc.ru, rinat_zaripov.imm@mail.ru*

В настоящей работе исследуется распространение плоских, цилиндрических и сферических волн в многофракционных полидисперсных газозвесьях с учетом тепло-массообмена. Рассмотрен случай, когда дисперсная фаза состоит из $M + 1$ полидисперсных фракций, при этом одна фракция (капли) участвует в фазовых переходах, а M фракций (частицы) не участвуют. Отметим, что каждая фракция смеси имеет произвольную функцию распределения включений по размерам N_0^j , $j = 1, M$.

Математическая модель, описывающая распространения плоских, цилиндрических и сферических волн в многофракционных полидисперсных парогАЗОКАПЕЛЬНЫХ средах получена на основе теорий представленных в монографиях [1, 2]. Линеаризованные уравнения сохранения массы для несущей фазы, дисперсных капель и частиц для случая плоских волн имеет вид [3], но с учетом типа волн запишутся в следующем виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho'_1}{\partial t} + \rho_{10} \left(\frac{\partial v'_1}{\partial r} + \theta \frac{v'_1}{r} \right) + \int_{\Delta R_d} N_0^d(R_d) j_d dR_d = 0, \\ \frac{\partial \rho'_V}{\partial t} + \rho_{V0} \left(\frac{\partial v'_1}{\partial r} + \theta \frac{v'_1}{r} \right) + \int_{\Delta R_d} N_0^d(R_d) j_d dR_d = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho'_{2d}}{\partial t} + \int_{\Delta R_d} \left(\frac{\partial v'_{2d}}{\partial r} + \theta \frac{v'_{2d}}{r} \right) N_0^d(R_d) g_0^d(R_d) dR_d - \int_{\Delta R_d} N_0^d(R_d) j_d dR_d = 0,$$

$$\frac{\partial \rho'_{2j}}{\partial t} + \int_{\Delta R_j} \left(\frac{\partial v'_{2j}}{\partial r} + \theta \frac{v'_{2j}}{r} \right) N_0^j(R_j) g_0^j(R_j) dR_j = 0, \quad j = \overline{1, M}.$$

Здесь ρ – плотность, v – скорость, t – время, r – координата, g_0 – масса частицы или капли, j_d – интенсивность фазовых переходов, R – радиус включений, ΔR – диапазон изменения радиуса включений. Нижние индексы: l – относиться к несущей фазе, $2j$ – к дисперсной фазе j -ой фракции с твердыми включениями, d – к дисперсной фазе с жидкими включениями, V – относиться к паровой компоненте несущей фазы, G – относиться к газовой компоненте несущей фазы, штрихи вверху обозначают возмущения параметров. Отметим, что при $\theta = 0$ рассматриваются плоские волны, при $\theta = 1$ – цилиндрические волны и при $\theta = 2$ – сферические волны.

Линеаризованные уравнения сохранения импульса для несущей фазы, дисперсных капель и частиц запишутся в следующем виде [3]

$$\rho_{10} \frac{\partial v'_1}{\partial t} + \frac{\partial p'_1}{\partial r} + \int_{\Delta R_d} f_d N_0^d(R_d) dR_d + \sum_{j=1}^M \int_{\Delta R_j} f_j N_0^j(R_j) dR_j = 0, \quad (2)$$

$$g_0^d(R_d) \frac{\partial v'_{2d}}{\partial t} = f_d, \quad g_0^j(R_j) \frac{\partial v'_{2j}}{\partial t} = f_j, \quad j = \overline{1, M}.$$

Здесь p – давление, f – сила, действующая на частицу или каплю.

Уравнения внутренней энергии для несущей фазы, капель, частиц и их межфазной поверхности запишутся в следующем виде вид [2 - 4]

$$\rho_{10} c_{p1} \frac{\partial T'_1}{\partial t} - \alpha_{10} \frac{\partial p}{\partial t} + \int_{\Delta R_d} N_0^d(R_d) q_{1d} dR_d + \sum_{j=1}^M \int_{\Delta R_j} N_0^j(R_j) q_{1j} dR_j = 0,$$

$$g_0^d(R_d) c_{p2d} \frac{\partial T'_{2d}}{\partial t} = -q_{2d}, \quad g_0^j(R_j) c_{p2j} \frac{\partial T'_{2j}}{\partial t} = -q_{2j}, \quad j = \overline{1, M}, \quad (3)$$

$$q_{1d} + q_{2d} = -j_d l_0, \quad q_{1j} + q_{2j} = 0, \quad j = \overline{1, M}.$$

Здесь c_p – теплоемкость, T – температура, α – объемное содержание, l_0 – удельная теплота парообразования, q – тепловые потоки.

Уравнения состояния пара и газовой смеси запишем аналогично [2]:

$$p'_V = \frac{C_V^2}{\gamma_V \alpha_{10}} \rho'_V + p_{V0} \frac{T'_1}{T_{10}},$$

$$p'_1 = \frac{C_1^2}{\gamma_1 \alpha_{10}} \left(\rho'_1 + \Delta \bar{R} (\rho'_V - k_V \rho'_1) \right) + \frac{p_{10}}{T_{10}} T'_1, \quad \Delta \bar{R} = \frac{R_V - R_G}{k_V R_V + k_G R_G}. \quad (4)$$

Здесь C – скорость звука, k_V – концентрация пара, R – газовая постоянная, γ – показатель адиабаты.

Решая систему уравнений (1) – (4) аналогично [3, 4] получим следующее дисперсионное уравнение

$$\left(\frac{C_1 K_*}{\omega} \right)^2 = V(\omega) D(\omega), \quad (5)$$

$$V(\omega) = 1 + m_d \langle V_0^d \rangle_d + \sum_{j=1}^M m_j \langle V_0^j \rangle_j, \quad D(\omega) = 1 + (\gamma_1 - 1) \frac{m_{2d} D_0^1 + (1 - M_{1d} H_3) t_b}{1 + m_{2d} D_0^2 + (1 - M_{2d} H_3) t_b},$$

$$V_0^d = \frac{1}{1 - i\omega\tau_{vd}^*}, \quad V_0^j = \frac{1}{1 - i\omega\tau_{vj}^*}, \quad j = \overline{1, M},$$

$$D_0^1 = H_2 - k_v \bar{R}_v \gamma_1 (\bar{R}_v \bar{c}_1 H_3 - 2\bar{l}_0 H_1) - M_{1d} (LH_1^2 + H_2 H_3),$$

$$D_0^2 = H_2 - BH_3 - M_{2d} (LH_1^2 + H_2 H_3), \quad M_{1d} = \bar{c}_1 m_{2d} \bar{R}_v (\gamma_1 - 1 + \bar{R}_v k_v),$$

$$B = \bar{R}_v (1 - \bar{R}_v k_v), \quad H_i = \langle h_i \rangle_d, \quad i = 1, 2, 3, \quad h_1 = eZ, \quad h_2 = (e_{1d} - Le)Z, \quad h_3 = e(1 - e_{1d} t_{ed})Z,$$

$$Z = \left[1 - t_{ed} (e_{1d} - eL) \right]^{-1}, \quad e_{1d} = \frac{c_{p2d}}{m_d^0 c_{p1}} \left[1 - i\omega\tau_{T2d}^* \right]^{-1}, \quad e = \left[i\omega (\tau_{\beta d} + \tau_{k1d}^*) \right]^{-1},$$

$$t_{ed} = m_d m_d^0 \tau_{T1d}^* i\omega, \quad t_b = \sum_{j=1}^M m_{2j} \left\langle e_{1j} (1 - e_{1j} t_{ej})^{-1} \right\rangle_j, \quad L = \gamma_1 (\gamma_1 - 1) k_v \bar{l}_0^2, \quad \bar{l}_0 = \frac{l_0}{C_1^2},$$

$$\langle h \rangle_j = \frac{1}{\rho_{20}^j} \int_{\Delta R_j} N_0^j(R_j) g_0^j(R_j) h_j dR_j, \quad m_{2d} = m_d m_d^0, \quad m_d = \frac{\rho_{2d}}{\rho_1}, \quad m_d^0 = \frac{\rho_1}{\rho_{2d}}, \quad m_j = \frac{\rho_{2j}}{\rho_1}, \quad j = \overline{1, M}.$$

Здесь i - мнимая единица, ω - частота возмущения, m_d , m_j - относительные массовые содержания капель и твердых частиц j -ой фракции, τ_v^* , τ_{Tj}^* - комплексное время релаксации скоростей и температур фаз соответственно [1], $\tau_{\beta d}$ - характерное время выравнивания парциальных давлений пара на межфазной поверхности [1], τ_{k1d}^* - комплексное время релаксации парциального давления пара [1].

Полученное дисперсионное соотношение (5) не зависит от параметра θ и описывает распространение плоских, цилиндрических и сферических волн в многофракционных полидисперсных парогазокапельных средах.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №20-11-20070).

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч.1. 464 с.
2. Губайдуллин Д.А. Динамика двухфазных парогазокапельных сред. Казань: Изд-во Казанского математического общества, 1998. 153 с.
3. Губайдуллин Д.А., Зарипов Р.Р. Влияние фазовых переходов на распространение акустических волн в многофракционных газозвесьях с полидисперсными включениями // ТВТ. 2021. Т. 59, № 1. С. 133–139.
4. Губайдуллин Д.А., Федоров Ю.В. Сферические и цилиндрические волны в парогазовых смесях с полидисперсными частицами и каплями // ТВТ. 2012. Т. 50. № 5. С. 659.



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ КОЛЛАПСА ЦЕПОЧКИ ПЯТЕН ТУРБУЛЕНТНОСТИ В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

В.А. Гущин, И.А. Смирнова

Институт автоматизации проектирования РАН, Москва

e-mail: gushchin47@mail.ru

Изучаем плоские пятна турбулентности в океане, возникающие при взаимодействии внутренних волн [1]. Получено численное решение задачи изучения динамики стратифицированной жидкости при коллапсе (схлопывании по вертикали) горизонтальной цепочки пятен с учетом диффузии стратифицирующего компонента – соли. Под действием гидродинамических сил эта цепочка превращается в горизонтальную полосу шириной $\pi/2$, если начальный радиус пятна равен 1.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается плоская нестационарная задача о течении, возникающем при коллапсе области однородной жидкости A , окруженной устойчиво и непрерывно стратифицированной по плотности (по линейному закону) жидкостью. Течение развивается в однородном поле силы тяжести с ускорением свободного падения g . Математическая модель динамики блинообразного пятна турбулентности в стратифицированной жидкости основана на уравнениях Навье-Стокса в приближении Буссинеска.

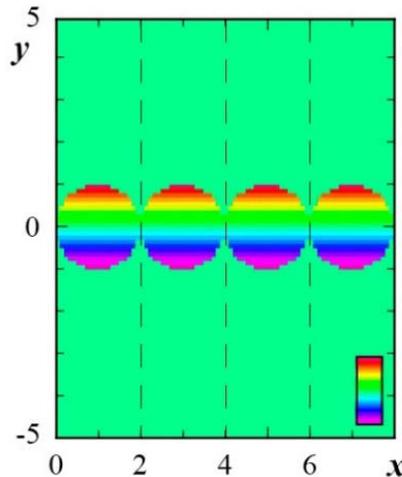


Рис. 1. Начальное поле возмущения солености.

Система уравнений, начальные и граничные условия в безразмерных переменных имеют вид:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} &= -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{v} + \frac{1}{Fr} s \frac{\mathbf{g}}{g}, \\
 \frac{\partial s}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) s &= \frac{1}{Sc \cdot Re} \Delta s + \frac{\nu}{C}, \\
 \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0, \\
 u = v = 0, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2, t=0 & \\
 s = \begin{cases} \frac{y}{C}, & (x, y) \in A \\ 0, & (x, y) \in \mathbf{R}^2 \setminus A \end{cases}, t=0 &
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\rho = 1, \quad (x, y) \in \mathbf{A}, t=0$$

$$\rho = 1 - \frac{y}{C} + s, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2 / \mathbf{A}, t=0$$

где $Re = \rho_0 R_0^2 N / \mu$ – число Рейнольдса, $Fr = R_0 N^2 / g$ – число Фруда, $Sc = \mu / \rho_0 k_s$ – число Шмидта, k_s – коэффициент диффузии соли, μ – коэффициент динамической вязкости, $C = \Lambda / R_0$ – отношение масштабов, $N = \sqrt{g / \Lambda}$ – частота плавучести, $T_b = 2\pi / N$ – период плавучести, R_0 – начальный радиус пятна. Решение задачи будем искать в прямоугольной области. На левой и правой границах области заданы условия периодичности течения. На верхней границе задано условие твердой крышки. На нижней границе области задано состояние покоя.

МЕТОД РАСЩЕПЛЕНИЯ ПО ФИЗИЧЕСКИМ ФАКТОРАМ (МЕРАНЖ). КОНЕЧНО-РАЗНОСТНАЯ СХЕМА

Для решения поставленной задачи использована последняя версия Метода Расщепления по физическим факторам для исследования течений Несжимаемой Жидкости (МЕРАНЖ). Конечно-разностная схема имеет второй порядок аппроксимации по пространственным переменным, минимальную схемную вязкость и дисперсию, монотонность. Схема применима в широком диапазоне чисел Рейнольдса и Фруда [2-3]. Используется равномерная сетка ячеек.

Конечно-разностная схема определения неизвестных функций в момент времени $t_{n+1} = (n+1) \cdot \tau$ имеет вид:

$$\frac{\tilde{\mathbf{v}} - \mathbf{v}^n}{\tau} = -(\mathbf{v}^n \cdot \nabla) \mathbf{v}^n + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{v}^n + \frac{1}{Fr} s^n \frac{\mathbf{g}}{g}, \quad (2)$$

$$\tau \Delta p = \nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}, \quad (3)$$

$$\frac{\mathbf{v}^{n+1} - \tilde{\mathbf{v}}}{\tau} = -\nabla p, \quad (4)$$

$$\frac{s^{n+1} - s^n}{\tau} = -(\mathbf{v}^{n+1} \cdot \nabla) s^n + \frac{1}{Sc \cdot Re} \Delta s^n + \frac{v^{n+1}}{C}. \quad (5)$$

По начальным данным рассчитывается возмущение солёности s^0 . Далее на каждом временном шаге выполняется четыре этапа. На этапе I решается уравнение (2) в предположении, что передача импульса осуществляется только за счет конвекции, диффузии и сил плавучести. На этапе II методом верхней релаксации решается уравнение Пуассона (3) в силу солёноидальности вектора скорости, где $\tilde{\mathbf{v}}$ – рассчитанное на этапе I промежуточное поле скорости. На этапе III решается уравнение (4) в предположении, что передача импульса происходит только за счет градиента давления. На этапе IV находим возмущение солёности s^{n+1} из уравнения (5).

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

Проведено численное исследование динамики цепочки пятен турбулентности в стратифицированной вязкой жидкости с целью выявления закономерностей процесса. Расчеты выполнены в прямоугольной области расчета $0 < x < 2$, $-5 < y < 5$, которая покрыта прямоугольной расчетной сеткой размером 100×500 с шагом расчета $h = 0.02$. В начальный момент времени пятно турбулентности круглой формы радиуса $R_0 = 1$. Пятна расположены в цепочку вдоль горизонтальной оси и прилегают одно к другому.

На левой границе $x = 0$ и правой границе $x = 2$ расчетной области ставятся условия периодичности. На верхней границе ставятся условия твердой крышки. На нижней границе среда находится в состоянии покоя. Заданы коэффициенты и параметры: $\mu / \rho_0 = 0.01 \text{ см}^2/\text{с}$, $k_s = 1.4110^{-5} \text{ см}^2/\text{с}$, $T_b = 2\pi \text{ с}$, $\Lambda = 10 \text{ см}$, $Sc = 709.2$.

В начальный момент времени $t = 0$ возмущение солёности внутри круглых пятен турбулентности распределено горизонтальными слоями. Под влиянием поля силы тяжести с течением времени состояние цепочки пятен изменяется. Динамика коллапса цепочки пятен турбулентности делится на три стадии. На первой стадии пятно сплющивается и приобретает форму выгнутой полосы, при этом слои возмущения солёности не перемешиваются, а только выгибаются. (рис.2, а).

На второй стадии выгнутая полоса турбулентности совершает колебательные движения, сначала колебания увеличиваются, но со временем колебания уменьшаются (рис.2, b-c). На третьей стадии полоса становится горизонтальной, одинаковой ширины по всей длине (рис.2, d). Цепочка круглых пятен преобразуется в полосу шириной $\pi/2$ для пятна начального радиуса $R_0 = 1$.

Теперь рассмотрим функцию тока в качестве характеристики динамики цепочки пятен турбулентности. Заметное развитие движения видно уже при $t = 0.1$ (рис. 2, e). Далее наблюдается постепенное распространение динамики в периферийную область вплоть до границы расчетной области (рис. 2, f).

При $t = 60$ движение достигает максимальной интенсивности (рис. 2, g). Затем колебания начинают затухать. Поле функции тока возвращается в состояние покоя.

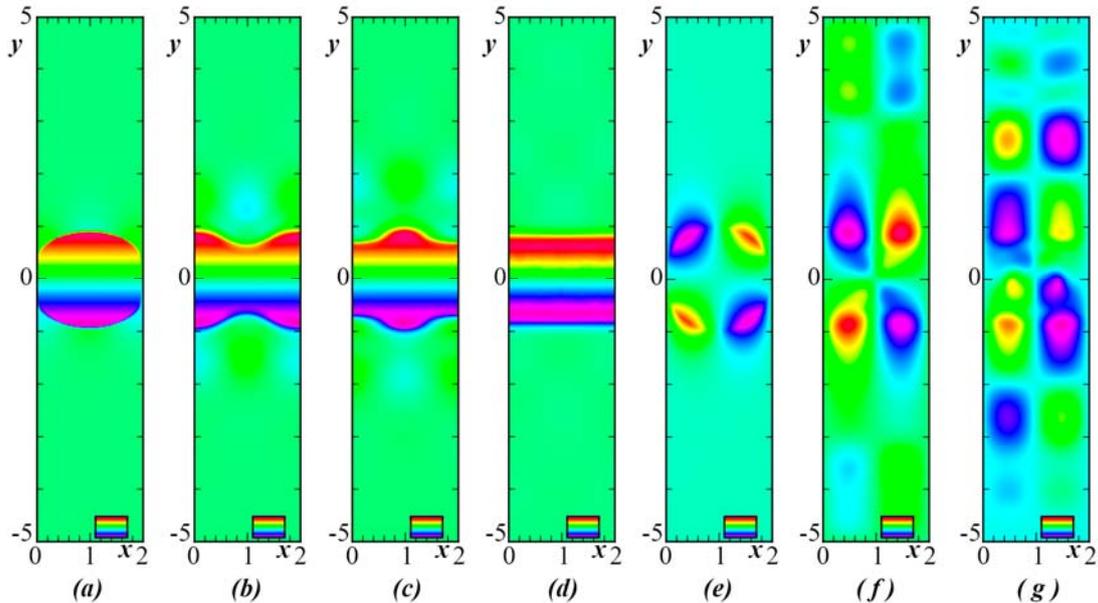


Рис. 2. Поле возмущения солёности. а) $t=1$, б) $t=8$, в) $t=11$, д) $t=80$;
Поле функции тока. е) $t=0.1$, ф) $t=40$, г) $t=60$.

Проведены тестовые и методические расчеты по изучению динамики цепочки пятен в стратифицированной жидкости. Цепочка круглых пятен под действием гравитации преобразуется в полосу шириной $\pi/2$ для пятна начального радиуса $R_0 = 1$. Затухание возмущения солёности и установление среды занимает более продолжительное время, чем существенная динамика цепочки пятен.

Функция тока показывает момент установления течения, помогает определить область возмущения и интенсивность динамики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Тернер. Эффекты плавучести в жидкостях. М.: Мир, 1977, 432С.
2. В. А. Гуцин Об одном семействе квазимоноотонных конечно-разностных схем второго порядка аппроксимации // Журнал Математическое моделирование, 2016, Т.

2. № 2, С. 6-18.
3. В. А. Гуцин, И. А. Смирнова. Математическое моделирование динамики пятен в стратифицированной среде // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2020, Т. 60, № 5, С. 900-916.



РАСЧЕТ КОДОМ OPENFOAM ПЕРЕМЕШИВАНИЯ ЖИДКОСТИ В ТРОЙНИКОВОМ СОЕДИНЕНИИ

Н.У. Джафари, В.И. Мелихов, О.И. Мелихов
Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва
e-mail: najmehjafari.m.sc@gmail.com

Исследование смешения двух потоков жидкости с различными температурами в тройниковом соединении является сложной теплофизической проблемой и представляет большой практический и теоретический интерес. Для тройникового соединения трубопроводов со смешением потоков характерны процессы турбулентного перемешивания и вихреобразования, сопровождающиеся пульсациями давления, температуры и скорости. Вследствие этого на стенке тройникового соединения возникают циклические термические напряжения, которые могут стать причиной появления трещин в стенках трубопроводов. Температурная неоднородность поверхности трубопроводов является одной из основных причин повреждения энергетического оборудования. Расчет температурных полей – важная задача с точки зрения обеспечения безопасности энергетического оборудования. В [1] на основе экспериментальных данных, полученных в лаборатории Vattenfall (Швеция), сформулирована стандартная проблема (benchmark) по перемешиванию для анализа возможностей современных CFD кодов. Результаты анализа этой стандартной проблемы с помощью некоторых кодов приведены в [2, 3].

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Экспериментальная установка состояла из основной горизонтальной трубы внутренним диаметром 140 мм, по которой текла холодная вода комнатной температуры (19 С), и вертикального патрубка внутренним диаметром 100 мм, через который подавалась горячая вода (36 С). Расходы холодной и горячей воды составляли 9 л/с и 6 л/с, соответственно. Вертикальный патрубок через тройниковое соединение подключался к середине основной трубы. Длина основной трубы до входа в тройник составляла более 80 диаметров трубы, поэтому поток холодной воды на входе в тройник являлся полностью развитым. Длина вертикальной трубы составляла около 20 диаметров, поток горячей воды в этом случае не успевал полностью развиться. После тройника в нескольких сечениях основной трубы на её боковых стенках были установлены термомпары, позволяющие фиксировать процесс смешения горячей и холодной воды. Для определения профилей скорости в различных сечениях трубы используются методы лазерной доплеровской анмометрии (LDV) и измерения скорости по образу частицы (PIV). Модель тройникового соединения схематично показана на рис. 1.

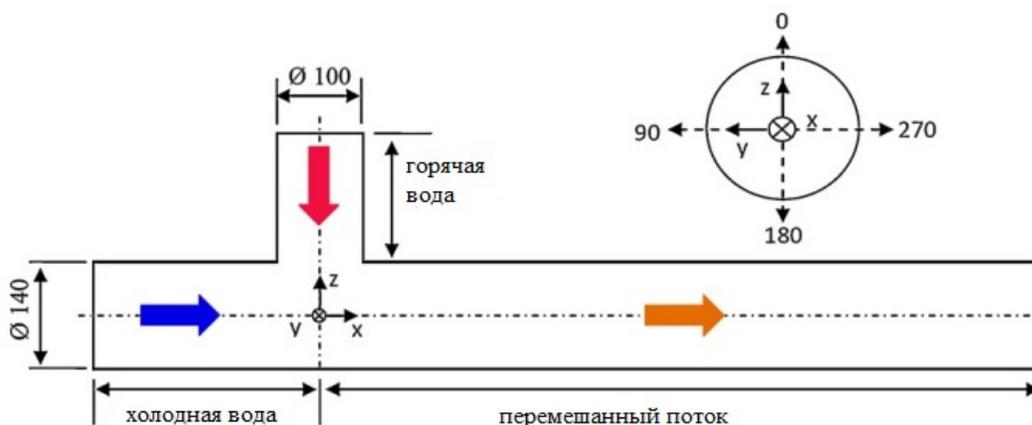


Рис. 1. Модель тройникового соединения.

Все экспериментальные данные, далее представленные в этой работе являются собственностью шведской лаборатории (Vattenfall Research and Development Laboratory) и используются с её разрешения.

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ КОДОМ OPENFOAM

В данной работе для моделирования описанной выше стандартной проблемы использовался код OpenFOAM, представляющий собой открытую интегрированную платформу для численного моделирования задач механики сплошных сред [4, 5]. Была создана расчетная сетка, состоящая из примерно 450000 узлов, для описания турбулентности использовалась k-eps модель. Для моделирования турбулентного течения несжимаемой неравномерно нагретой жидкости применялся солвер buoyantBoussinesqPimpleFoam.

Общая картина распределения скорости и температуры в центральном поперечном сечении экспериментальной установки показана на рис.2.

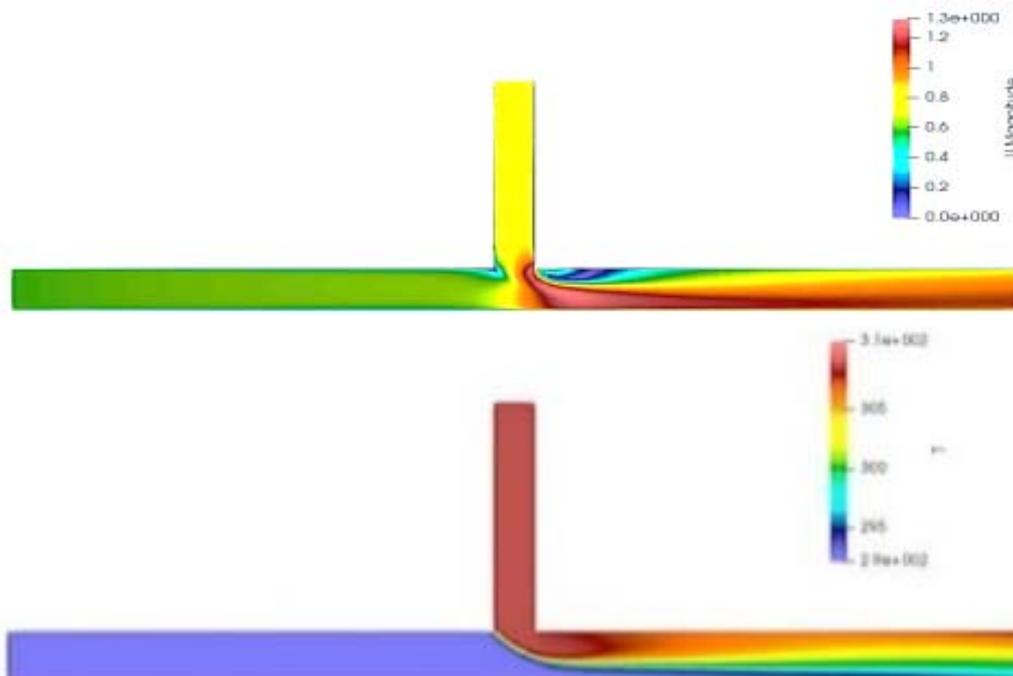


Рис. 2. Распределения скорости (верх) и температуры (низ).

Сопоставления изменения относительной температуры $T = (T - T_{\text{хол}}) / (T_{\text{гор}} - T_{\text{хол}})$ в трубе после тройника вдоль верхней ($\theta = 0^\circ$) и нижней ($\theta = 180^\circ$) образующих показаны на рис.3. Направление отсчета угловой координаты показано на рис.1.

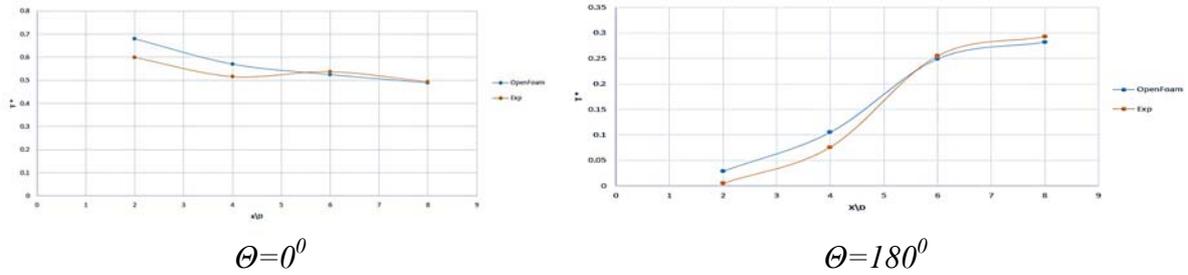


Рис. 3. Относительная температура вдоль оси трубы смешения

Сравнение профилей скорости на относительном расстоянии $x/D=3,6$ для горизонтального сечения ($z=0$) и вертикального сечения ($y=0$) показано на рис. 4. Хорошо видно, что в вертикальном сечении распределение скорости неравномерно из-за влияния силы тяжести. На рис.5 приведены полученные в расчете поля температуры и скорости в поперечном сечении трубы при $x/D=3,6$, свидетельствующие о неравномерном распределении температуры и образующимся вследствие этого неравномерным полем скорости.

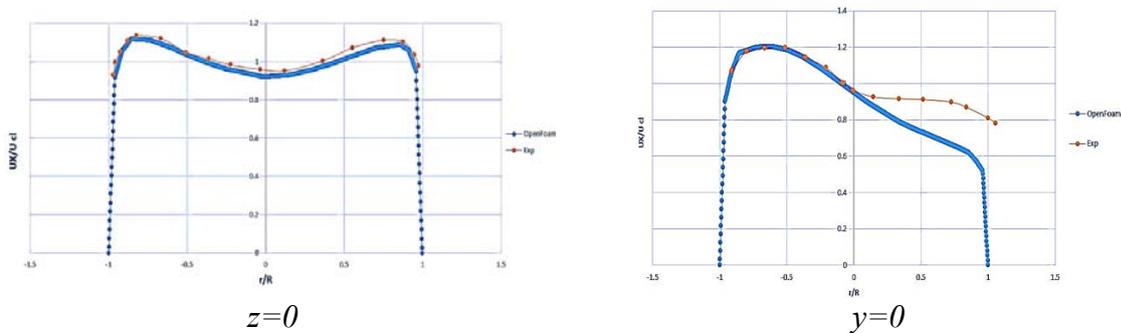


Рис. 4. Профиль осредненной скорости в трубе смешения ($x/D=3,6$)

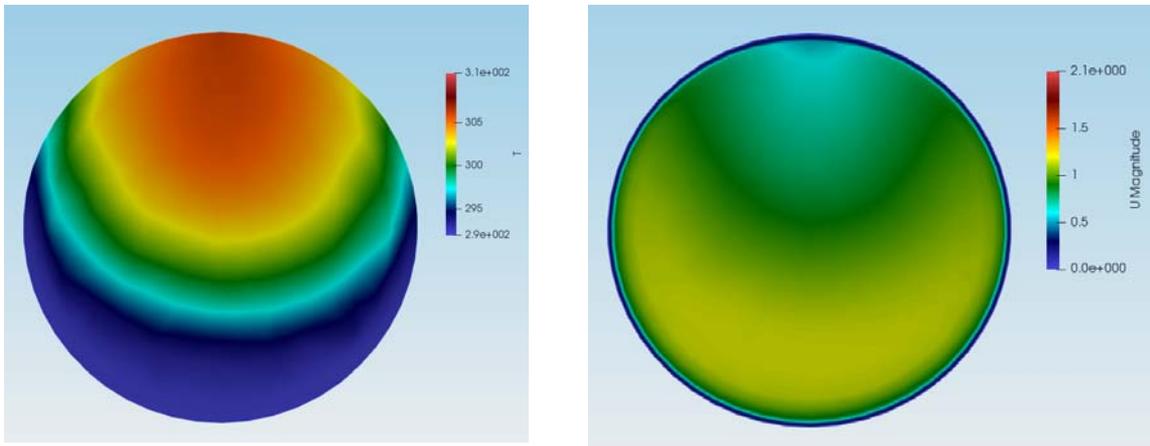


Рис. 5. Распределения температуры (слева) и скорости (справа) при $x/D=3,6$

В целом на данном этапе можно констатировать удовлетворительное качество моделирования. Работа будет продолжена с целью исследования влияния на численное решение дальнейшего измельчения расчетной сетки, а также применения модели крупных вихрей (LES) для описания турбулентности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Smith B. L., Mahaffy J. H., Angele K., Westin J. Report of the OECD/NEA Vattenfall T-junction benchmark exercise: Tech. Rep. / OECD/NEA. NEA/CSNI/R(2011)5. S. 1.,

- 2011.
2. *Obabko A. V., Fischer P. F., Karabasov T. J. S., et al.* CFD validation in OECD/NEA T-junction benchmark: Rep. / Argonne Nat. Lab. ANL/NE11/25. Lemont, 2011.
 3. *Ayhan H., Sokmen C. N.* CFD modeling of thermal mixing in a T-junction geometry using LES model // Nuclear Engng Design. 2012. V. 253. P. 183–191.
 4. Open FOAM - режим доступа www.openFoam.com.
 5. *Sam Khaniani N.* Simulation of Flow and Heat Transfer with OpenFOAM 3.x. Iran, Tehran: Andishehsara, 2017. - 380 с.



ПЕРЕНОС ТЕПЛА ПРИ КОНДЕНСАЦИИ В ПОТОКЕ ПАР-ЖИДКОСТЬ В ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЯХ НА ОСНОВЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

А.В. Дмитренко^{1,2}, М.И. Колпаков¹, С.А. Закутнов¹

¹*Российский университет транспорта «МИИТ», Москва
e-mail: ammsv@yandex.ru; m.a.kolosova@yandex.ru*

²*Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва
e-mail: AVDmitrenko@mephi.ru*

Представлено моделирование при фазовом переходе в турбулентных потоках на базе стохастической теории теплообмена. Моделирование учитывает влияния интенсивности турбулентности при фазовом переходе из пара в жидкость.

Современные численные методы на базе RANS, LES, а так же DNS [1] актуальны, но так же востребованы инженерные методологии, на базе полуэмпирических зависимостей. Поэтому зависимости, полученные на основе стохастической теории турбулентности и теории эквивалентности мер [2-28] дают возможность учета характеристик турбулентности течения на процессы при фазовом переходе.

ПЕРЕНОСА ТЕПЛА ПРИ КОНДЕНСАЦИИ

При движении в трубе, коэффициент теплоотдачи парожидкостной среды определяется

$$\alpha_{ls} = \sqrt{\alpha_k^2 + \alpha_{cond}^2}, \quad (1)$$

α_k – коэффициент теплоотдачи при течении однофазного потока в трубе. α_{cond} – коэффициент теплоотдачи при конденсации. Величина α_k для однофазной жидкости на турбулентном режиме определяется зависимостью

$$\alpha_k = \frac{\lambda Nu}{d}, \quad (2)$$

$$Nu_d = 0.021 * (Pr_L)^{0.43} Re_d^{0.8} (Pr_L / Pr_w)^{0.25}. \quad (3)$$

Здесь Nu, Pr, Re – числа Нуссельта, Прандтля и Рейнольдса, индексы L, W – относятся к ядру потока и на стенке, d – диаметр трубы, λ – теплопроводность. Известно, что для числа Нуссельта отклонение от экспериментальных данных составляет $\pm 20 \div 25\%$.

Этот разброс может быть объяснен параметрами турбулентности согласно зависимости

$$Nu_d = 0.2 \left[\left(\frac{\sqrt{E_{st}} / \rho}{U_0} \right) Re_d \right]^{(7/8)} \left[(Pr)^{7/12} \right] \quad (4)$$

В результате, расчет турбулентного теплообмена по формуле (4) дает возможность, учесть перенос тепла при с учетом конденсации по формулам (1),(2).

Результаты [2-28] показывают соответствие величин по формуле (4), полученной на основе стохастических уравнений, с величинами по эмпирической зависимости (3). Это дает перспективу изучения процессов переноса тепла при конденсации в турбулентных потоках по формуле (1).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Schlichting H.* Boundary-Layer Theory, 6th ed., New York: McGraw-Hill, 1968
2. *Dmitrenko A.V.* Equivalence of measures and stochastic equations for turbulent flows // *Dokl. Phys.* 2013.V.58 . № 6, P. 228–235.
3. *Dmitrenko A.V.* Calculation of pressure pulsations for a turbulent heterogeneous medium // *Dokl. Phys.* 2007. V.52 . № 7. P.384-387.
4. *Dmitrenko A.V.* Some analytical results of the theory of equivalence measures and stochastic theory of turbulence for nonisothermal flows // *Adv. Studies Theor. Phys.* 2014.V. 8, №. 25, P. 1101–1111.
5. *Dmitrenko A. V.* Analytical estimation of velocity and temperature fields in a circular tube on the basis of stochastic equations and equivalence of measures //, *J. Eng. Phys. Thermophys.* 2015.V. 88, . №6, pp. 1569–1576.
6. *Dmitrenko A. V.* Determination of critical Reynolds numbers for nonisothermal flows with using stochastic theories of turbulence and equivalent measures // *Heat Transfer Res.* 2016. V. 47, №. 1. P. 338–399.
7. *Dmitrenko A. V.* An estimation of turbulent vector fields, spectral and correlation functions depending on initial turbulence based on stochastic equations. The Landau fractal equation // *Int. J. Fluid Mech. Res.* 2016. V. 43, №. 3, P.82–91.
8. *Dmitrenko A. V.* The theory of equivalence measures and stochastic theory of turbulence for nonisothermal flow on the flatplate // *Int. JFMR.* 2016. V. 43, №. 2, P. 182–187.
9. *Dmitrenko A. V.* Stochastic equations for continuum and determination of hydraulic drag coefficients for smooth flow at plate and smooth round tube with taking into account intensity and scale of turbulent flow // *Continuum Mech. and Thermodyn.* V. 29, №1, P. 1–9.
10. *Dmitrenko A. V.* Analytical determination of the heat transfer coefficient for gas, liquid and liquid metal flows in the tube based on stochastic equations and equivalence of measures for continuum // *Contin.Mechan. Thermod.* 2017.V. 29.№ 6.P.1197-1206
11. *Dmitrenko A. V.* Estimation of the critical Rayleigh number as a function of an initial turbulence in the boundary layer of the vertical heated plate. // *Heat Transf. Res.* 2017.V.48. No. 13. P. 1195–1202.
12. *Dmitrenko A.V.* Determination of the Coefficients of Heat Transfer and Friction in Super critical-Pressure Nuclear Reactors with Account of the Intensity and Scale of Flow Turbulence on the Basis of the Theory of Stochastic Equations and Equivalence of Measures // *J.of Eng. Phys.and Thermophys.* 2017.V.90 .№6. P.1288-1294.
13. *Dmitrenko A.V.* 2013 Regular Coupling between Deterministic (Laminar) and Random (Turbulent) Motions-Equivalence of Measures Scientific Discovery Diploma No. 458 registration No. 583 of December 2
14. *Dmitrenko A.V.* Theory of Equivalent Measures and Sets with Repeating Denumerable Fractal Elements. Stochastic Thermodynamics and Turbulence. Determinacy–

- Randomness Correlator //Galleya-Print: Moscow.2013.226p. [in Russian]
15. *Dmitrenko A.V.* Fundamentals of heat and mass transfer and hydrodynamics of single-phase and two-phase media. Critical integral statistical methods and direct numerical simulation. // Galleya print: Moscow. 2008. 398p.
 16. *Dmitrenko A.V.* Uncertainty relation in turbulent shear flow based on stochastic equations of the continuum and the equivalence of measures// Continuum Mech. and Thermodyn. 2019. DOI:10.1007/s00161-019-00784-0
 17. *Dmitrenko A.V.* The estimation of the correlation dimension of the attractor in the boundary layer of earth's atmosphere // Поток и структуры в жидкостях – международная конференция, Владивосток, Россия. 2019 г. (ИПМех РАН) Сб.Трудов с.70-73
 18. *Dmitrenko A.V.* The theoretical solution for the Reynolds analogy based on the stochastic theory of turbulence // JP Journal of Heat and Mass Transfer. 2019. Т. 18. № 2. С. 463-476, [http://dx.doi.org/ 10.17654/HM018020463](http://dx.doi.org/10.17654/HM018020463)
 19. *Dmitrenko A.V.* Some aspects of the formation of the spectrum of atmospheric turbulence// JP Journal of Heat and Mass Transfer. 2020. Т. 19. № 1. С. 201-208. [http://dx.doi.org/ 10.17654/HM019010201](http://dx.doi.org/10.17654/HM019010201)
 20. *Dmitrenko A.V.* Formation of a Turbulence Spectrum in the Inertial Interval on the Basis of the Theory of Stochastic Equations and Equivalence of Measures// Journal of Engineering Physics and Thermo-Physics, 2020 Vol. 93, No. 1, January, 2020, pp122-127
 21. *Dmitrenko A.V.* The correlation dimension of an attractor determined on the basis of the theory of equivalence of measures and stochastic equations for continuum// Continuum Mechanics and Thermodynamics, V32,N.2, pp.63-74 DOI:10.1007/s00161-019-00784-0
 22. *А.В. Дмитренко* Современные аспекты стохастической теории гидродинамики// XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Уфа, 20-24 августа 2019. Сб.трудов, Т.2,с.339-341
 23. *А.В. Дмитренко, М.А. Колосова.* Определение гидравлических характеристик промышленных агрегатов на основе стохастической теории гидродинамики.// XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Уфа, 20-24 августа 2019 Сб.трудов,Т.2, с.342-343
 24. *Dmitrenko A.V., Kolosova M.A.* The possibility of using low-potential heat based on the organic Rankine cycle and determination of hydraulic characteristics of industrial units based on the theory of stochastic equations and equivalence of measures // JP Journal of Heat and Mass Transfer. 2020. V.21. № 1, pp. 11-18 [http://dx.doi.org/ 10.17654/HM02101020](http://dx.doi.org/10.17654/HM02101020)
 25. *Dmitrenko A.V.* Reynolds Analogy Based on the Theory of Stochastic Equations and Equivalence of Measures. J Eng Phys Thermophys 94, 186–193 (2021). <https://doi.org/10.1007/s10891-021-02296-8>
 26. *Dmitrenko A.V.* Theoretical solutions for spectral function of the turbulent medium based on the stochastic equations and equivalence of measures. Continuum Mech. Thermodyn. 33, 603–610 (2021). <https://doi.org/10.1007/s00161-020-00890-4>
 27. *Dmitrenko A.V.* Determination of Critical Reynolds Number for the Flow Near a Rotating Disk on the Basis of the Theory of Stochastic Equations and Equivalence of Measures. Fluids 2021, 6(1),5; <https://doi.org/10.3390/fluids6010005>
 28. *Dmitrenko A.V.* Analytical Estimates of Critical Taylor Number for Motion between Rotating Coaxial Cylinders Based on Theory of Stochastic Equations and Equivalence of Measures. Fluids 2021, 6, 306. <https://doi.org/10.3390/fluids6090306>

МЕТОДИКА И РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАВИСИМОСТИ ФОРМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВПРЫСКИВАНИЯ ОТ ВОЛНОВЫХ ЯВЛЕНИЙ В ЛИНИИ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ ТОПЛИВНОЙ СИСТЕМЫ

А.Ю. Дунин, Н.Т. Куинь, П.В. Душкин, Е.М. Филиппова, Е.А. Цоколаев, И.В. Штоль
 Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ)», г. Москва, Россия
 e-mail: a.u.dunin@yandex.ru

Дифференциальная характеристика впрыскивания – один из важных показателей топливоподачи в энергетических установках с воспламенением топлива от сжатия. Она влияет на последующие процессы смесеобразования и тепловыделения, происходящие в камере сгорания дизеля. Управление формой характеристики впрыскивания определяет жесткость рабочего процесса и образование оксидов азота NO_x . В этой связи актуальным остается исследование влияния на нее повышения давления впрыскивания и волновых явлений в линии высокого давления аккумулятора топливной системы.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ЗАВИСИМОСТИ ФОРМЫ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВПРЫСКИВАНИЯ ОТ ДАВЛЕНИЯ В ТОПЛИВНОМ АККУМУЛЯТОРЕ

Испытания проводились с использованием исследовательской установки (рис. 1).

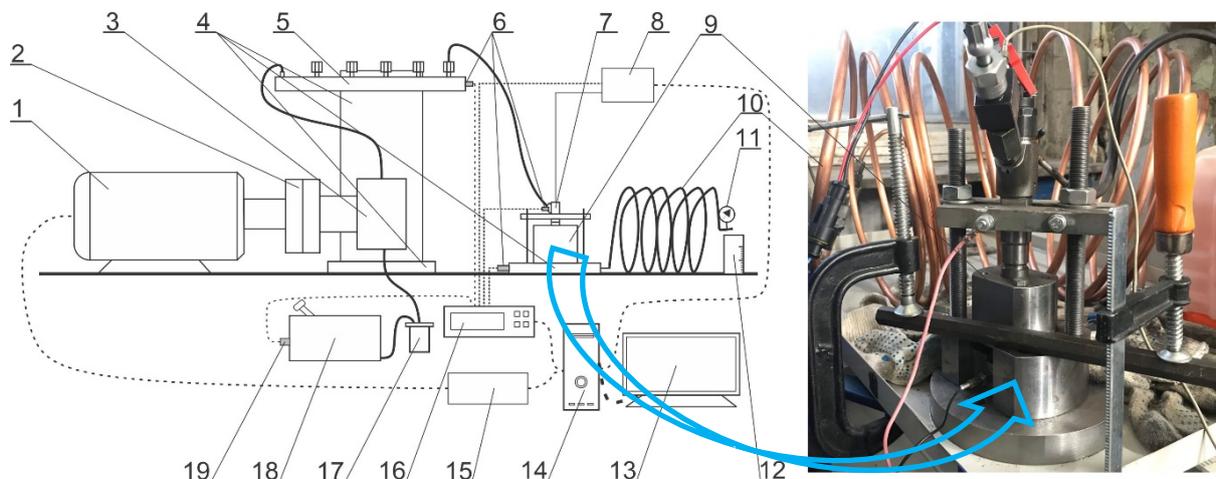


Рис. 1. Схема исследовательской установки для испытаний аккумуляторной топливной системы дизеля: 1 – электродвигатель; 2 – муфта вала; 3 – топливный насос высокого давления; 4 – станина; 5 – топливный аккумулятор; 6 – датчики давления; 7 – электрогидравлическая форсунка; 8 – преобразователь сигналов управления форсункой; 9 – камера регистрации характеристик впрыскивания; 10 – топливопровод низкого давления; 11 – контрольный манометр; 12 – мерная емкость; 13 – монитор; 14 – компьютер для отслеживания сигналов с датчиков давления и управления топливоподачей; 15 – частотный преобразователь для управления электродвигателем; 16 – система сбора данных; 17 – топливный фильтр; 18 – топливный бак; 19 – датчик температуры

В качестве топлива используется специальная калибровочная жидкость, которая используется для проверки топливной системы дизеля. Свойства жидкости представлены в табл. 1.

Табл.1. Физические свойства калибровочной жидкости

Свойства	Значения
Температура вспышки	75 °С
Температура воспламенения	>200 °С
Плотность при 20 °С	0,82 г/см ³
Кинематическая вязкость при 40 °С	2,4 мм ² /с

Эксперименты проведены при изменении длительности $\tau_{\text{имп}}$ управляющего импульса от 0,3 до 1,3 мс при трех значениях базовая величина давления в топливном аккумуляторе $p_{\text{ак_су}}$: 50, 150 и 250 МПа. Поддержание заданной величины $p_{\text{ак_су}}$ осуществлялось системой управления экспериментальной установкой.

Исследование совместного влияния $p_{\text{ак_су}}$ и $\tau_{\text{имп}}$ проводилось в условиях однократного впрыскивания топлива.

На рис. 2 представлен пример регистрируемых сигналов управления U_{cy} и от датчиков, расположенных на входе в электрогидравлическую форсунку (ЭГФ) $U_{\text{ф}}$ и камере регистрации характеристик впрыскивания $U_{\text{к}}$.

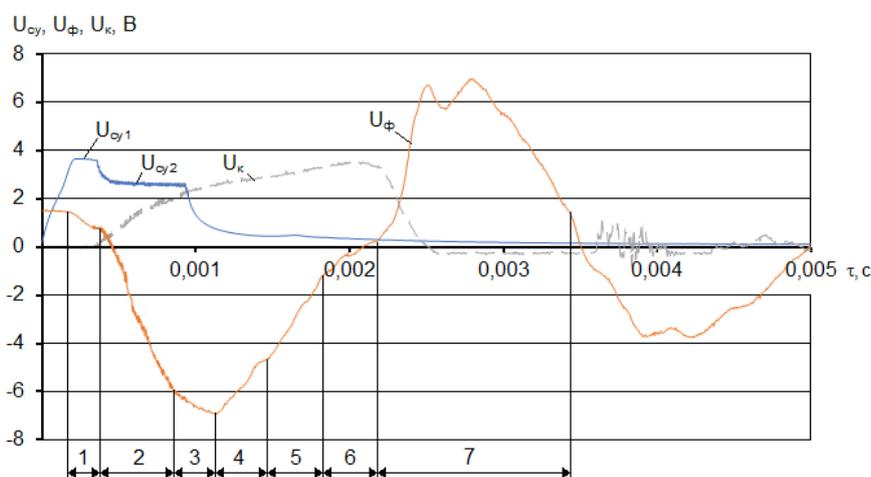


Рис. 2. Пример регистрируемых сигналов в процессе впрыскивания топлива электрогидравлической форсункой ($\tau_{\text{имп}} = 0,9$ мс; $p_{\text{ак_су}} = 150$ МПа)

Управляющий сигнал состоит из форсирующей (U_{cy1}), обеспечивающей страгивание иглы, и удерживающее (U_{cy2}) частей. На протяжении всех исследований длительность форсирующей части составляла 0,3 мс.

Анализируя рис. 2 выделено семь этапов процесса впрыскивания топлива ЭГФ:

- первый – страгивание и начало движения иглы распылителя, характеризуемое значимым влиянием щели, образуемой между ней и запирающим конусом, эффективное проходное сечение которой меньше, чем у распыливающих отверстий;
- второй – подъем иглы, характеризуемый практически линейным нарастанием расхода топлива через распылитель с одновременным значимым падением давления $p_{\text{ф}}$;
- третий – начало стабилизации снижения $p_{\text{ф}}$ за счет выхода иглы распылителя на упор максимального подъема ($y = y_{\text{max}}$);
- четвертый – начало повышения $p_{\text{ф}}$ при нахождении иглы в положении $y = y_{\text{max}}$ вследствие подпитки от топливного аккумулятора;
- пятый – посадка игла на седло, снижение расхода топлива через распыливающие отверстия форсунки и, как следствие, продолжение восстановления $p_{\text{ф}}$;
- шестой – увеличение роли эффективное проходное сечения щели, образуемой

иглой, подходящей к конусу корпуса распылителя, и его запирающей поверхностью; при этом скорость восстановления p_ϕ замедляется;

- седьмой – возникновение резкого возрастания p_ϕ с двумя характерными пиками, где первый – следствие гидравлического удара из-за резкого торможения потока топлива, движущегося по каналам в корпусе ЭГФ и ее распылителе, а второй – удар при контакте иглы и запирающего конуса распылителя.

Результаты обработки полученных сигналов с датчиков испытательной установки с построением $p_\phi = f(\tau)$ и $dQ/d\tau = f(\tau)$ совместно с управляющим импульсом для $p_{ак_су}$, равного 50 и 250 МПа представлены на рис. 3.

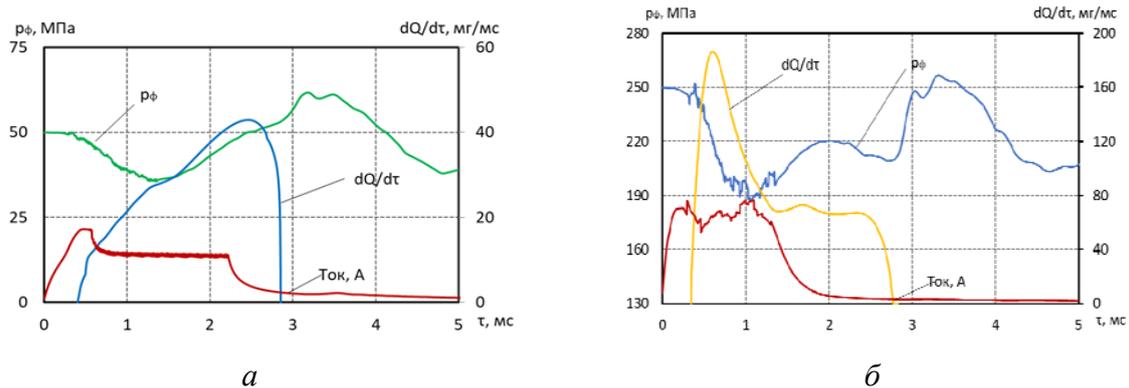


Рис. 3. Давление p_ϕ у штуцера форсунки и дифференциальная характеристика впрыскивания $dQ/d\tau$ ($\tau_{имп} = 1,3$ мс): а – $p_{ак_су} = 50$ МПа; б – $p_{ак_су} = 250$ МПа

Увеличение $p_{ак_су}$ и его влияние на изменение p_ϕ , описанное выше, приводит к увеличению крутизны переднего фронта дифференциальной характеристики впрыскивания с переносом максимального значения $dQ/d\tau$ ближе к началу топливоподачи (рис. 3). С повышением $p_{ак_су}$ большая часть топлива подаётся с падающей скоростью $dQ/d\tau$. При этом, чем выше $p_{ак_су}$, тем выше интенсивность падения $dQ/d\tau$ от максимального значения до окончания впрыскивания. Таким образом, управление $p_{ак_су}$ – значимый параметр для воздействия на форму характеристики впрыскивания и перераспределению количества подаваемого топлива между начальной и конечной фазами впрыскивания наряду с изменением длительности впрыскивания.

ВЫВОДЫ

1. Разработан способ определения дифференциальной характеристики впрыскивания суммированием в каждый момент времени τ скорости изменения избыточного давления в камере ($dp_k/d\tau$) и скорости его падения в следствие оттока топлива через жиклер ($dp_j/d\tau$).
2. Управление $p_{ак_су}$ – значимый параметр для воздействия на форму характеристики впрыскивания и перераспределению количества подаваемого топлива между начальной и конечной фазами впрыскивания наряду с изменением длительности впрыскивания.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Научные исследования проводятся при финансовой поддержке Российского научного фонда по соглашению № 19-19-00598 от 23 апреля 2019 г.



ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СЛОЖНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

М.И. Дьяченко

Московский Государственный Технический Университет им. Н. Э. Баумана

e-mail: s_masyanya@mail.ru

Прогресс в освоении космоса и постоянно возрастающая коммерческая деятельность требует от конструкторов современной космической индустрии создание более надежных ракет-носителей (РН), разгонных блоков и космических аппаратов (КА), то есть средств выведения, с максимальными энергомассовыми характеристиками.

При проектировании ракет-носителей используют две основные схемы компоновки: тандемную и пакетную. Пакетная схема позволяет вывести на орбиты более большую массу полезного груза (ПН), но уступает перед тандемной в энерго-массовом совершенстве ступеней.

Одним из возможных путей улучшения энергетических характеристик РН тяжелых классов (массы ПН, выводимой на опорную орбиту), является повышение весовой эффективности конструкции второй ступени за счет перераспределения части топлива из баков первой ступени и обеспечения ее полной заправки к моменту отделения боковых блоков. Для повышения энергомассовых свойств второй ступени РН пакетной схемы предлагается [1] перераспределение топлива из бака первой ступени в бак второй во время совместной работы ступеней. Реализация эффекта перераспределения может быть осуществлена с помощью бустерного насоса, установленного в нише центрального бака. В работе рассматриваются проблемы влияния перераспределения топлива на динамику конструкции разрабатываемой ракеты.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Доклад посвящен исследованию динамических процессов в упрощенной математической модели многоступенчатой РН на активном участке траектории. РН состоит из однородных центрального и боковых блоков, трубопроводов перераспределения, топливных магистралей, двигателей и бустерного насоса перераспределения, расположенного в нише бака центрального блока.

Математическая модель включает в себя систему гидродинамических уравнений [2-4], описывающих динамические процессы в агрегатах и элементах РН как в системе с сосредоточенными параметрами и представляет собой систему линеаризованных дифференциальных уравнений второго порядка, состоящую из уравнений колебаний топлива в центральном и боковых баках ($\Delta H_{Ц}, \Delta H_{Bi}$), уравнений движения топлива в расходных магистральных и магистральных перераспределения; уравнений для изменения давления на входе в насосы ($\Delta p_{1H}, \Delta p_{1Bi}$) и уравнений для обобщенных координат продольных колебаний центрального и боковых блоков

(q_n, λ_n^i) , и имеют вид

$$\Delta \ddot{p}_{1H} + 2\varepsilon_M \Delta \dot{p}_{1H} + \omega_M^2 \Delta p_{1H} = -\sum_{n=1}^{\infty} (a_{Цn} \ddot{q}_n + b_{Цn} \dot{q}_n) + c_{Ц} \Delta H_{Ц}, \quad (1)$$

$$\Delta \ddot{p}_{1Bi} + 2\varepsilon_{Mi} \Delta \dot{p}_{1Bi} + \omega_{Mi}^2 \Delta p_{1Bi} = -\sum_{n=1}^{\infty} (a_{Bn} \ddot{\lambda}_n^i + b_{Bn} \dot{\lambda}_n^i) + c_{Bi} \Delta H_{Bi} + d_{Bi} \Delta \dot{H}_{Bi}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2)$$

$$\ddot{q}_n + 2\varepsilon_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = -K_{qq} \Delta p_{1H} + \sum_{i=1}^N K_{q\lambda^i} \lambda_n^i, \quad (3)$$

$$\ddot{\lambda}_n + 2\varepsilon_{ni} \dot{\lambda}_{ni} + \omega_{ni}^2 \lambda_{ni} = -K_{\lambda\lambda} \Delta p_{1Bi} + K_{\lambda iq} q_n, i = 1, 2 \dots N, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \Delta \ddot{H}_{\Pi} + 2\varepsilon_{\Pi} \Delta \dot{H}_{\Pi} + \omega_{\Pi}^2 \Delta H_{\Pi} &= \omega_{\Pi}^2 \Delta H_{Bi} + C_{\Pi \dot{H}} \Delta \dot{H}_{Bi} + \\ + C_{\Pi \ddot{p}} \Delta \ddot{p}_{1n} + C_{\Pi \dot{p}} \Delta \dot{p}_{1n} + C_{\Pi p} \Delta p_{1n} + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} (C_{\Pi \ddot{q}_n} \ddot{q}_n + C_{\Pi \dot{q}_n} \dot{q}_n + C_{\Pi \ddot{\lambda}_n} \ddot{\lambda}_n^i) + C_{\Pi W} \ddot{u}_{\partial \Pi}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Delta \ddot{H}_{Bi} + 2\varepsilon_{Bi} \Delta \dot{H}_{Bi} + \omega_{Bi}^2 \Delta H_{Bi} &= \omega_{Bi}^2 \Delta H_{\Pi} + C_{B \ddot{p}} \Delta \ddot{p}_{Bi} + \\ + C_{B \dot{p}} \Delta \dot{p}_{Bi} + C_{B p} \Delta p_{Bi} + \sum_{n=1}^{\infty} (C_{B \ddot{\lambda}_n} \ddot{\lambda}_n^i + C_{B \dot{\lambda}_n} \dot{\lambda}_n^i + C_{B \ddot{q}_n} \ddot{q}_n) + \\ + C_{BW} \ddot{u}_{\partial B}, \quad i = 1, 2 \dots N, \end{aligned} \quad (6)$$

где N – количество боковых блоков, $u_{\partial \Pi}(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_{nd}^q(0) q_n(t)$ – смещение днища бака.

Анализ уравнений возмущённого движения показывает, что при исследовании динамики РН пакетной схемы существенным моментом является взаимосвязь колебаний контура корпус-двигатель с плесканием топлива в баках боковых модулей, с изгибными колебаниями корпуса [5] и динамикой поворотных двигателей. Это, например, может означать, что изменение частоты топливных магистралей для обеспечения устойчивости на частотах продольных колебаний может вызвать неустойчивость колебаний жидкого топлива, динамика которого описывается уравнениями [6]

$$\begin{aligned} \ddot{S}_{mn} + \alpha_{mn} \ddot{\lambda}_{mn} + V_0 \varepsilon_{mn} \dot{\lambda}_{mn} + V_0 \delta_{mn} \dot{S}_{mn} + \omega_{mn}^2 S_{mn} &= 0, \\ \ddot{\lambda}_{mn} + \alpha_{mn} \ddot{S}_{mn} + V_0 \varepsilon'_{mn} \dot{S}_{mn} + (V_0 \varepsilon'_{mn} + \gamma_{mn}) \dot{\lambda}_{mn} &= 0, \\ m = 0, 1, 2, \dots, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \end{aligned} \quad (7)$$

где α_{mn} , ε_{mn} – коэффициенты инерционных и диссипативных связей, а функции $S_{mn}(t)$, $\lambda_{mn}(t)$ являются обобщёнными координатами волновых движений жидкости на свободной поверхности и поверхности слива.

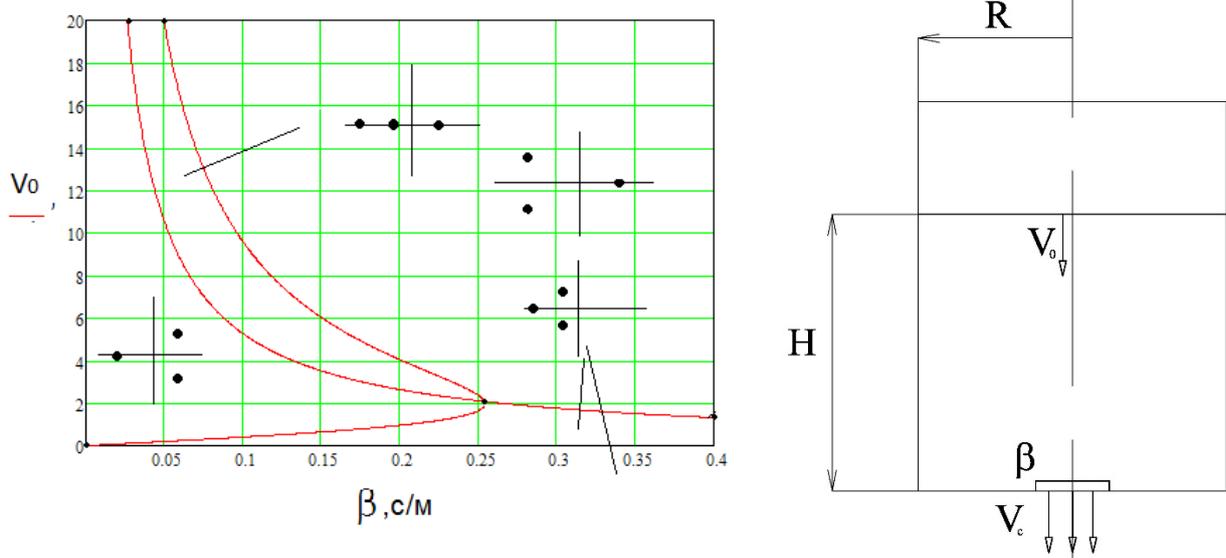


Рис.1. Область устойчивости и неустойчивости колебаний жидкого топлива в жестком центральном баке при $\bar{H} = H / R = 0.1$, V_0 – скорость повышения уровня.

Исследованы области устойчивости и неустойчивости колебаний жидкого топлива в жестком центральном баке [7], при различном значении коэффициента $\beta = 1 / \gamma$, где γ – обобщенный коэффициент сопротивления на поверхности перераспределения. Полученные области представлены на рис. 1, где V_c – скорость на поверхности перераспределения жидкого топлива.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Биркин И.А.* Об эффективности перелива топлива между ракетными ступенями, Актуальные проблемы российской космонавтики. – Материалы XXXV академических чтений по космонавтике. Москва, январь 2011г. С.42-43.
2. *Герасимов Н.М., Кудинов С.В., Бизяев Р.В.* Перераспределение топлива в системе питания космического аппарата силами упругости сильфонных оболочек баков, Третий Международный аэрокосмический конгресс IAC'2000: Сборник тезисов, Москва, 23-27 августа 2000г.
3. *Колесников К.С.* Динамика ракет. – М.: Машиностроение, 2003. – 520 с.
4. *Кириллов В.В.* Исследование колебаний жидкости в неподвижном сосуде с учётом её вытекания. - Труды МФТИ - М.1960. вып.5- с.19-25.
5. *Дьяченко М.И., Темнов А.Н.* Собственные колебания жидкого топлива в условиях перераспределения // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия: Машиностроение. 2012. № 3. С. 31-38.
6. *Дьяченко М.И., Темнов А.Н.* Проблемы динамики перераспределения топлива в крупногабаритных ракетно-космических объектах // Инженерный журнал: наука и инновации. 2012. № 8 (8). С. 164-174. DOI: 10.18698/2308-6033-2012-8-457.
7. *Дьяченко М.И., Орлов В.В., Темнов А.Н.* Колебания жидкого топлива в цилиндрических и конических ёмкостях. – ж. «Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана», 2013. - № 11. -С. 175-192.



ОБРАЗОВАНИЕ СУБМЕЗОМАСШТАБНЫХ ВИХРЕЙ НА ШЕЛЬФЕ ЧЕРНОГО МОРЯ И ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ В ЛАБОРАТОРНОМ ФИЗИЧЕСКОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ

Д.Н. Елкин, А.Г. Зацепин
Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН
e-mail: dmelkin@mail.ru

В практику экологического мониторинга прибрежной (шельфовой) зоны северо-восточной части Черного моря, в недавнем прошлом был внедрен новый инструментально-методический подход, обеспечивающий высокое пространственно-временное разрешение в измерении поля течений. Важным результатом с использованием спутниковых изображений поверхности моря и методами судовых и автономных измерений, являлось частое обнаружение субмезомасштабных (с диаметром 2-10 км) интенсивных вихрей, как циклонического, так и антициклонического знака вращения. В глубоководной части моря преобладают циклонические СМВ, тогда как в прибрежной зоне количество СМВ обоих знаков вращения примерно соответствует друг другу. По-видимому, эти вихри играют важную роль в кросшельфовом водообмене и в диссипации энергии крупномасштабных течений. Существуют три возможных механизма вихреобразования.

Первый механизм – сдвиговая неустойчивость вдольберегового течения: при северо-западном вдольбереговом течении (Основное Черноморское течение) на шельфе доминируют антициклонические вихри, а при юго-восточном направлении (антициклонические мезамасштабные вихри) на шельфе циклонические вихри. Опыты проводились в цилиндрическом бассейне с радиусом 30 или 27 см, и толщиной водного слоя 6 см, расположенном на вращающейся платформе. Период вращения платформы составлял 5 или 10 с. (параметр Кориолиса $f=2.5$ или 1.25 с^{-1} , соответственно). Для создания сдвигового течения вблизи стенки бассейна в его центральной части параллельно дну размещался диск радиусом 24 см. Диск приводился в дифференциальное вращение относительно бассейна с помощью мотора постоянного тока с регулируемой скоростью вращения. При вращении диска в направлении вращения платформы над ним формировалось циклоническое течение, а вблизи стенки – область горизонтального антициклонического сдвига скорости. При вращении диска в направлении противоположном вращению платформы над ним формировалось антициклоническое течение, а вблизи стенки – область горизонтального циклонического сдвига. Частота вращения диска от опыта к опыту изменялась в достаточно широких пределах, для того, чтобы исследовать закономерности вихреобразования не только в зависимости от знака, но и от величины сдвига скорости.

Второй механизм – периодическое образование вихрей за мысами вследствие отрыва потока, при наличии интенсивного прибрежного течения. Опыты проводились в том же цилиндрическом бассейне, где эксперименты со сдвиговой неустойчивостью. Бассейн был заполнен однородной жидкостью, толщиной около 5 см. К стенке бассейна приделали препятствие в виде мыса с крутым обводом, и толщиной 5 см. В начале каждого эксперимента, жидкость в бассейне раскручивали до состояния твердотельного вращения. Для создания течения, частоту вращения платформы Ω_1 уменьшали до Ω_2 . В результате сформировалось циклоническое течение со скоростью $V_{max}=(\Omega_1-\Omega_2)R_0$. Это течение затухало со временем за счет трения жидкости об дно, а времени было достаточно, чтобы наблюдать периодическое вихреобразование.

Третий механизм - пространственно-неоднородное ветровое воздействие. Прибрежная зона Черного моря окружена холмами или горными массивами, в которых имеются долины. Ветер, направленный с берега на море в долинах более сильный и, распространяется над морем в виде воздушных струй, проникающих на значительное расстояние от берега (10 км и более). Наличие долинных ветровых струй, разделяемых областями с более слабыми ветрами, приводит к возникновению вихрей в прибрежной зоне моря. Опыты проводились в цилиндрическом бассейне диаметром 60 см и высотой 8 см, заполненном водой и расположенном на вращающейся платформе. Использовалась как однородная по плотности вода, так и двухслойная по солености и плотности. Для создания стратификации в бассейн изначально наливался слой воды толщиной 5 см с соленостью 20 ‰. Затем, когда нижний слой был раскручен до состояния твердотельного вращения с угловой частотой Ω , поверх этого слоя из дополнительного источника, аккуратно заливался слой пресной воды толщиной 2 см. Это позволяло минимизировать перемешивание между слоями. Возле стенки бассейна по кругу располагались четыре воздуходувки, три из которых располагались под углом к радиусу бассейна и использовались для генерации прибрежного кольцевого течения. Четвертая воздуходувка была направлена по радиусу к центру бассейна и использовалась для создания нормальной к берегу воздушной струи. Для того, чтобы рассчитать критическое расстояние между потоками ветра провели следующую серию опытов. Опыты проводились в квадратном бассейне шириной 70 см с той же высотой. В этой серии опытов нормально к одной из стенок бассейна устанавливались 2 воздуходувки на расстоянии L друг от друга, которое изменялось от опыта к опыту ($L = 20, 30$ и 40 см). Для того, чтобы

уменьшить влияние противоположной стенки на результаты опытов, приблизительно треть поверхности воды вблизи нее закрывалась пластинкой оргстекла. Для сравнения с результатами предыдущей серии, некоторые опыты проводились с одной воздуходувкой расположенной посередине задней стенки. Опыты проводились без вращения платформы, и с вращением платформы с периодами 15, 10 или 5 с (параметр Кориолиса $f=2\Omega=0,8, 1,25$ или 2.5 с^{-1} соответственно). Скорость ветра v на расстоянии 5 см от сопла менялась в диапазоне от 2 до 8 м/с. При этом на расстоянии 15 см от сопла менялась от 1 до 5 м/с. При этом скорость индуцированного ветром течения U менялась в диапазоне от 2 до 10 см/с.



Результаты экспериментов по исследованию вихреобразования вследствие сдвиговой неустойчивости. В опытах, где вдольбереговое течение было циклоническим, а сдвиг скорости между берегом и стрежнем течения – антициклоническим, антициклонические пристеночные вихри формировались только при относительно небольших значениях сдвига скорости течения, когда $0.5 < Ro_s < 1.5$, где $Ro_s = \omega R_1 / fd$ – число Россби, $d = R_1 - R_0$ – ширина зазора между диском и стенкой бассейна. При больших значениях сдвига скорости, когда $Ro_s > 1.5$ течение в зазоре между краем диска и стенкой бассейна было хаотически турбулентным, когерентных вихревых структур не наблюдалось. В опытах, где течение было антициклоническим, а сдвиг – циклоническим, пристеночные вихри формировались при значениях сдвига скорости $-5 < Ro_s < 0.5$. Результат соответствует с результатами теоретического анализа сдвиговой неустойчивости во вращающейся жидкости. При $Ro_s < -5$ течение в зазоре между краем диска и стенкой бассейна было турбулентным. С увеличением числа Россби, количество вихрей уменьшается, а размер увеличивается. Эти вихри образовывали цепочку и располагались примерно на одинаковом расстоянии друг от друга, и двигались вдоль стенки бассейна в направлении вращения диска, но со скоростью меньшей, чем линейная скорость вращения его края (Рис. 1а) [1]. Цепочки циклонических вихрей в прибрежной области мезомасштабных антициклонических вихрей в северо-восточной части Черного моря неоднократно наблюдались на спутниковых снимках. Антициклонические вихри в результате сдвиговой неустойчивости образовывались значительно реже [1,2].

Результаты экспериментов по исследованию вихреобразования за препятствием. Антициклонические вихри периодически формировались за препятствием только в случае затухающего циклонического течения. После формирования вихрь двигался вниз по течению, и направлялся в центр бассейна, и на месте его образования формировался новый вихрь [1]. В течении времени затухания формировались 3-4 вихря (Рис. 1б). Безразмерная частота вихреобразования – число Струхалия, $St = D/VT$ (D – толщина

препятствия, V – значение прибрежной скорости течения, T – период вихреобразования). Периодическое образование антициклонических вихрей также наблюдалось на спутниковых снимках [1,2].

Результаты экспериментов по исследованию вихреобразования вследствие пространственно-неоднородного ветрового воздействия. В отсутствие вращения платформы, воздействие одиночной воздушной струи на изначально покоящуюся жидкость приводило к формированию симметричной дипольной вихревой структуры в водной среде. При наличии вращения платформы воздушная струя также порождала в жидкости между ними дипольную вихревую структуру. Но эта структура была асимметричной: в области с антициклонической завихренностью формировался компактный антициклонический вихрь. При значении $U/f < 0.3R$, ядро вихря имело радиус $R_e = U/f$, где R – радиус бассейна. При значении $U/f > 0.3R$, $R_e = 0.3R$. В циклонической части диполя компактных вихрей не наблюдалось. При наличии интенсивного прибрежного кольцевого течения во вращающейся жидкости, воздействие воздушной струи не сопровождалось вихреобразованием, а при угасании этого течения длительное воздействие воздушной струи все же приводило к формированию дипольной вихревой структуры с компактным антициклоническим вихрем таким же, как и без прибрежного течения. В экспериментах с двухслойной жидкостью (с вращением или без вращения) наблюдались те же течения, какие в экспериментах с однородной жидкостью, но в однородной жидкости течения быстро затухали, а в двухслойной жидкости значительно дольше. В квадратном бассейне, при наличии двух воздуходувок, безразмерный параметр расстояния между воздуходувками Lf/U варьировался в диапазоне от 1 до 100. Продолжительные воздушные струи (> 1 лаб. суток) направленные с берега на воду, во вращающейся жидкости, вследствие конвергенции экмановского переноса, порождают компактный антициклон справа от себя. При этом компактный циклонический вихрь слева от струи не образуется из-за экмановской дивергенции (Рис. 1в). При наличии двух соседствующих струй они перестают влиять друг на друга когда расстояние между ними $L > 0.1U/f$. При меньших значениях L вихрей между струями не образуется: циклон и антициклон «уничтожают» друг – друга [1]. Применительно к Черному морю расстояние между струями не должно быть меньше 15-30 км для свободного образования антициклонов. Образование антициклонических вихрей в результате пространственного неоднородного ветрового воздействия также наблюдалось на спутниковых снимках [1,2].

Работа выполнена в рамках госбюджетной темы №0128-2021-0002

ЛИТЕРАТУРА

1. *Елкин Д.Н., Зацепин А.Г.* Лабораторное исследование механизма формирования субмезомасштабных вихрей // Процессы в геосредах 2015. № 4. с. 20-27.
2. *Zatsepin A.G., Kubryakov A.A., Aleskerova A.A., Elkin D.N., Kukleva O.N.* Physical mechanisms of submesoscale eddies generation: evidences from laboratory modeling and satellite data in the Black Sea // Ocean dynamics. 2019 V. 69. No 2. p. 253-266.



О ПЕРИОДИЧНОСТИ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТОНКОГО ЛЬДА, ЗАМОРАЖИВАНИЕ КОТОРОГО ОСУЩЕСТВЛЯЛОСЬ В УСЛОВИЯХ СТЕСНЕННОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

В.П. Епифанов, С.А. Лычёв

Институт проблем механики имени А.Ю. Ишлинского РАН

e-mail: evp@ipmnet.ru

Известно, что механические свойства тонкого ледяного покрова, образованного в прямоугольном бассейне с жёсткими стенками, обладают периодической изменчивостью. Это, в частности, подтверждается результатами экспериментов по определению сопротивления пенетрации, производимых с малым шагом вдоль и поперёк ледяного поля [1].

Эксперименты производились в ледовом бассейне Крыловского научного центра размерами 100x10 м². С помощью пенетрометра измерялось осевое усилие внедрения наконечника сложной формы на всю толщину ледяной пластины. Внешний вид измерительного устройства показан на рис. 1.

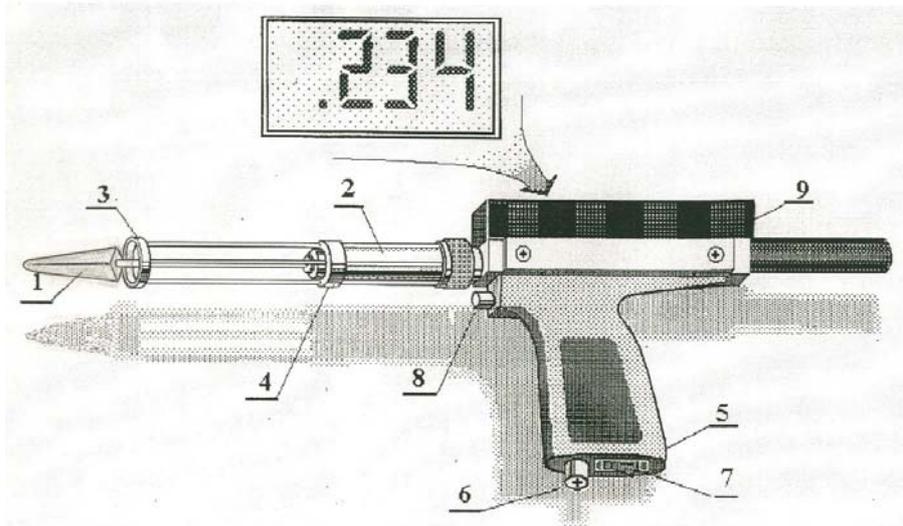


Рис. 1. Пенетромтр: 1 – наконечник, 2 – ствол, 3 – опорное кольцо, 4 – ограничитель, 5 – рукоятка, 6 – предохранитель, 7 – выключатель питания, 8 – спусковая кнопка, 9 – электронное вычислительное устройство с дисплеем.

Измерения производились с малым шагом сразу после «засева» водной поверхности бассейна частицами льда и, повторно, через 20 часов. Результаты измерений вдоль продольного сечения приведены на рис. 2. Точками обозначены непосредственные результаты инструментальных измерений. Интерполяционная кривая показана сплошной линией.

На рисунке результаты измерений сразу после «засева» представлены кривой 1, а выполненные через 20 часов – кривой 2. На первой кривой наибольшие значения локализованы в середине и окрестности бортов бассейна. Отклонения от плавно изменяющихся значений имеют характер случайных выбросов и, как представляется, имеют стохастический характер. На второй кривой, в отличие от первой, отчетливо прослеживаются два характерных периода изменчивости силы. Первый – длинноволновый – подобен продольному размеру пластины, а второй – коротковолновый – на порядок меньше.

Длинноволновая периодичность может быть легко объяснена изгибом ледовой пластины, примороженной к бортам бассейна, возникающим ввиду малых изменений уровня воды.

Действительно, такие изменения вызывают эффект квазистатической равномерно распределённой нагрузки, приложенной к ней. В результате изгиба участки пластины в середине и в окрестности бортов оказываются более напряжёнными, и в них происходит упрочнение льда, что и наблюдается в эксперименте.

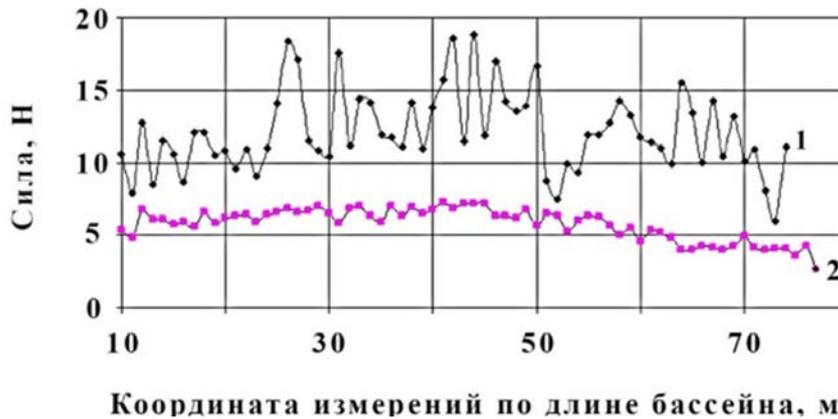


Рис. 2.

Коротковолновая периодичность, возникающая не сразу, а лишь по прошествии некоторого достаточного временного интервала, представляет собой более деликатную проблему для теоретического обоснования. Предлагается подойти к её решению так же в рамках классической континуальной механики, рассмотрев лёд как вязкоупругий материал, образующий тонкую пластину на гидравлическом основании, а внешнее воздействие как случайную последовательность малых возмущений, локализованных в пространстве случайным образом.

Наличие вязкости в модели придаёт ей свойство пространственного волнового фильтра, выделяющего воздействия с определённой длиной волны среди всех прочих. Это приводит к тому, что случайные возмущения, пространственная периодичность которых не согласована с этой длиной, быстро затухают во времени, а возмущения, характерная пространственная протяжённость которых оказывается близкой к периоду подобного механического фильтра, длительное время сохраняются в механической системе.

Наложение таких избранных возмущений со временем создаёт коротковолновую периодическую структуру в ледяной пластине, которая и проявляет себя (не сразу) в эксперименте. Таким образом, в ледяной пластине создаётся упорядоченная структура из последовательности хаотических сигналов, которые, разумеется, играют роль источников энергии, обеспечивая тем самым выполнение второго закона термодинамики.

Для верификации предлагаемой модели, теоретически объясняющей возникновение второй периодической структуры в тонкой ледяной пластине, было произведена математическая обработка результатов измерений и осуществлено математическое моделирование развития периодической структуры в плавающей ледяной вязкоупругой пластине. Обработка результатов предполагает корректное выделение длинноволновой и коротковолновой составляющих из набора данных. Корректность предполагает, что такое разделение должно быть однозначным. Для этого использовалась ортонормированная система трёх функций, непрерывно зависящая от двух волновых и двух фазовых параметров. Первая функция – постоянная, вторая и третья – квазипериодические, при-

чем период второй существенно больше периода третьей.

Определение параметров этой системы осуществлялось методом Монте-Карло из условия наименьшего отклонения получаемой в результате теоретической аппроксимации от исходных данных. На рис. 3 приведены экспериментальные данные для поперечного сечения бассейна (кривая 1), их аппроксимация (кривая 2) и элементы ортогональные этой аппроксимации – постоянная (кривая 3), характеризующая среднее значение усилия пенетрации, длинноволновая составляющая (кривая 4), которая отражает влияние изгиба всей пластины в целом, и коротковолновая (кривая 5), которая иллюстрирует результат выделения возмущений с определённой пространственной периодичностью и эффекта их накопления во времени.

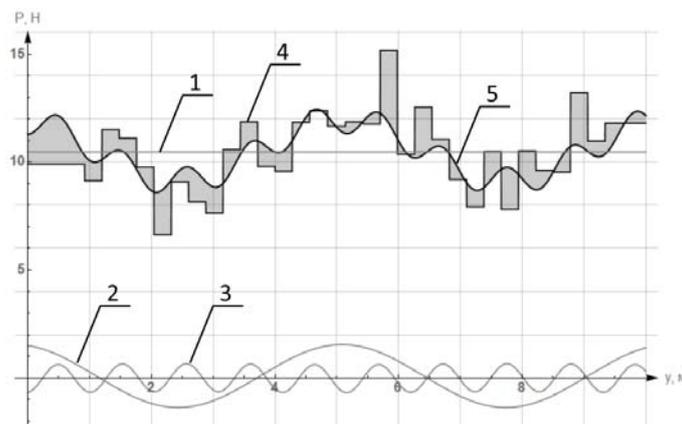


Рис. 3. Модальный анализ экспериментальных данных (пояснения в тексте)

В ходе математического моделирования лёд рассматривался как вязкоупругий материал, подчиняющийся вязкоупругому закону Бюргера (второго порядка). Использование более сложного закона, чем обычно применяемый закон Фойгта, продиктовано желанием учесть в модели эффект неупругого последствия, не исчезающего во времени. Такой подход можно рассматривать как грубую оценку пластических эффектов, развивающихся во льду в процессе его формирования. Пластина льда моделировалась в рамках гипотез теории Кирхгоффа-Лява, условия закрепления на прямоугольном контуре предполагались жёсткими, поддерживающее действие воды представлялось винклеровским основанием, пластина полагалась сжатой в своей плоскости постоянными усилиями, распределёнными вдоль длинных сторон опорного контура (бассейна). Внешнее воздействие определялось постоянной равномерно распределённой компонентой, которая характеризовала изменения уровня воды в бассейне, и случайными малыми возмущениями. Заметим, что в реальности этим случайным возмущениям отвечают воздействия технологического оборудования, обеспечивающего процесс формирования ледяного поля и поддержания стабильного температурного режима в бассейне.

Решение соответствующей квазистатической начально-краевой задачи находилось в аналитической форме как разложение по системе обобщённых собственных функций линейного пучка дифференциальных операторов, порождаемых задачей. При этом вертикальные смещения пластины из начального положения представлялись рядами по пространственным переменным, координатные функции в которых представляют собой экспоненты, а их показатели – отрицательные числа, зависящие от номера слагаемого, умноженные на переменную времени.

Особенностью является то, что последовательность этих чисел имеет максимум, причем он соответствует периоду коротковолновой составляющей. Все элементы разложения, предшествующие ему, быстро уменьшаются во времени, а элементы разло-

жения, следующие после максимума, вносят незначительный вклад уже с самого начала ввиду ограниченной изменяемости начальных возмущений. Таким образом, уже сама форма решения содержит в себе формальный механизм “выбора” возмущений определённой пространственной протяжённости.

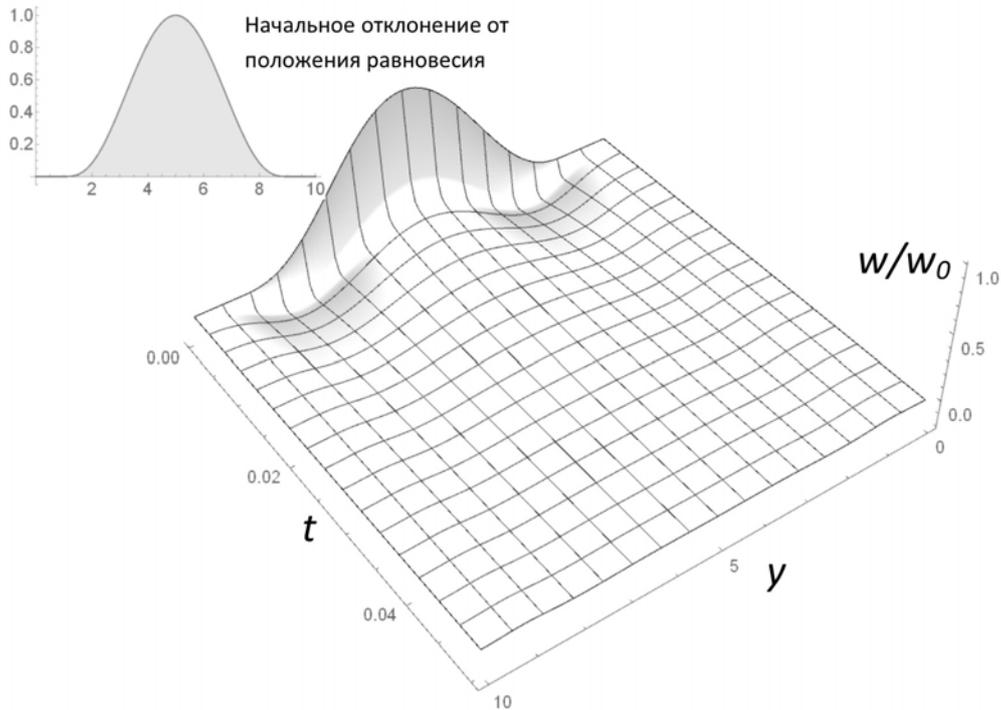


Рис. 4. Эволюция изгибов на интервалах большой протяжённости

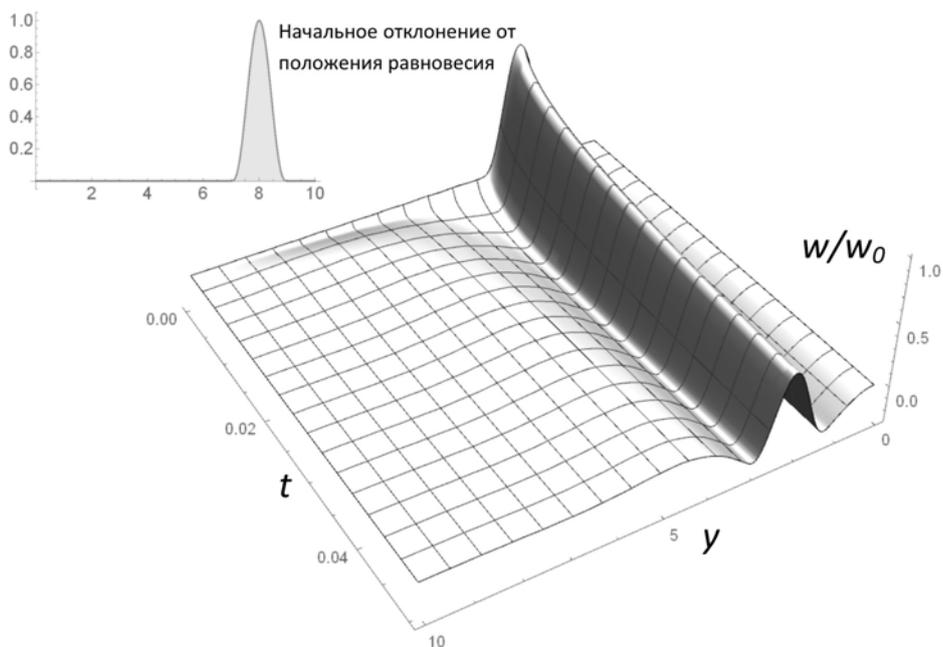


Рис. 5. Эволюция изгибов на интервалах малой протяжённости

Такое свойство вязкоупругой сжатой плавающей пластины иллюстрирует вычислительный анализ, произведённый на основе построенного решения. Некоторые результаты этого анализа показаны на рис. 4 и 5. На рис. 4 показана эволюция прогиба вдоль поперечного сечения пластины при возмущении, характерная протяжённость ко-

того составляет 70% от ширины бассейна, а на рис. 5 – для возмущения с 10% протяжённостью. Реакция на первое возмущение быстро затухает, в то время как второе возмущение имеет длительное последствие. Именно такие возмущения, пространственные протяжённости которых согласованы с собственными характеристиками “механического фильтра”, образуемого плавающей вязкоупругой пластиной, накапливаются в ней и со временем образуют периодическую структуру.

Сравнение результатов анализа коротких периодов экспериментальных данных с пространственными периодами, теоретически выделяемыми механической системой из всех остальных, а также вычисленных для материальных параметров, соответствующих условиям проведения эксперимента, показали хорошую согласованность. Косвенной оценкой согласования теории и эксперимента являлось вычисление усилия сжатия пластины со стороны бортов бассейна. Это усилие определялось двумя различными путями. В первом использовалась коротковолновая составляющая из экспериментальных данных, и усилие определялось из моделирования изгиба сжатой пластины при действии равномерно распределённой нагрузки. Во втором использовалась коротковолновая составляющая, а усилие определялось из модели вязкоупругой плавающей пластины. Результаты оказались одного порядка (с отличием около 40%), что является хорошим совпадением с учётом погрешностей, вносимых идеализированным описанием такой сложной реологической среды, какой является лёд.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 20-01-00649.

ЛИТЕРАТУРА

1. Епифанов В.П., Сазонов К.Е. Влияние стационарных периодических волновых структур на локальную прочность ледяного поля. Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки, 2020. Т. 495. № 1. С. 18-25. DOI: 10.1134/S1028335820120046.
2. Box F., Vella D., Style R.W., Neufeld J.A. Indentation of a floating elastic sheet: geometry versus applied tension. Proc. R. Soc. 2017. A 473: 20170335. doi.org/10.1098/rspa.2017.0335.



МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИХРЕВОГО ТЕЧЕНИЯ С ВОРОНКОЙ НА ОСНОВЕ МАТРИЧНОГО МЕТОДА

М.К. Ермаков

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

e-mail: ermakov@ipmnet.ru

В работе методом математического моделирования исследуется закрученное течение со свободной поверхностью с возникающей на ней воронкой [1]. Жидкость находится в вертикальном прямом круговом цилиндре в поле силы тяжести радиусом R и высотой H . Вращение жидкости создается благодаря вращению диска радиуса r в нижней части цилиндра с окружной скоростью Ω . Течение предполагается осесимметричным. Верхняя поверхность жидкости $z=h(r)$ является свободной и ее форма определяется течением жидкости внутри цилиндра. Исследование ведется на основе численного решения уравнений Навье-Стокса вязкой несжимаемой изотермической жидкости при наличии поверхностного натяжения на свободной поверхности. На вращающемся диске и стенках цилиндра ставятся условия прилипания. На свободной границе для поиска

стационарного решения ставятся условия непротекания и баланса касательных и нормальных напряжений. Дополнительно ставится условия постоянства объема жидкости.

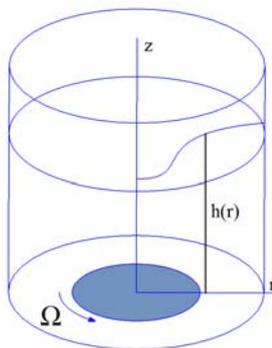


Рис. 1. Геометрия задачи.

Безразмерными параметрами задачи являются геометрические параметры H/R и r/R , число Рейнольдса $Re = \Omega \cdot r \cdot R / \nu$, число Галелея $Ga = gR^3 / \nu^2$ и число Бонда $Bo = \rho g R^3 / \sigma$. В параметрах использованы значения g – сила тяжести, ν – кинематическая вязкость жидкости, ρ – плотность жидкости и σ – поверхностное натяжение.

Для точной аппроксимации граничных условий на свободной поверхности производится операция масштабирования уравнений по высоте слоя между дном цилиндра и свободной поверхностью. Новые переменные ζ и η вводятся согласно $\zeta = r$, $\eta = z/h(r)$. В новых переменных область моделирования является прямоугольной. Дискретизация уравнений осуществляется методом контрольного объема на сетке с разнесенным положением компонент скорости и давления в жидкости.

Задача решается в стационарной осесимметричной постановке с использованием матричного подхода. Ранее автором использовался матричный подход для моделирования задач с плоской границей [2] и с деформированной границей, форма которой не зависит от течения жидкости [3]. В данной работе предпринята попытка решить задачу, в которой форма свободной поверхности определяется течением жидкости.

Матричный подход к моделированию состоит в представлении всех неизвестных величин (скорости, давление и форма свободной поверхности) в виде вектора. Решением задачи является такой вектор, невязки дискретизованных уравнений которого равны нулю. Для решения задачи используется матричная форма уравнений Ньютона для невязок. Для выполнения итерации по методу Ньютона необходимо решить линейную систему матрицей которой является матрица Якоби дифференцирования вектора невязки по вектору переменных. Решение полученной системы реализуется матричными методами. Именно поэтому такой подход и называется матричным. Преимуществом такого подхода является использование стандартных, не зависящих от типа задачи, матричных методов.

Для использования подхода необходимо выписать невязки уравнений и компоненты матрицы Якоби. Для относительно простых случаев матрица Якоби вычисляется аналитически, для более сложных случаев, как для данной задачи, используется ресурсоемкое дифференцирование. Используется метод Ньютона с пересчетом [4]. Для решения линейной системы используется пакет MUMPS для разреженных систем с возможностью параллельных вычислений [5].

На рис. 2 и 3 представлены результаты моделирования задачи на равномерной сетке 81×81 для безразмерных параметров $H/R=1$, $r/R=0.5$, числа Рейнольдса $Re=1000$, Галелео $Ga=20$ и Бонда $Bo=10^4$. Выбор параметров имел тестовый характер и был призван, главным образом, продемонстрировать на начальном этапе моделирования принципиальную работоспособность используемого подхода. При заданных параметрах на-

блюдается существенное понижение уровня жидкости в центре воронки. Осевая завихренность сосредоточена вблизи вращающегося диска и имеет сравнительно постоянное значение в вертикальном столбе с радиусом примерно половины радиуса вращающегося диска. Это подтверждает гипотезу о «твердотельном вращении» жидкости в области воронки, однако, величина этой завихренности существенно ниже величины завихренности вблизи диска. Центральной области «твердотельного вращения» жидкости соответствует однородная область пониженного динамического давления жидкости; максимум давления ожидаемо находится у боковой границы дна цилиндра.

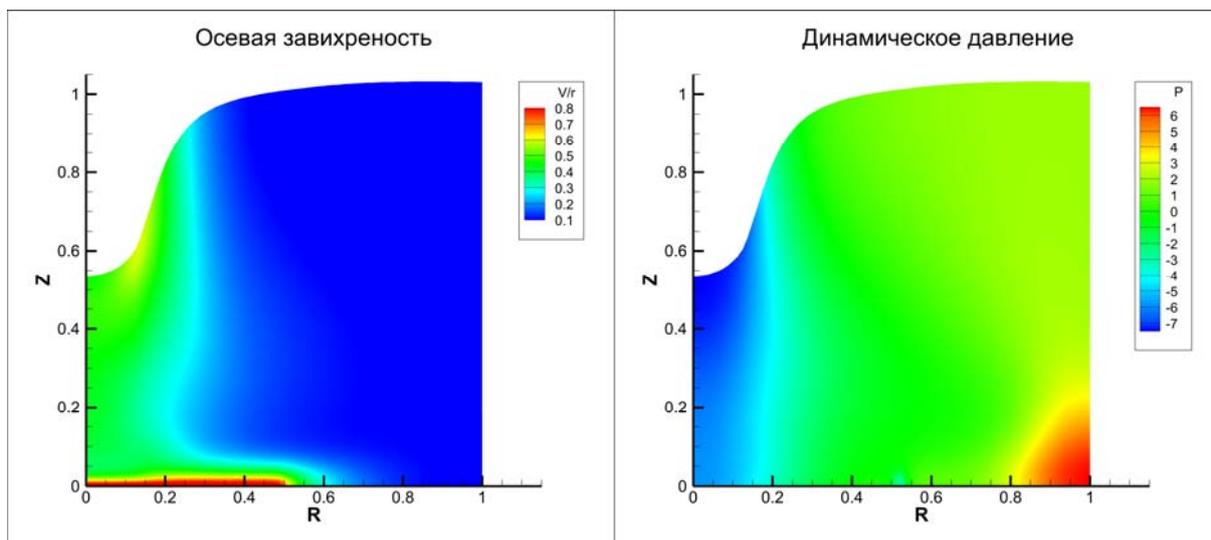


Рис. 2. Форма воронки и распределения осевой завихренности и динамического давления в течении при числе Рейнольдса $Re=1000$.

На рис. 3 представлены вектора скорости осесимметричного течения. Для данного геометрического отношения высоты к радиусу течение является практически одновихревым. Центр вихря в нижней части объема и смещен к боковой границе. В центральной области под воронкой скорость жидкости существенно ниже скорости вне ее. Азимутальная компонента скорости относительно равномерно распределена в области, за исключением области прилегающей к вращающемуся диску.

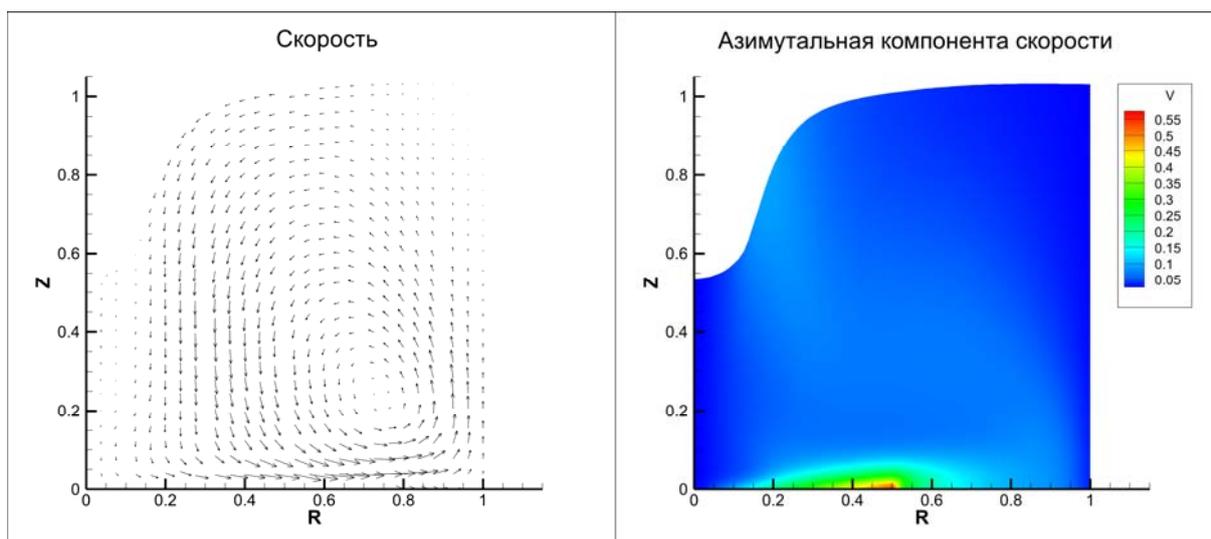


Рис. 3. Вектора скорости и азимутальная компонента скорости при числе Рейнольдса $Re=1000$.

В работе продемонстрирована принципиальная возможность математического моделирования изотермического вихревого течения с существенно деформируемой свободной поверхностью на основе матричного подхода. Исследование зависимостей топологии течения и формы воронки от определяющих параметров, а также сопоставление результатов моделирования с физическим экспериментом предполагается на следующих этапах исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Степанова Е.В.* Экспериментальное исследование тонкой структуры вихревого течения в жидкости со свободной поверхностью. Дисс. на соискание ученой степени к.ф.-м.н. М. 2009. С. 119.
2. *Imaishi N., Ermakov M.K., Shi W.Y.* Effects of Pr and pool curvature on thermocapillary flow instabilities in annular pool // *Int. J. Heat and Mass Transfer.* 2020. V. 149(11):119103.
3. *Ermakov M.K., Ermakova M.S.* Linear-stability analysis of thermocapillary convection in liquid bridges with highly deformed free surface // *J. Crystal Growth.* 2004. V. 266. 160-166. 2004.
4. *Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P.* Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing. New York. Cambridge University Press. 2007.
5. <http://mumps.enseeiht.fr/> – MUMPS: A parallel sparse direct solver.



ЭВОЛЮЦИЯ ВНУТРЕННИХ ВОЛН В СЛОИСТОЙ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

В.Е. Ермишина, А.А. Чесноков, В.Ю. Ляпидевский
Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН
e-mail: eveyrg@gmail.com

Внутренние уединенные волны вызывают достаточно обширный интерес исследователей в связи с их широким распространением в океанических и прибрежных течениях. Характерная особенность внутренних волн, обуславливающая интерес к их исследованию, состоит в том, что амплитуда уединенной волны может существенно превышать начальную толщину одного из слоев, вдоль границы которых распространяется волна.

В работе представлена одномерная модель законов сохранения в приближении Буссинеска, описывающая распространение внутренних волн в стратифицированной мелкой воде с негидростатическим распределением давления в двух внешних слоях и произвольным числом внутренних гидростатических слоев, которая является расширением моделей из [1-3]. Произведена гиперболическая аппроксимация исходной дисперсионной модели с введением «мгновенных» переменных для дисперсионных слоев аналогично [4], что позволяет применять стандартные численные методы, разработанные для решения систем гиперболических законов сохранения.

Исследованы стационарные решения полученных уравнений и сформулированы условия формирования уединенных внутренних волн первой и второй моды. Выполнено численное моделирование распространения нестационарных нелинейных волновых пакетов в многослойной жидкости. Приводится сравнение численных результатов с данными натурных наблюдений.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 21-71-20039)

ЛИТЕРАТУРА

1. *Chesnokov A., Liapidevskii V.* Hyperbolic model of internal solitary waves in a three-layer stratified fluid // *Eur. Phys. J. Plus.* 2020. V. 135. 590
2. *Ляпидевский В. Ю., Турбин, М. В., Храпченков, Ф. Ф., & Кукарин, В. Ф.* Нелинейные внутренние волны в многослойной мелкой воде // *Прикладная механика и техническая физика.* – 2020. – Т. 61. – №. 1. – С. 53-62
3. *Ляпидевский В. Ю., Чесноков А. А., Ермишина В. Е.* Квазилинейные уравнения динамики уединенных внутренних волн в многослойной мелкой воде // *Прикладная механика и техническая физика.* – 2021. – Т. 62. – №. 4. – С. 34-45.
4. *Ляпидевский В. Ю., Гаврилова К. Н.* Дисперсионные эффекты и блокировка потока при обтекании порога // *Прикладная механика и техническая физика.* – 2008. – Т. 49. – №. 1. – С. 45-58.



ОСОБЕННОСТИ ПЕРЕНОСА ВИЗУАЛИЗИРУЮЩЕЙ ПРИМЕСИ В СТРАТИФИЦИРОВАННОМ ТЕЧЕНИИ ОКОЛО ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ

Я.В. Загуменный¹, Ю.Д. Чашечкин²

¹*Институт гидромеханики НАН Украины, Киев, e-mail: zagumennyi@gmail.com*

²*Институт проблем механики РАН, Москва, e-mail: yulidch@gmail.com*

Быстрое ухудшение экологической ситуации в мировом масштабе, которое связано с критическим перенасыщением окружающей среды загрязняющими вредными веществами вследствие стремительной технологической эволюции человечества, требует разработки новых методик мониторинга состояния, прогнозирования загрязнения и очищения окружающей среды. Важным этапом реализации данной экологической программы является проведение адекватного экспериментального и теоретического (аналитического или численного) моделирования и исследования процессов переноса и распределения примесей в различных структурных компонентах течений – волнах, вихрях, струях, тонкоструктурных элементах.

В ходе многочисленных наблюдений в прошлом веке было установлено, что плотности жидкостей (газов) в атмосфере, гидросфере и технологических установках не являются постоянными вследствие влияния сжимаемости, неоднородности температуры и концентрации растворенных веществ или взвешенных частиц. В поле массовых сил (тяготения) жидкости расслаиваются и устойчиво стратифицируются. Хотя естественные вариации плотности обычно малы, градиенты в тонких прослойках могут достигать значительных величин и, как показывают результаты исследований последних лет, оказывают заметное влияние на динамику и структуру течений [1].

В данной работе, которая является логическим продолжением серии предыдущих исследований авторов [2–5], рассматривается нестационарная задача переноса визуализирующей примеси в течении стратифицированной жидкости около препятствия простейшей формы – вертикальной пластины. Математическое моделирование данной задачи проводится на основе системы уравнений механики несжимаемой непрерывно

стратифицированной жидкости, включающей уравнение переноса импульса с учетом гравитационной силы в приближении Буссинеска, уравнения диффузии для стратифицирующего компонента и визуализирующей примеси, неразрывности и замыкающее линеаризованное уравнение состояния:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v}(\nabla \cdot \mathbf{v}) &= -\frac{1}{\rho_{00}} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{v} - (s + c) \mathbf{g}; \\ \frac{\partial s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla s &= \kappa_s \Delta s + \frac{v_z}{\Lambda}; \quad \frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla c = \kappa_c \Delta c; \\ \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0; \quad \rho = \rho_{00} \left(1 - \frac{z}{\Lambda} + s + c \right); \\ \Lambda &= \left| d \ln \rho / dz \right|^{-1}, \quad N = \sqrt{g / \rho \cdot d\rho / dz}, \quad T_b = 2\pi / N. \end{aligned} \quad (1)$$

Система уравнений (1) совместно с физически обоснованными граничными и начальными условиями решается численно на основе метода конечного объема с использованием вычислительного пакета OpenFOAM. В рамках данного пакета были разработаны собственные решатели для расчета стратифицированных течений с учетом наличие визуализирующей примеси, библиотеки динамических расчетных сеток, позволяющие согласовывать перемещение узлов сетки в соответствии с движением препятствия, а также специальные утилиты для обработки и визуализации результатов численных расчетов [2–5].

Полученные численные результаты для различных значений числа Рейнольдса и Фруда показывают наличие сложной разномасштабной структуры распределений визуализирующей примеси в следе за вертикальной пластиной, равномерно движущейся в горизонтальной плоскости в толще непрерывно стратифицированной жидкости с источниками визуализирующей примеси на ее верхней и нижней горизонтально ориентированных сторонах. Распределения концентрации визуализирующей примеси и картины поля горизонтальной компоненты градиента концентрации примеси приведены на Рис.1 для различных значений скорости движения пластины ($U=0.375; 0.75; 1.5$ см/с) при фиксированной величине стратификации жидкости ($N=0.5$ 1/с). Рассматриваются достаточно большие времена, когда начальные процессы формирования течения полагаются завершенными и устанавливается характерная для данного режима течения структура, которая характеризуется существенно нестационарными взаимодействиями структурных компонент между собой, с поверхностью пластины и внешним потоком.

При малых значениях скорости пластины (Рис.1, а) потоки визуализирующей примеси от источников на поверхности пластины вовлекаются в непрерывно эволюционирующие вихревые структуры, которые формируются непосредственно за пластиной по обе стороны от ее центральной горизонтальной плоскости. Далее в форме струйных периодических выбросов примесь выталкивается в центральную область следа, где происходит его расщепление на тонкоструктурные волокнистые элементы, структура которых вниз по потоку отражает форму фазовых поверхностей поля внутренних волн. С увеличением скорости тела тонкие компоненты течения в следе начинают взаимодействовать между собой и образуют последовательность «пятен», контуры которых приобретают типичный для «вихревых дорожки» вид последовательности вихревых петель в зонах дивергенции фазовых поверхностей внутренних волн (Рис.1, б). При наибольшей скорости движения пластины в рамках рассмотренного диапазона образуется характерная структура вихревого следа, состоящая из последовательно формирующихся компактных вихрей, в которых происходит спиральное закручивание визуализирующей примеси (Рис.1, в).

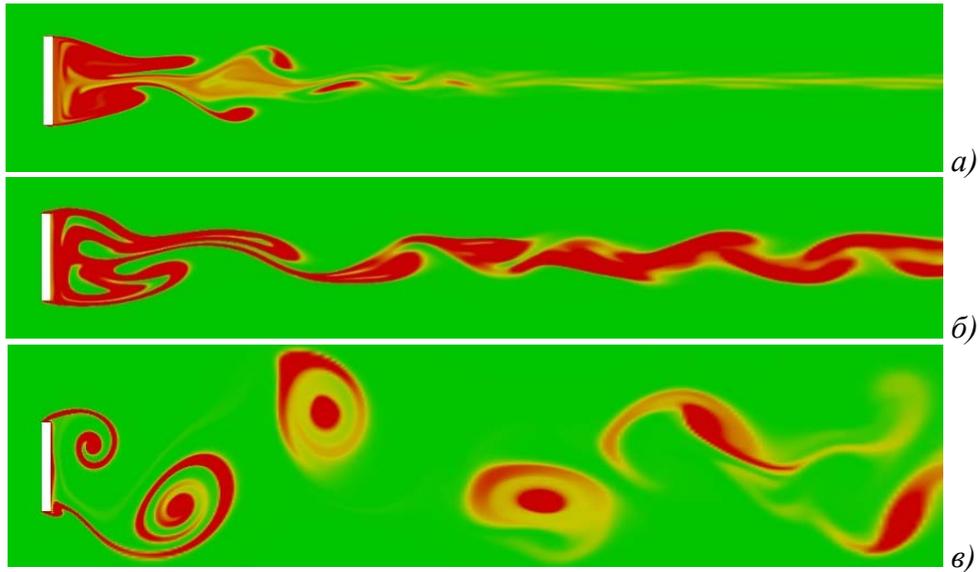


Рис. 1. Структура распределения концентрации визуализирующей примеси в следе за вертикальной пластиной в непрерывно стратифицированной жидкости:

$$L=2.5 \text{ см}, h=0.25 \text{ см}, N=0.5 \text{ 1/с}, U=0.375; 0.75; 1.5 \text{ см/с (а-в)}.$$

В поле горизонтальной компоненты градиента концентрации визуализирующей примеси наиболее четко проявлены тонкоструктурные особенности ее перераспределения в пространстве, включая процессы расщепления элементов течения на более мелкомасштабные и объединения тонкоструктурных элементов в кластеры при формировании крупномасштабных (вихревых) структур (Рис.2). Наиболее тонкие и многочисленные волокнистые элементы данного поля, характеризующие тонкоструктурный компонент течения – лигаменты, в зависимости от режима течения проявлены главным образом вблизи донной поверхности пластины, в области оси следа или спиральных завитках компактных вихревых структур.

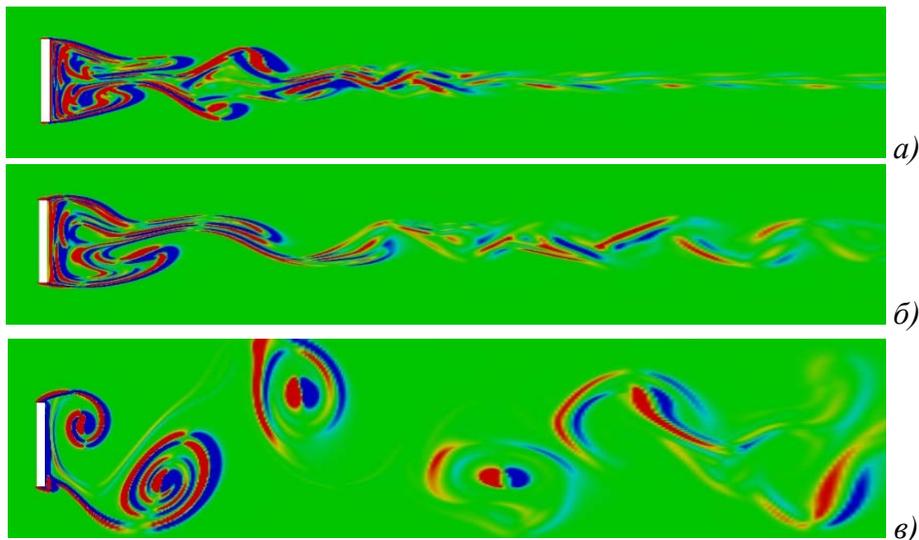


Рис. 2. Картины поля горизонтальной компоненты градиента концентрации примеси в следе за вертикальной пластиной в непрерывно стратифицированной жидкости:

$$L=2.5 \text{ см}, h=0.25 \text{ см}, N=0.5 \text{ 1/с}, U=0.375; 0.75; 1.5 \text{ см/с (а-в)}.$$

Таким образом, численные расчеты переноса визуализирующей примеси в стратифицированном течении около вертикальной пластины показали, что картина течения

в целом остается нестационарной при любом режиме течения и характеризуется непрерывными процессами взаимодействия разномасштабных элементов течения с образованием новых структурных элементов с собственными индивидуальными особенностями и пространственно-временными масштабами, а именно, происходит непрерывная перестройка элементов тонкой структуры – лигаментов и их наборов – вихрей, которые активно взаимодействуют между собой, с ограничивающими поверхностями и средним течением.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Turner J.C.* Buoyancy Effects in Fluids. Cambridge University Press. 1973.
2. *Chashechkin Yu.D., Zagumennyi Ia.V.* Formation of waves, vortices and ligaments in 2D stratified flows around obstacles // *Physica Scripta*. 2019. V. 94. No. 5. 054003.
3. *Zagumennyi Ya.V., Chashechkin Yu.D.* Numerical analysis of flows of stratified and homogeneous fluids near horizontal and inclined plates // *Fluid Dyn.* 2019. V. 54, P. S59–S70.
4. *Chashechkin Yu.D., Zagumennyi Ia.V.* Visualization of stratified flows around a vertical plate: Laboratory experiment and numerical simulation // *Int. J. Comp. Meth. Exp. Measur.* 2020. V. 8. P. 115–129.
5. *Chashechkin Yu.D., Zagumennyi Ia.V.* 2D Hydrodynamics of a Plate: From Creeping Flow to Transient Vortex Regimes // *Fluids*. 2021. V. 6, N 9. 310.



ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ОТСКОКОВ В РЕЖИМЕ ЧАСТИЧНОГО СЛИЯНИЯ КАПЛИ С ЖИДКОСТЬЮ

А.Ю. Ильиных

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

e-mail: ilynykh@ipmnet.ru

Постоянно растущее число практических приложений к задаче переноса энергии и вещества при импакте капли (в энергетике, авиации, науках о Земле, биологии и различных технологиях в металлургической, химической, биохимической промышленности, фармакологии) дает основание для активных экспериментальных и теоретических исследований, а развивающиеся технологии регистрации – инструменты для регистрации более быстрых и тонких компонентов течений в широком диапазоне параметров задачи.

Столкновение капель с жидким слоем включает ряд режимов импакта: слияние, отскок, разбрызгивание, формирование выраженной центральной струи и тонких стримеров [1]. Карта режимов течений, включающая характерные для них компоненты течения, как правило, строится на основе чисел Вебера We и Онезорге Oh . Основные компоненты течений, включающие собственно каплю, каверну, венец с шипами и вылетающими с их вершин каплями, всплеск (центральную струю) и стримеры, сопровождаются генерацией мелкомасштабных компонентов: брызги [2] и тонкие стримеры эжекты [3], капиллярные волны [4], лигаменты [5], играющие важную роль в процессах массопереноса. Уравнения переноса вещества, энергии и импульса капли составляют основу системы дифференциальных уравнений [6]. расчеты уравнений состояния жидкости проводятся на основе потенциала Гиббса, учитывающего вклад поверхностной и

химической энергии [7].

В зависимости от условий, перенос энергии может происходить достаточно медленно в диффузионных и диссипативных процессах, более быстро со скоростью течений, с групповой скоростью волн и достаточно быстро в ходе прямых атомно-молекулярных процессов. Эффекты анизотропии атомно-молекулярных взаимодействий на границах сред оказывает влияние на динамику и структуру процессов при погружении капли [8]. Множественность механизмов передачи энергии обуславливает возможность формирования различных форм взаимодействия капли с принимающей жидкостью в ходе одного процесса полного слияния. В данной работе особое внимание уделено процессам трансформации свободно падающей капли в режимах полного или частичного слияния и отскока, механизмам преобразования энергии и переноса вещества.

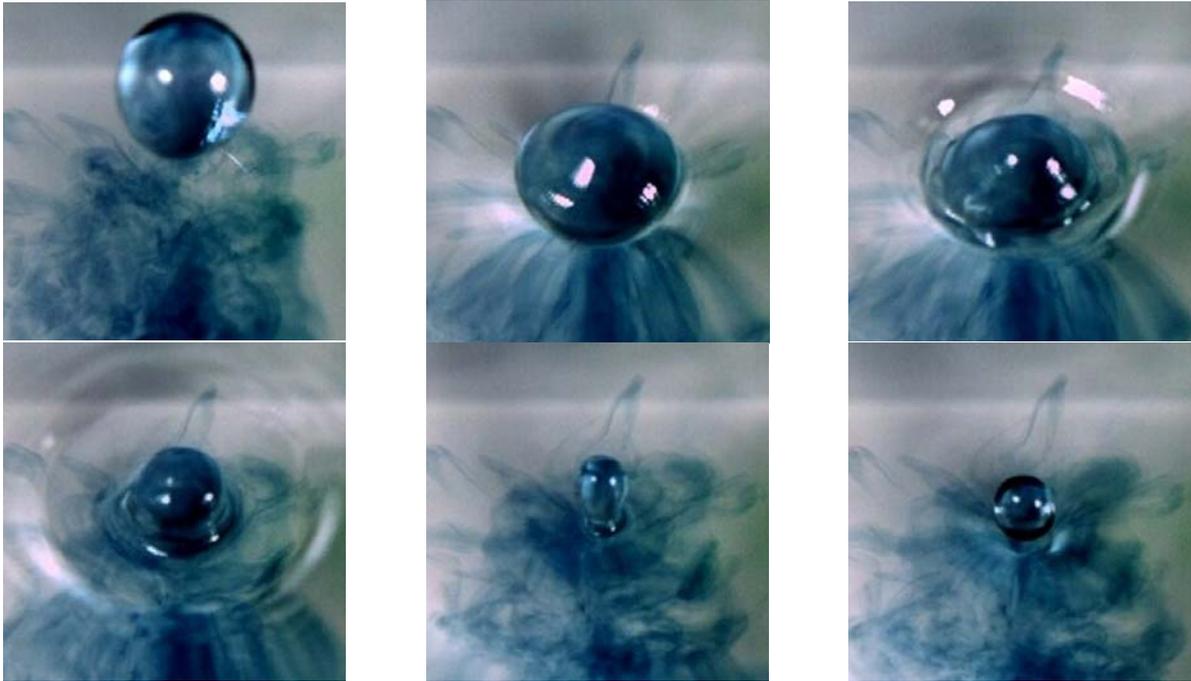


Рис. 1. Этапы слияния вторичной капли с принимающей жидкостью

Опыты выполнены на стенде ТБП, входящем в состав комплекса «УСУ ГФК ИПМех РАН». Капли водного раствора ализариновых чернил (в концентрации от 1:2500 до 1:50) диаметром $D \approx 4$ мм свободно падали с высоты $h = 1 \div 200$ см (скорость $U = 0.34 \div 4.3$ м/с) в частично дегазированную очищенную воду глубиной $h_l = 2$ и 4 см. Картины распределения вещества капли регистрировались методами фото- и высокоскоростной съемки. Для оценки влияния конверсии внутренней энергии при уничтожении или формировании свободной поверхности рассчитывается кинетическая энергия капли $E_d = MU^2 / 2$ и. Доступная потенциальная поверхностная энергия (ДППЭ) $E_\sigma = \sigma S_d$ сосредоточена в тонком шаровом слое $\delta_c \sim 10^{-6}$ см (в опытах ее значение составляло $E_\sigma = 4$ мкДж). Значение кинетической энергии лежало в диапазоне $2.24 < E_k < 360$ мкДж. Параметры опытов: число Рейнольдса $1450 < Re < 18000$, Фруда $2.8 < Fr < 450$, Бонда $Bo = 2.39$, Онезорге $Oh = 0.0018$, Вебера $6.7 < We < 1100$.

Динамика и геометрия течения при слиянии капли с принимающей жидкостью зависят от отношения ДППЭ E_σ кинетической энергии E_k . При малых скоростях па-

дения ($E_k < E_\sigma$) втекающая капля образует интрузию – сплошной объем окрашенной жидкости, формирование каверны начинается с задержкой [9]. Над поверхностью жидкости растекающаяся капля образует коническую окрашенную область с перемычкой, отделяющей остаток капли от формируемой интрузии. Типичные этапы эволюции слияния капли с принимающей жидкостью представлены на рис. 1, форма изменения диаметра перемычки – на рис. 2.

Со временем остаток капли погружается, его диаметр уменьшается. Стягивающаяся перемычка может отсечь часть капли, которая выбрасывается в воздух [10]. Капля, отделенная от принимающей жидкости тонкой воздушной прослойкой, осциллирует и нерегулярно смещается в вертикальном направлении. В дальнейшем наблюдается как упругое отражение, так и частичное поглощение капли, падающей на возмущенную поверхность принимающей жидкости, и вылет нового остатка. Всего в опытах наблюдалось до 6 циклов возвращения и выброса капли.

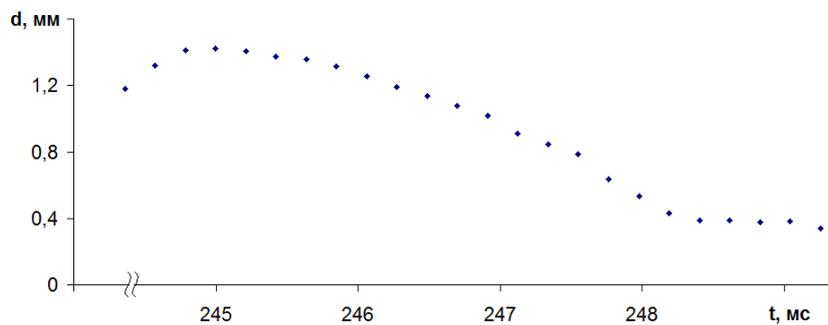


Рис. 2. Изменение диаметра разделяющей перемычки со временем

Длительность процесса слияния и вылета остатка капли последовательно убывает (в опытах – с 8 до 0,5 мс), существенно меньше времени пребывания на поверхности жидкости или в свободном полете (убывает от 100 до 17 мс). При каждом акте частичного слияния диаметр капли уменьшается приблизительно в 2 раза (площадь поверхности уменьшается в 4 раза, а объем в 7-5 раз). Кинетическая энергия, определяемая по скорости и массе капли в момент вылета монотонно убывает, ее величина меняется на 5 порядков. Поверхностная энергия меняется на 3 порядка. Отношение кинетической энергии к поверхностной, как и отношение их плотностей, меняется не монотонно, минимальные значения достигаются на третьем цикле.

Процессы переноса вещества при импакте капли разбавленного водного раствора чернил в воде в режимах быстрого слияния, отскока с сохранением формы и частичного слияния (режимы малых скоростей $E_k \leq E_\sigma$) детально прослежены методами высокоскоростной видеорегистрации. Режим слияния характеризуется трансформацией вещества капли в вихревое кольцо, линейно погружающееся вглубь принимающей жидкости. В режиме частичного отскока часть капель задерживается на деформированной поверхности с последующим образованием короткого всплеска, с вершины которого выбрасывается капля меньшего размера $D_{n-1} \approx 2D_n$. Процесс частичного слияния проходит достаточно быстро, его длительность уменьшается при уменьшении диаметра капли с каждой последующей итерацией (не превышает 8 мс для первичной крупной капли). Скорость вторичных капель может превышать скорость первичной, что указывает на заметное влияние процессов преобразования ДППЭ на различных стадиях течения.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 19-19-00598 "Гидродинамика и энергетика капли и капельных

струй: формирование, движение, распад, взаимодействие с контактной поверхностью"). Эксперименты проведены на стенде ТБП Гидрофизического комплекса для моделирования гидродинамических процессов (УИУ "ГФК ИПМех РАН").

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ray B., Biswas G., Sharma A.* Oblique drop impact on deep and shallow liquid // *Commun. Comput. Phys.* 2012. V. 11(4). P. 1386-1396
2. *Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю.* Множественные выбросы брызг при ударе капли // Доклады РАН. 2020. Т. 494. С. 42–46
3. *Li E. Q., Thoraval M.-J., Marston J. O., Thoroddsen S. T.* Early azimuthal instability during drop impact // *J. Fluid Mech.* 2018. V. 848. P. 821–835.
4. *Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю.* Капиллярные волны на поверхности погружающейся в жидкость капли // Доклады Академии наук. 2015. Т. 465, № 4, с. 548-554.
5. *Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю.* Распад капли на отдельные волокна на границе области контакта с принимающей жидкостью // Доклады РАН. Физика, технические науки. 2021. Т. 497. С. 31–35.
6. *Chashechkin Yu.D.* Conventional partial and new complete solutions of the fundamental equations of fluid mechanics in the problem of periodic internal waves with accompanying ligaments generation // *Mathematics.* 2021. V. 9. No. 586.
7. *Feistel R.* Thermodynamic properties of seawater, ice and humid air: TEOS-10, before and beyond // *Ocean Sciences.* 2018. V. 1. P. 471–502.
8. *Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю.* Полосчатые структуры в картине распределения вещества капли по поверхности принимающей жидкости // Доклады РАН. 2018. Т. 481. № 2. С. 145 -150.
9. *Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю.* Задержка формирования каверны в интрузивном режиме слияния свободно падающей капли с принимающей жидкостью // Доклады РАН. 2021. том 496, с. 34–39.
10. *Chashechkin Yu. D., Илюных А.Ю.* Total coalescence, rebound and fast partial bounce: three kinds of interaction of free fallen drop with a target fluid. *Fluid Dynamics & Material Processing (FDMP).* 2020. V. 16, No. 4, pp. 801-811.



РАСПАД КОНТАКТНОЙ ПОВЕРХНОСТИ И ПОСЛЕДУЮЩАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ТОНКИХ ТЕЧЕНИЙ ИМПАКТА КАПЛИ

А.Ю. Ильиных

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

e-mail: ilynykh@ipmnet.ru

Актуальность исследований импакта капли обусловлена обилием практических приложений и широким диапазоном масштабов природных процессов, на свойства которых влияют столкновения капель и разлетающиеся мелкие брызги. Капельные технологии используются в химической, нефтехимической и биохимической промышленности, в системах пожаротушения и для профилактики возгораний [1]. Большое внимание уделяется анализу механизмов капельного обмена минеральными и органическими веществами, биоматериалами (вирусами, микробами) между атмосферой и гидросферой [2].

Внимание к тонким механизмам переноса вещества и трансформации энергии обусловлено их включением в систему дифференциальных уравнений [3] и практической важностью для понимания энергетики процесса столкновения капель. Наиболее тонкие, быстрые и сложные процессы происходят на границе сливающихся жидкостей, где компактный объем (капля) распадается на тонкие быстрые волокна, реализующие механизм переноса вещества.

Целью настоящей работы является экспериментальное исследование механизмов формирования, геометрии и эволюции тонких компонентов течений, образующихся в области распада линии контакта жидкостей при свободном падении капли в глубокую жидкость, и их дальнейшая эволюция.

Опыты выполнены на стенде ТБП, входящем в состав комплекса «УСУ ГФК ИПМех РАН». Исследования проводились методами фото- и высокоскоростной видеосъемки в режиме формирования выраженной обратной (кумулятивной) струи [4]. Капли чистой дегазированной воды, водных растворов чернил, медного и железного купороса диаметром $D \sim 4$ мм свободно падали в слой чистой воды с высоты $h = 50 \div 60$ см в однородном поле силы тяжести g , достигая к моменту соприкосновения скорости $U = 2.5 \div 3.5$ м/с. В набор размерных параметров задачи входят основные характеристики взаимодействующих сред: плотности $\rho_{d,t,e}$ кинематические $\nu_{d,t,e}$ и динамические $\eta_{d,t,e}$ вязкости, коэффициенты поверхностного натяжения σ_d^a , σ_t^a и их отношения. Работе оценивались кинетические $E_d = MU^2 / 2$ и поверхностные $E_\sigma = \sigma S_d$ энергии капель, их плотности и отношения.

Различные комбинации размерных параметров образуют набор безразмерных параметров, которыми задаются классификации режимов течений. К ним относятся: число Рейнольдса $Re = \rho UD / \eta = 9 \cdot 10^3 \div 17 \cdot 10^3$, число Фруда $Fr = U^2 / gD = 230 \div 420$; число Вебера $We = \rho U^2 D / \sigma = 800 \div 1000$, Бонда $Bo = gD^2 / \gamma = 2.45 \div 2.65$; Онезорге

$Oh = \nu / \sqrt{\gamma D} = 18 \cdot 10^{-4} \div 20 \cdot 10^{-4}$. Масштабы задачи лежат в широком диапазоне – для воды наибольший и наименьший масштабы длины составили от $\delta_{\min} = \delta_\gamma^v = 1.4 \cdot 10^{-6}$ см, $\tau_{\min} = \tau_\gamma^v = 1.9 \cdot 10^{-10}$ с до $\delta_{\max} = \delta_g^v = 0.27$ см, $\tau_{\max} = \tau_v^D = 17.6$ с.

Поверхностная энергия, обусловленная анизотропией действия атомно-молекулярных сил на контактных границах, равномерно распределена в тонком шаровом слое толщиной порядка размера молекулярного кластера $\delta_\sigma \sim 10^{-6}$ см. В момент контакта за короткое время $\Delta t_s \sim 10^{-10}$ с происходит уничтожение тонкого слоя толщиной $\delta_s \sim 10^{-8}$ см, а затем – слияние жидкостей (уничтожение приповерхностных слоев) на масштабе δ_σ , и выброс из области слияния отдельных тонких стримеров. За время $\Delta t_\sigma = \delta_\sigma / U \sim 10^{-8}$ с в выражении для термодинамического потенциала Гиббса $dg_s = -sdT + VdP + \sigma dS_b + \mu_n dN_n$ исчезают дополнительные члены σdS_b (пропорциональные изменению площадей контактирующих поверхностей) и $\mu_n dN_n$ [5]. Основную долю энергии капли (более 97%) составляет кинетическая энергия, распределенная во всем объеме капли, однако ввиду тонкости границы, плотность поверхностной энергии на несколько порядков превышает плотность кинетической энергии.

Длительное действие ускоряющего течения механизма уничтожения свободных

поверхностей предопределяет геометрию поступления вещества капли в растущий венец в форме быстрых струй (лигаментов), образующих линейчатые структуры на дне каверны, а также обеспечивает продолжительность процесса удлинения стримеров и исторжения мелких капелек с их вершин. Размер, количество и угловое положение вылетающих капелек и брызг определяется соотношением кинетической и потенциальной энергии капли: при $E_k > E_\sigma$ (режим всплеска) наблюдается множественность источников брызг из области слияния жидкостей [6] (рис. 1, а).

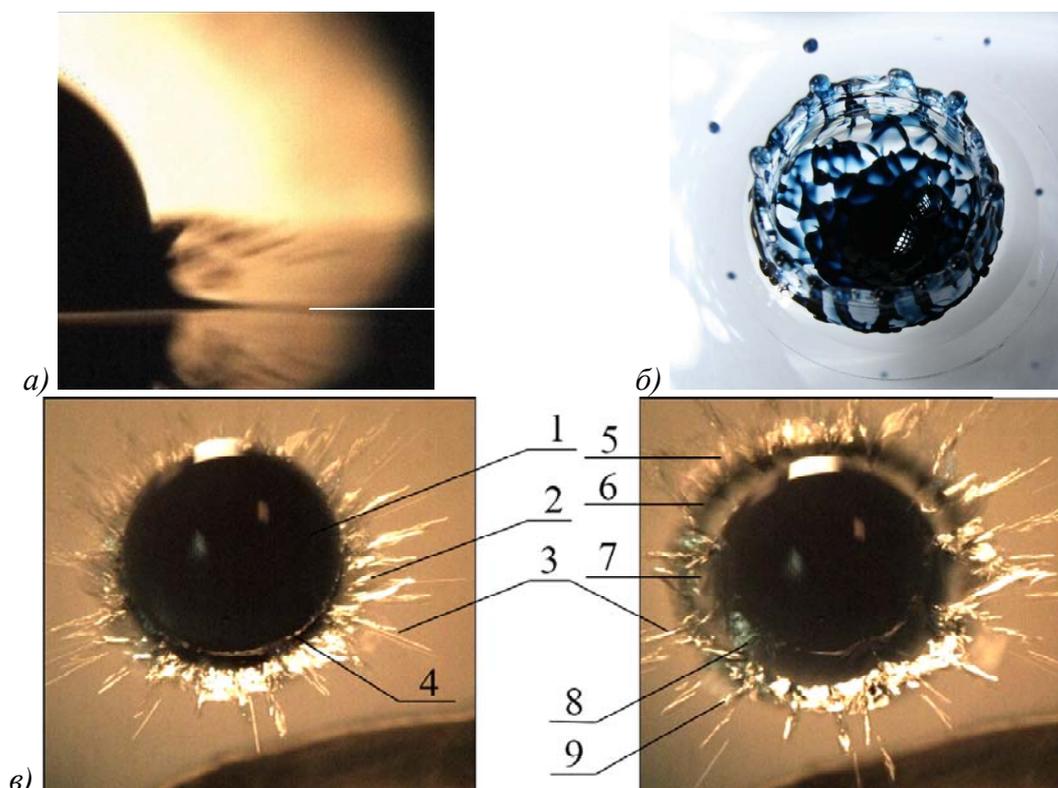


Рис. 1 Распад контактной поверхности на множественные брызги (а), картины распределения вещества капли в форме дискретных структур с ячейками и вихревыми узлами в процессе эволюции импакта капли (б), формирование структуры тонких течений (в): 1 – капля, 2 – изрезанная кромка пелены, 3 – брызги, 4 – линия контакта сливающихся жидкостей с капиллярными волнами, 5 – тонкая пелена, 6, 7 – поверхности венца и каверн, 8 – группы капиллярных волн на поверхности капли, 9 – шипы венца

Попадание мелких брызг на криволинейную поверхность погружающейся капли генерирует группы капиллярных волн, периодически расположенных по линии контакта жидкостей. Структура распада контактной границы включает обилие компонентов течений (рис. 1, в), геометрия которых рассматривалась в [7].

По мере развития тонких приповерхностных течений вещество капли распределяется дискретным образом, собирается в тонких линейчатых элементах – волокнах. В верхнем ряду венца волокна образуют вертикальную линейчатую структуру. На поверхности каверны выражена сетчатая структура, включающая трех-, четырех- и пятиугольные ячейки. Линейчатые структуры устойчиво воспроизводятся, наблюдаются во всех фазах процесса слияния капли: на растущей каверне и венце, а также на заполняющейся каверне и погружающемся венце, сохраняются до распада кумулятивной струи [8]. Положение и пространственная ориентация волокон со временем меняются.

Результаты большого числа опытов показали устойчиво воспроизводимый, об-

ширный набор тонких течений, образующихся в зоне слияния свободно падающей капли с поверхностью принимающей жидкости, среди которых выделяются быстрые струи, переносящие вещество капли волокна (лигаменты), капиллярные волны, зубцы, шипы, брызги, периодически возмущенную структуру поверхности венца и резкие границы ячеек. Генерация быстрых компонентов импакта капли обусловлена процессами конверсии доступной потенциальной поверхностной энергии в другие формы (флуктуации давления и температуры, движение новых компонентов с образованием новых поверхностей) в зоне слияния при уничтожении контактных поверхностей. Дальнейшая эволюция тонких течений включает формирование венца и каверны с дискретным распределением вещества, выброс брызг, а также генерацию коротких капиллярных волн на вновь образованных компонентах течений.

Благодарности. Работа выполнена теме госзадания АААА-А20-120011690131-7 «Создание аналитико-численных алгоритмов для изучения процессов в механике природных катастроф, механике сплошных сред, термодинамике и квантовой механике, изучение волновых, конвективных, тепловых и фрагментационных процессов в сложных жидкостях и разработка согласованных методов теоретических и экспериментальных исследований механики и термодинамики течений жидкостей на основе системы фундаментальных уравнений». Эксперименты проведены на стенде ТБП Гидрофизического комплекса для моделирования гидродинамических процессов (УИУ "ГФК ИПМех РАН").

ЛИТЕРАТУРА

1. *Lan M., Wang X., Zhu P., Chen P.* Experimental Study on the Dynamic Process of a Water Drop with Additives Impact upon Hot Liquid Fuel Surfaces // *Energy Procedia*. 2015. V. 66. P. 173 – 176
2. *Fitt B. D. L., McCartney H. A., Walkalate P.* The Role of Rain in Dispersal of Pathogen Inoculum // *Annual Review of Phytopathology*. 1989. V. 27. P. 241–270.
3. *Chashechkin Yu.D.* Conventional partial and new complete solutions of the fundamental equations of fluid mechanics in the problem of periodic internal waves with accompanying ligaments generation // *Mathematics*. 2021. V. 9. No. 586.
4. *Ray B., Biswas G., Sharma A.* Oblique drop impact on deep and shallow liquid // *Commun. Comput. Phys.* 2012. V. 11(4). P. 1386-1396
5. *Teschke O., de Souza E.F.* Water molecule clusters measured at water/air interfaces using atomic force microscopy // *Phys. Chem. Chem. Phys.* 2005. V. 7 (22). P. 3856 -3865.
6. *Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю.* Множественные выбросы брызг при ударе капли // Доклады РАН. 2020. Т. 494. С. 42–46
7. *Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю.* Распад капли на отдельные волокна на границе области контакта с принимающей жидкостью // Доклады РАН. Физика, технические науки. 2021. Т. 497. С. 31–35.
8. *Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю.* Полосчатые структуры в картине распределения вещества капли по поверхности принимающей жидкости // Доклады РАН. 2018. Т. 481. № 2. С. 145 -150.



ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ПРОДУКТОВ ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ В ТЕЧЕНИЯХ ИМПАКТА КАПЛИ

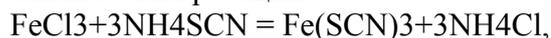
А.Ю. Ильиных, Ю.Д. Чашечкин
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
e-mail: ilynykh@ipmnet.ru, yulidch@gmail.com

Актуальность исследования импакта капли (совокупности процессов, сопровождающих ее столкновение с принимающей жидкостью) обусловлена содержательностью темы и широким набором практических задач. Система уравнений задачи, помимо начальных и граничных условий, включает уравнения состояния для потенциала Гиббса и дифференциальные уравнения переноса импульса, энергии и вещества [1]. Вещества из падающей капли переносятся в принимающую жидкость быстрыми струйками [2], образующими линейчатые и сетчатые картины распределения вещества капли на поверхности венца и каверны [3], а на больших временах -- мелкими и крупными [4] вихрями в толще принимающей жидкости. Компактные вихри, формирующиеся на поверхности растущей каверны при достаточно больших числах Рейнольдса, со временем трансформируются в системы наклонных петель [5].

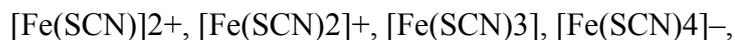
Для визуализации тонких быстропротекающих процессов переноса вещества капли используются методы видеорегистрации картины химически инертных красителей [5]. Изучение течений импакта капли с химическими реакциями необходимо для разделения вклада физических и химических процессов, развития химических, био- и нефтехимических технологий. В данной работе впервые визуализирована эволюция тонкой структуры областей протекания химической реакции в течениях импакта капли.

Опыты выполнены на стенде ТБП, входящем в состав комплекса «УСУ ГФК ИПМех РАН». В опытах капли частично дегазированной воды и водного раствора хлорного железа (III) FeCl_3 (концентрации 1%, 4%, 8% и 16%) диаметром $D = 0.42$ см свободно падали в водный раствор роданида аммония NH_4SCN (20%) в режиме формирования выраженного центрального всплеска (высота падения $H = 53$ см).

Растворенные в воде соли диссоциируют. При контакте растворов протекает комплекс химических реакций



с образованием находящихся в динамичном равновесии ярко окрашенных комплексов железа



которые и визуализируют области контакта двух прореагировавших жидкостей.

В набор физических величин, определяющих динамику и структуру капельных течений, в числе других входят диаметр D , площадь поверхности S_d , объем V , масса M , скорость капли U в момент контакта. Коэффициенты поверхностного натяжения растворов σ_d и σ_t измерялись методом кольца с помощью тензиометра TD-1 Lauda (Германия), вязкость жидкости измерялась капиллярным методом на вискозиметре ВПЖ-3.

Для оценки влияния конверсии внутренней энергии при уничтожении или формировании свободной поверхности рассчитывается кинетическая энергия капли $E_d = MU^2 / 2$ и доступная потенциальная поверхностная энергия (ДППЭ) $E_\sigma = \sigma S_d$, сосредоточенная в тонком шаровом слое толщиной порядка размера молекулярного кластера $\delta_c \sim 10^{-6}$ см.

В результате проведения опытов с каплями водного раствора хлорного железа,

падающими в раствор роданида аммония, был прослежен начальный рост каверны с гладкими стенками и неровным дном (через $\Delta t \sim 1$ мс), окрашенной продуктами химической реакции, трансформация выступов в вихри диаметрами $d_v \sim 0.5$ мм, расположенные ярусами на поверхности каверны (2-4 яруса) и на ее дне (донная петля, Рис. 1), трансформация вихрей в растущие наклонные петли) и их расплывание под действием процессов диффузии.

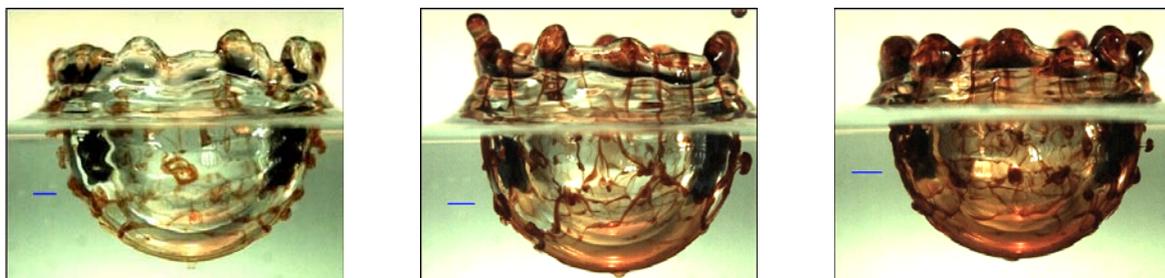


Рис. 1. Распределение раствора хлорного железа в концентрации 1, 4, 8% в 20% на стенках каверны в растворе роданида аммония

Дальнейшая эволюция картины течения с химическими реакциями в фазе образования петель приведена на Рис. 2. Рост всех петель продолжается до начала фазы формирования всплеска ($t \approx 50$ мс) и описывается функциями вида $l(t) = 10^{-8}t^5 + c$, $l = [\text{мм}]$, $t = [\text{мс}]$.

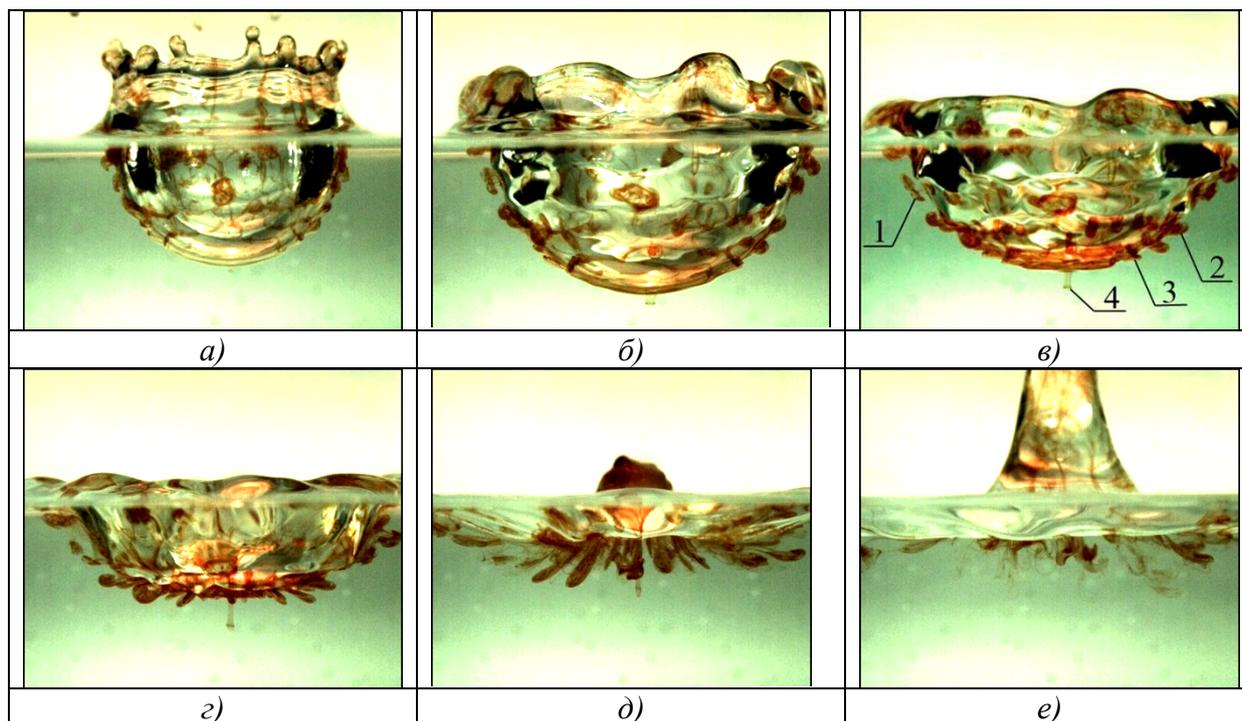


Рис. 5. Эволюция картины течения при слиянии капли 1% раствора хлорного железа с 20% раствором роданида аммония: а – е) – $t = 10, 27, 35, 41, 52, 79$ мс

Точки резкого изменения характера развития боковых вихрей находятся на временном промежутке $t = 31 \div 34$ мс, которому соответствует резкое увеличение амплитуд волн, искривляющих поверхность каверны, и переход к фазе формирования центрального всплеска. Геометрия течения приведена на Рис. 3.

Яркие продукты химической реакции, маркирующие тонкие течения в области слияния капли с жидкостью, с применением метода высокоскоростной регистрации картин течений позволили наблюдать процессы формирования последовательностей вихрей и их трансформации в вытянутые наклонные петли и узлы сетчатой картины распределения вещества на поверхности каверны в режиме формирования обратной струи.

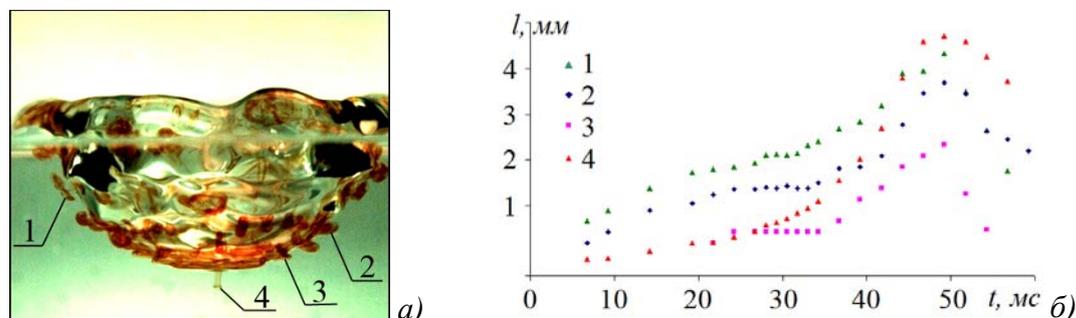


Рис. 3. Динамика распределения продуктов реакции: а) -- схлопывающаяся каверна с группой вихрей на поверхности, б) -- изменение длин петель: 1 – 3 первого, второго и третьего ярусов, 4 – центральной донной струйки

Анализ картин течений в наборе опытов показал, что число, динамика и геометрические характеристики (длины, формы внутренняя структура) петель практически не зависят от концентрации взаимодействующих растворов. Тонкие окрашенные петли, проникающие вглубь принимающей жидкости, реализуют один из механизмов переноса энергии и вещества капли.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 19-19-00598 "Гидродинамика и энергетика капли и капельных струй: формирование, движение, распад, взаимодействие с контактной поверхностью"). Эксперименты проведены на стенде ТБП Гидрофизического комплекса для моделирования гидродинамических процессов (УИУ "ГФК ИПМех РАН").

ЛИТЕРАТУРА

1. Чашечкин Ю.Д. Эволюция тонкоструктурного распределение вещества свободно падающей капли в смешивающихся жидкостях // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2019. Т. 55. № 3. С. 67 – 77.
2. Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю. Распад капли на отдельные волокна на границе области контакта с принимающей жидкостью // Доклады РАН. Физика, технические науки. 2021. Т. 497. С. 31–35.
3. Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю. Полосчатые структуры в картине распределения вещества капли по поверхности принимающей жидкости // Доклады РАН. 2018. Т. 481. № 2. С. 145–150.
4. Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю. Задержка формирования каверны в интрузивном режиме слияния свободно падающей капли с принимающей жидкостью // Доклады РАН. 2021. Т. 496. С. 34–39.
5. Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю. Множественные выбросы брызг при ударе капли // Доклады РАН. 2020. Т. 494. С. 42–46.



О РАСПРОСТРАНЕНИИ УПРУГИХ ВОЛН В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ ТЕТРАГОНАЛЬНОЙ СИНГОНИИ С ТЕРМОУПРУГИМИ СВОЙСТВАМИ

Н.А. Испулов, А.Ж. Жумабеков, К.К. Абишев, К.Р. Досумбеков
Некоммерческое АО "Торайгыров университет", Павлодар, Казахстан
e-mail: almar89-89@mail.ru

МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

Метод исследования – метод матрицанта [1], который позволяет получать точные аналитические решения дифференциальных уравнений, описывающих связанные волновые процессы в средах с пьезоэлектрическими, пьезомагнитными, термоупругими и термо-пьезоэлектрическими свойствами [2-7]. Метод заключается в сведении исходных уравнений движения, на основе метода разделения переменных (представление решения в виде плоских волн), к эквивалентной системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами и построении структуры матрицанта (нормированная матрица фундаментальных решений).

МАТРИЧНАЯ ФОРМУЛИРОВКА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТЕРМОУПРУГИХ ВОЛН

Распространение термоупругих волн в анизотропных средах описывается уравнениями движения, которые решаются совместно с уравнением теплопроводности Фурье и уравнением теплового потока, соответственно имеющие вид [8]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{XX}}{\partial X} + \frac{\partial \sigma_{XY}}{\partial Y} + \frac{\partial \sigma_{XZ}}{\partial Z} &= \rho \frac{\partial^2 U_X}{\partial t^2}; \quad \frac{\partial \sigma_{XY}}{\partial X} + \frac{\partial \sigma_{YY}}{\partial Y} + \frac{\partial \sigma_{YZ}}{\partial Z} = \rho \frac{\partial^2 U_Y}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial \sigma_{XZ}}{\partial X} + \frac{\partial \sigma_{YZ}}{\partial Y} + \frac{\partial \sigma_{ZZ}}{\partial Z} &= \rho \frac{\partial^2 U_Z}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\lambda_{ij} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} = -q_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial x_i} = -i\omega \beta_{ij} \varepsilon_{ij} - i\omega \frac{c_\varepsilon}{T_0} \theta \quad (3)$$

где σ_{ij} – тензор механического напряжения, ρ – плотность среды, λ_{ij} – тензор теплопроводности, q_i – вектор притока тепла, ω – круговая частота, β_{ij} – термомеханические параметры среды, $\beta_{ij} = \beta_{ji}$, ε_{ij} – тензор деформации, c_ε – теплоёмкость при постоянной деформации, $\theta = T - T_0$ – приращение температуры по сравнению с температурой естественного состояния T_0 , $\left| \frac{\theta}{T_0} \right| \ll 1$ для малых деформаций.

Физико - механические величины связаны соотношением Дюгамеля-Неймана:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \varepsilon_{kl} - \beta_{ij} \theta \quad (4)$$

здесь c_{ijkl} - упругие параметры среды, $c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{ijlk} = c_{klij}$; ε_{kl} - тензор Коши для малых деформаций.

Уравнения (1), (2), (3), (4) определяют взаимосвязь механического напряжения и температуры как функцию независимых переменных - теплового поля и деформации и составляют замкнутую систему уравнений термоупругости, описывающую распростра-

нение упругих волн в термоупругих анизотропных средах.

На основе метода разделения переменных в случае гармонической функции времени:

$$\left[U_i(x, y, z, t); \sigma_{ij}(x, y, z, t); \theta; q_x \right] = \left[U_i(x), \sigma_{ij}(x), \theta; q_x \right] e^{i(\omega t - ny - lz)} \quad (5)$$

Система уравнений (1) – (4) сводится к системе дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами, описывающей распространение гармонических волн:

$$\frac{d\vec{W}}{dx} = B\vec{W} \quad (6)$$

где \vec{W} – вектор-столбец граничных условий, $u_x(x)$, $u_y(x)$, $u_z(x)$ – проекции вектора смещения на соответствующие координатные оси, $m=k_x$, $n=k_y$, $l=k_z$, представляют x , y и z - компоненты волнового вектора \mathbf{k} , соответственно;

$B = \mathbf{B} \left[c_{ijkl}(x), \beta_{ij}(x), \theta, \omega, m, n, l \right]$ – матрица коэффициентов, элементы которой содержат параметры среды, в которой распространяются термоупругие волны.

Вектор \vec{W} имеет форму:

$$\vec{W}(x, y, z, t) = [u_x(x), \sigma_{xx}, u_y(x), \sigma_{xy}, u_z(x), \sigma_{xz}, \theta, q_x]^t \exp(i\omega t - iny - ilz) \quad (7)$$

Символ t указывает транспонирование вектора-строки в вектор-столбец.

Неоднородность среды предполагается вдоль оси X . При построении матрицы коэффициентов B используется как представление решения (5), система уравнений (1) - (4) находится в производных по координате X , а исключаемые компоненты тензора напряжений не входят в граничные условия. Множитель $\exp(i\omega t - iny - ilz)$ далее опущен.

В этом случае, структура матрицы коэффициентов B и вектор-столбец \vec{W} граничных условий для тетрагональной сингонии имеют вид:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} & 0 & b_{15} & 0 & b_{17} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & b_{24} & 0 & b_{26} & 0 & 0 \\ b_{24} & 0 & 0 & b_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{13} & b_{43} & 0 & b_{45} & 0 & b_{47} & 0 \\ b_{26} & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{56} & 0 & 0 \\ 0 & b_{15} & b_{45} & 0 & b_{65} & 0 & b_{67} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{78} \\ 0 & i\omega b_{17} & i\omega b_{47} & 0 & i\omega b_{67} & 0 & b_{87} & 0 \end{bmatrix}; \vec{W} = \begin{pmatrix} u_x \\ \sigma_{xx} \\ u_y \\ \sigma_{xy} \\ u_z \\ \sigma_{xz} \\ \theta \\ q_x \end{pmatrix} \quad (8)$$

Из структуры матрицы коэффициентов (8) следует, что в пространственном случае упругие волны разной поляризации и тепловая волна взаимосвязаны. Это подтверждается расположением коэффициентов b_{13} , b_{24} , b_{17} , b_{26} , b_{15} , b_{45} , b_{47} , b_{67} .

Ненулевые элементы матрицы коэффициентов B $b_{13} = \frac{c_{12}}{c_{11}} in$; $b_{24} = in$ определяют взаимное преобразование продольных и поперечных X -поляризованных волн. Элементы $b_{15} = \frac{c_{13}}{c_{11}} il$; $b_{26} = il$ описывают связь поперечной X -поляризации с продольной вол-

ной. Ненулевой элемент $b_{45} = \left(c_{44} + c_{13} - \frac{c_{12}c_{13}}{c_{11}} \right) nl$ определяет взаимную трансформацию между волнами поперечной поляризации.

Тот факт, что коэффициент $b_{17} = \frac{\beta_{11} + \beta_{13}}{c_{11}}$ означает, что продольная волна распространяется с наличием термоупругого эффекта.

$$\text{Элементы } b_{47} \text{ и } b_{67}: b_{47} = \left(\frac{c_{12}}{c_{11}} - 1 \right) (\beta_{11} + \beta_{13}) in; b_{67} = \left(\frac{c_{13}}{c_{11}} (\beta_{11} + \beta_{13}) - (2\beta_{13} + \beta_{33}) \right) il$$

указывают влияние термоупругого эффекта на упругие волны поперечных поляризаций. При этом описывается эффект термоупругого воздействия b_{47} на упругую поперечную волну Y-поляризации, а b_{67} – термоупругого воздействия на поперечную волну Z-поляризации.

Аналогично для термоупругих волн, распространяющихся в анизотропной среде тетрагональной сингонии (422, 4 mm, 4/mmm классы), получены структуры матриц коэффициентов распространения термоупругих волн в анизотропной среде тетрагональной сингонии в плоскости XY и XZ, определяющие типы волн и взаимную трансформацию волн разной поляризации.

Настоящая работа посвящена вопросам распространения упругих (механических) волн в анизотропных термоупругих средах тетрагональной сингонии (422, 4 mm, 4/mmm классы) в случае оси симметрии второго порядка и неоднородности по оси X. Построена система дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами. Получены матрицы коэффициентов анизотропной среды тетрагональной системы для трехмерного, двух- и одномерного случаев.

Работа выполнена при финансовой поддержке Комитета науки Министерства образования и науки Республики Казахстан (грант № AP08856290).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Тлеукенов С.К.* Метод матрицанта. Павлодар, ПГУ им. С. Торайгырова. 2004. - 172 стр.
2. *Tleukenov S.K., Zhukenov M. K., Ispulov N.A.* Propagation of electromagnetic waves in anisotropic magnetoelectric medium. Bulletin of the University of Karaganda-Physics Volume: 2 Issue: 94 Pages: 29-34. Published: 2019.
3. *N.A. Ispulov, A. Qadir, M.A. Shah et al.* "Reflection of thermoelastic wave on the interface of isotropic half-space and tetragonal syngony anisotropic medium of classes 4, 4/m with thermomechanical effect," Chinese Physics B, vol. 25, no. 3, Article ID 038102, 2016.
4. *Ispulov N.A. Qadir A., Zhukenov M.K., Arinov E.* The Propagation of Thermoelastic Waves in Anisotropic Media of Orthorhombic, Hexagonal, and Tetragonal Syngonies, Advances in Mathematical Physics, Number of article: 4898467, DOI: 1155/2017/4898467 – 2017.
5. *Ispulov N.A., Qadir A., Zhukenov M.K., Dossanov T.S., Kissikov T.G.* The Analytical Form of the Dispersion Equation of Elastic Waves in Periodically Inhomogeneous Medium of Different Classes of Crystals. Advances in Mathematical Physics. Number of article: 5236898, DOI: 10.1155/2017/5236898 - 2017.
6. *Kurmanov A.A., Ispulov N.A., Abdul Qadir, Zhumabekov A.Zh., Sarymova Sh.N., Dossymbekov K.R.* Propagation of electromagnetic waves in stationary anisotropic media,

- Physica Scripta, 96, Number of article: 085505, DOI: 10.1088/1402-4896/abfe87 – 2021.
7. Досумбеков К.Р., Испулов Н.А., Курманов А.А., Жумабеков А.Ж. Распространение электромагнитных волн в холестерических жидких кристаллах // Изв. вузов. Физика (Russian Physics Journal). 2021. № 8. С. 9–15. DOI: 10.17223/00213411/64/8/9.
 8. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1986. 556 с.



АКУСТОТЕРМИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ ПРИ СИЛЬНО НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ГАЗА В ОДНОРОДНОЙ ЗАКРЫТОЙ ТРУБЕ НА РЕЗОНАНСЕ

А.А. Кабиров, Д.А. Губайдуллин

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт механики и машиностроения Казанского научного центра Российской академии наук, г. Казань
e-mail: grimoruu@yandex.ru*

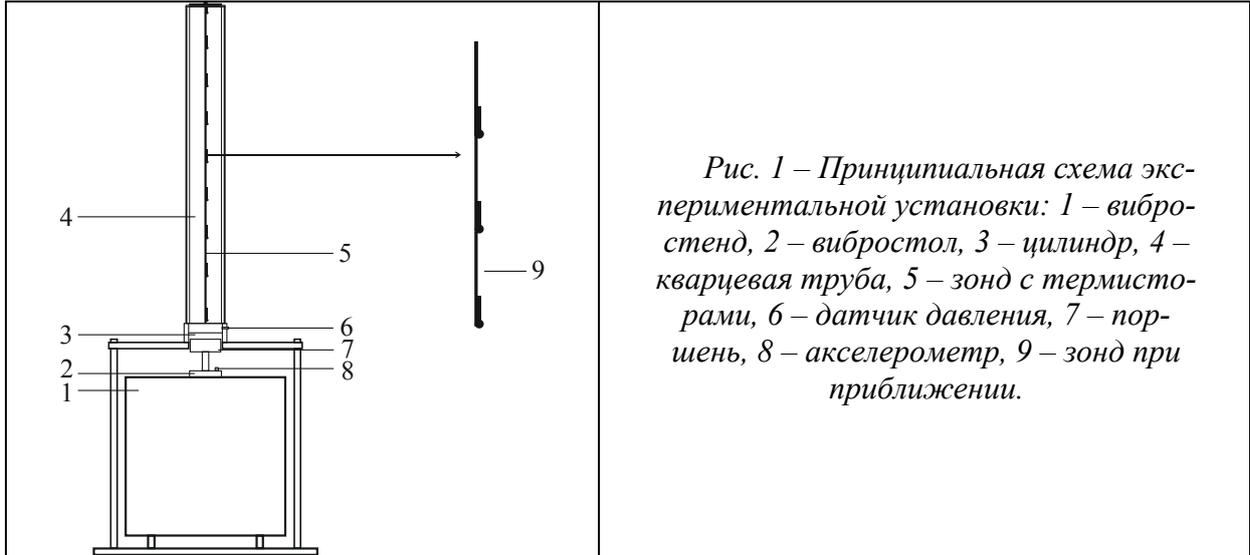
Изучение нелинейных эффектов, возникающих при резонансных колебаниях газа, актуальна для фундаментальных исследований и в практических приложениях. Особенно представляют интерес такие эффекты, как термоакустические процессы в трубах. Известна работа [1] по исследованиям распределения теплового потока вдоль закрытой трубы при резонансных колебаниях газа. В работе [2] аналитически обоснованы особенности течения теплового потока в замкнутой цилиндрической трубе на резонансных частотах. Благодаря термоакустическим эффектам происходит преобразование энергии, что может быть использовано при созданиях тепловых насосов и холодильников. В работе [3] представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований тепловых вторичных эффектов, возникающих при нелинейных колебаниях газа в открытой трубе. В работе [4] показаны результаты исследований уже в открытой трубе с переходным сечением вблизи собственных частот. Результаты исследований могут быть полезны при производстве тепловых насосов и холодильников.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Исследования выполнялись на экспериментальной установке (рис. 1) на базе вибростенда 1 марки TIRAvib S 5220/LS фирмы TIRA. На стол виброгенератора 2 при помощи штока устанавливался плоский поршень 7 диаметром $2R = 0.1$ м, который двигался по синусоидальному закону в цилиндре 3 аналогичного диаметра. Кварцевая труба 4 диаметром $2R = 0.1$ м была вклеена в верхнюю и нижнюю насадки и удерживалась в вертикальном положении. Пассивный конец трубы был герметично закрыт. Общая длина трубы от поршня до верхней насадки $L = 0.938$ м.

Управление и контроль над вибратором выполнялось с помощью пьезоэлектрического ИЕРЕ акселерометра 8 4513 фирмы Bruel & Kjaer (Дания) и контроллера VR9500 фирмы Vibration Research Corporation (США) посредством специального программного обеспечения VibrationVIEW. В отверстие нижней насадки закручивался пьезоэлектрический датчик давления 6 модели 8530C-15 фирмы Bruel & Kjaer (Дания), сигнал с которого через трехканальный мостовой усилитель напряжения подавался на цифровой осциллограф.

Для измерения температуры использовался термистор модели B57861-S103-F40 [3] (рис. 2), запаянный на зонде 5, расположенного на оси трубы. Исследования проводились на расстоянии $x = 0.1$ м между каждым измерением вдоль трубы.



РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В результате экспериментальных исследований были получены результаты нелинейных колебаний газа вблизи резонансной частоты $\nu_1 = 182$ Гц для амплитуды хождения поршня $l = 0.375$ мм [6]. Оценка теоретической резонансной частоты была выполнена по известной зависимости [5]:

$$\nu_1^* = \frac{c_0 m}{2L(1 + \beta')}, \quad \beta' = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{R}{\delta} \frac{\chi - 1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right)$$

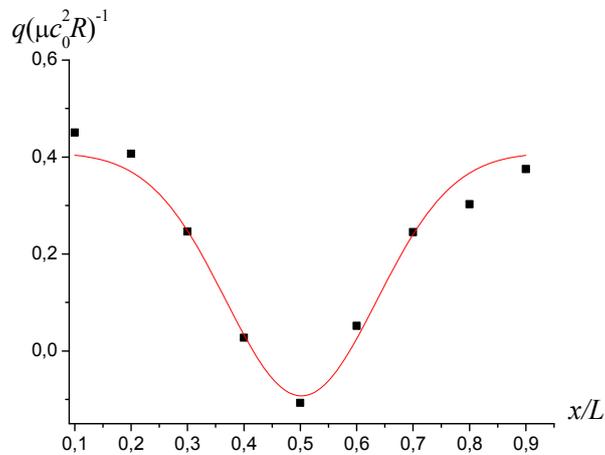


Рис. 3. Зависимость теплового потока q от положения датчика вдоль трубы x , при резонансной частоте колебаний газа 182 Гц для амплитуды возбуждения 0.375 мм. Точки – экспериментальные данные, сплошная линия – аппроксимация Лоренца.

На основе экспериментальных значений температуры был рассчитан тепловой поток по формуле:

$$q = \lambda (T_c - T)$$

где λ – коэффициент теплопроводности воздуха, T_c – температура окружающей среды. По полученным данным построены распределения теплового потока вдоль трубы на рис. 3, где видно, что различные участки по длине трубы в резонансе нагреваются

неравномерно. На концах трубы тепловой поток положителен и вызывает разогрев соответствующих участков стенок трубы. В средней части трубы тепловой поток уменьшается до нуля и становится отрицательным. Это говорит, что в середине трубы происходит охлаждение газа относительно температуры окружающей среды.

Экспериментально исследован акустотермический эффект при нелинейных колебаниях газа в закрытой трубе на резонансной частоте возбуждения газа. Выявлено неравномерное распределение теплового потока вдоль трубы. Показано что вблизи поршня и на пассивном конце трубы тепловой поток положителен и максимален, что свидетельствует о разогреве газа на этих участках, соответствующий пучностям давления. В середине трубы тепловой поток отрицательный, что говорит об охлаждении газа в этой области, где скорость газа максимальна.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-31-90062.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Merkli P.* Thermoacoustic effects in a resonance tube // J. Fluid Mech. 1975. Vol. 70. № 1. P. 161 – 175.
2. *Галиуллин Р.Г.* Акустотермические эффекты при колебаниях большой амплитуды в закрытой трубе // Инженерно-физический журнал. 1984. Т. 47. № 1. С. 34 – 41.
3. *Tkachenko L.A., Shaidullin L.R., Kabirov A.A.* Acoustothermal Effects with Nonlinear Resonance Oscillations of a Gas in an Open Tube // Lobachevskii Journal of Mathematics 2019 V. 40. № 6. P. 808 – 813.
4. *Tkachenko L.A., Shaidullin L.R., Kabirov A.A.* Acoustothermal Effect in an Open Tube with Section Leap for Nonlinear Gas Oscillations // Lobachevskii Journal of Mathematics 2020 V. 41. № 7. P. 1300 – 1304.
5. *Ilgatov M.A., Zaripov R.G., Galiullin R.G., Repin V.B.* Nonlinear oscillations of a gas in a tube // Appl. Mech. Rev. 1996. V. 49. № 3. P. 137 – 154.
6. *Зарипов Р.Г., Кашанов Н.Ф., Ткаченко Л.А., Шайдуллин Л.Р.* Сильно нелинейные резонансные колебания газа в закрытой трубе // Journal of Physics: Conference Series 2016 669(1)



О СУЩЕСТВОВАНИИ АНОМАЛЬНЫХ ВОЛНОВЫХ ЯВЛЕНИЙ В СПЛОШНЫХ СРЕДАХ

В.К. Казанков¹, С.Е. Холодова¹, С.И. Перегудин²

¹*Университет ИТМО, Санкт-Петербург,*

e-mail: v.kazankov98@gmail.com, kholodovase@yandex.ru

²*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург,*

e-mail: peregudinsi@yandex.ru

Рассматривается задача о возможности существования особого нелинейного эффекта, возникающего в морской среде, называемого «волнами-убийцами». Волны-убийцы – феномен, не поддающийся описанию средствами аппарата линейной теории волн, существование которого не вызывает сомнений [1]. Существуют разные гипотезы, объясняющие возникновение волн-убийц, но при этом нет общепринятой точки зрения о природе их появления. В работе представляется формальный аппарат, обоб-

шающий понятие динамической системы, в котором удаётся сформулировать необходимые условия, накладываемые на систему, определяющие возникновение волны-убийцы.

Известно, что в океанах возникают аномально большие волны, которые имеют разные формы и профили, но существуют и характерные черты, такие, как внезапное возникновение, сравнительно малый временной промежуток жизни и огромный разрушительный потенциал. Этот феномен получил название волны-убийцы [1, 2]. Несколько десятков лет назад волны-убийцы воспринимались как миф. Допускалось лишь существование «экстремальных волн», как явления, схожего на первый взгляд с явлением, возникновение которого не выходит за рамки статистического распределения случайного ветрового волнения. Прецедентом для независимого изучения волн-убийц стала «Новогодняя волна», зарегистрированная первого января 1995 года на нефтяной платформе «Дропнер» [1, 2], появление которой было неожиданным событием, а статистические данные с приборов не согласовывались с теорией «экстремальных волн».

Впоследствии было разработано несколько различных сценариев, объясняющих причины возникновения волн-убийц, а именно, проведены экспериментальные исследования, позволившие впервые сгенерировать волну-убийцу в бассейне путем столкновения волн под определенным углом [3]. Классическим методом описания динамики волн является использование аппарата дифференциальных уравнений в частных производных, система которых, как правило, является частным случаем системы Коши-Ковалевской, и, на первый взгляд, не содержащей волны-убийцы, однако в работах [4,5] удалось показать обратное.

С точки зрения случайных процессов нет ничего удивительного в возникновении аномально больших волн, даже если их статистические показатели выходят за рамки линейной теории, особенно при неограниченном временном воздействии на систему. Возникает необходимость в построении формального аппарата, объединяющего разные сценарии возникновения волн-убийц, не теряющего из вида саму природу возникновения феномена, причём каждый сценарий появления волн-убийц требует учёта энергетического обмена между волнами, что и послужило основой создания соответствующей аксиоматики, являющейся более общей структурой по сравнению с динамическими системами, позволившей доказать существование волн-убийц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Куркин, А.А. Волны-убийцы: факты, теория и моделирование / А.А. Куркин, Е.Н. Пелиновский. – 2-е изд. – Москва; Берлин: Директ-Медиа, 2016. – 178 с. ISBN 978-5-4475-5883-3.
2. *Stephane Brule, Stefan Enoch, Sebastien Guenneau*. On the possibility of seismic rogue waves in very soft soils. *Geophysics (physics.geo-ph); Pattern Formation and Solitons (nlin.PS); Computational Physics (physics.comp-ph); Fluid Dynamics (physics.flu-dyn)*
3. *McAllister M. L., Draycott S., Adcock T. A. A., Taylor P. H., van den Bremer T. S.* Laboratory recreation of the Draupner wave and the role of breaking in crossing seas. *J. Fluid Mech.* (2019), vol. 860, pp. 767–786.
4. *Р.В. Шамин, А.В. Юдин*. Моделирование пространственно-временного распространения волн-убийц // Доклады Академии наук. 2013. Т. 448. N 5. С. 592-594
5. *В. Е. Захаров, Р. В. Шамин*. Статистика волн-убийц в вычислительных экспериментах, Письма в ЖЭТФ, 96:1 (2012), 68–71; JETP Letters, 96:1 (2012), 66–69



ВОЛНЫ НА СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ В ПРИЗМАТИЧЕСКОМ СОСУДЕ С ТРЕУГОЛЬНЫМ ОСНОВАНИЕМ

В.А. Калинин

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

e-mail: kalin@ipmnet.ru

Обсуждаются результаты экспериментов по возбуждению стоячих поверхностных гравитационных волн в сосуде с поперечным сечением в виде удлиненного треугольника (клина) – рис. 1.

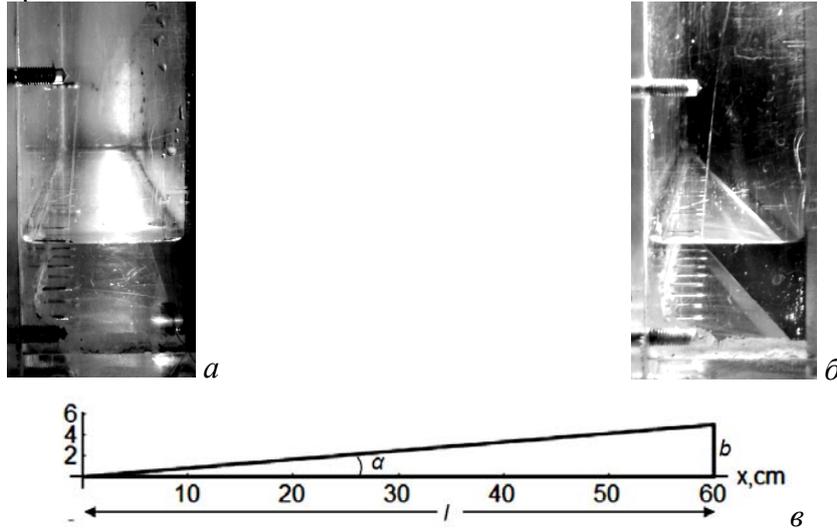


Рис 1. (а, б) Сосуды с прямоугольным (а) и клиновидным (б, в) основаниями;

$$\alpha = \pi / 36 = 5^\circ$$

Принципиальным отличием исследуемой волновой картины от колебаний жидкости в прямоугольном сосуде являются отсутствие пространственной симметрии профиля максимального развития и увеличение амплитуды волны к вершине клина – рис. 2 а, б.

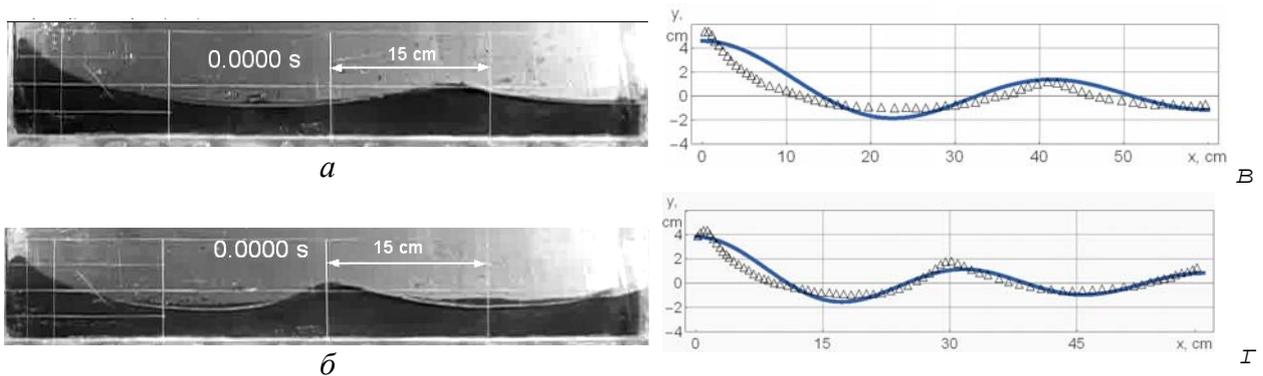


Рис. 2. Стоячие гравитационные волны на свободной поверхности воды в клиновидном сосуде: а–б – третья и четвертая волновые моды; в–г – сравнение данных эксперимента и результатов численно-аналитической модели.

Для описания эксперимента использовались численно-аналитическая модель длинных волн в сосуде переменной ширины (рис. 2 в, г) и линейная модель стоячих волн в сосуде с основанием в виде кругового сектора с малым центральным углом.

Исследуемые колебания жидкости имеют практическое приложение к изучению сейш в водоемах сложной формы и приливов в сильно сходящихся руслах.

Работа выполнена по теме государственного задания № АААА-А20-120011690131-7. Эксперименты проводились на стенде Динамики и структуры осциллирующих течений (уникальные научные установки ИПМех РАН).



МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВНУТРЕННИХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

Д.Ю. Князьков

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

e-mail: knyaz@ipmnet.ru

В работе моделируется распространение внутренних гравитационных волн, порождаемых движущимся в стратифицированной жидкости массовым источником. Написана программа, позволяющая рассчитывать поля смещений, давление, форму свободной поверхности. Результаты расчетов находятся в согласии с асимптотиками, полученными в приближении дальнего поля и качественно схожи с результатами экспериментов по обтеканию подводных препятствий.

Одним из активно развивающихся направлений в задаче томографии океана [1] является получение информации о процессах в толще воды по результатам радиозондирования его поверхности. В таких исследованиях характеристики подводного источника возмущений могут быть найдены по влиянию порожденных им гравитационных волн на поверхностное ветровое волнение, изменение которого в свою очередь может быть зафиксировано средствами активного или пассивного радиозондирования [2-4]. Важным элементом в решении задачи томографии океана является разработка и реализация численных методов моделирования движения подводного источника. В настоящей работе представлены результаты численного моделирования распространения гравитационных волн от массового источника, движущегося в стратифицированной жидкости.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Моделируется пространственное распространение внутренних гравитационных волн, порожденных массовым источником, движущимся в равномерно стратифицированной неограниченной снизу жидкости (частота плавучести постоянна). Жидкость считается невязкой и несжимаемой, для вывода определяющих уравнений на внутренний потенциал используется приближение Буссинеска. Подробности формулировки модели см. в [5]. Требуется рассчитать, как изменяются с течением времени поля давления, вертикального смещения, форма свободной поверхности.

На языке программирования C++ была написана программа, позволяющая решать описанную выше задачу. Считалось, что внутренний потенциал на границе расчетной области равен нулю. Такое допущение позволяет упростить расчетную схему, но приводит к тому, что результаты счета достоверны лишь в некоторой области, движущейся вместе с источником. Поэтому для исключения влияния границы размеры расчетной области дополнительно увеличиваются. По рассчитанному внутреннему потенциалу

далее определяется давление и вертикальное смещение жидкости, форма свободной поверхности определяется как поверхность равного давления. В программе можно задать произвольный закон движения массового источника.

Для иллюстрации работы программы и верификации расчета моделировалось распространение внутренних волн от массового источника, движущегося горизонтально с постоянной скоростью. На рис. 1 показана функция нормированного вертикального смещения жидкости в горизонтальном и вертикальном сечениях, проходящих через линию движения источника, в момент достижения источником границы расчетной области. На рис. 2 показана форма свободной поверхности. Результаты расчета показали хорошее совпадение с аналитическими результатами из [5], где строится асимптотическое решение описанной выше задачи в приближении дальнего поля, и качественное согласие с результатами экспериментов по обтеканию сферы, движущейся равномерно и прямолинейно в стратифицированной жидкости [6].

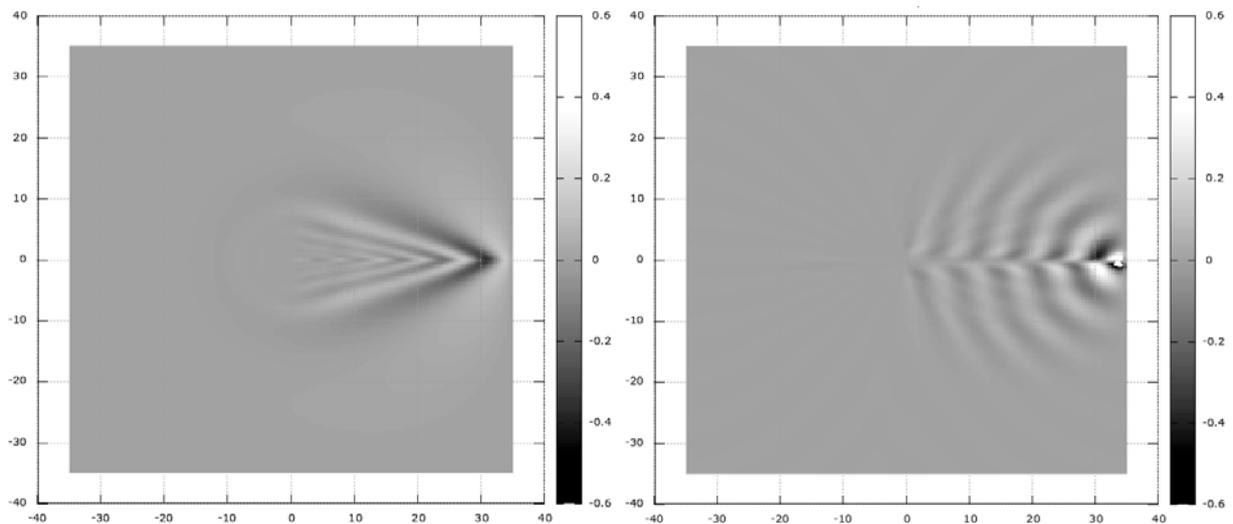


Рис. 1. Горизонтальное (слева) и вертикальное (справа) сечение нормированного вертикального смещения жидкости.

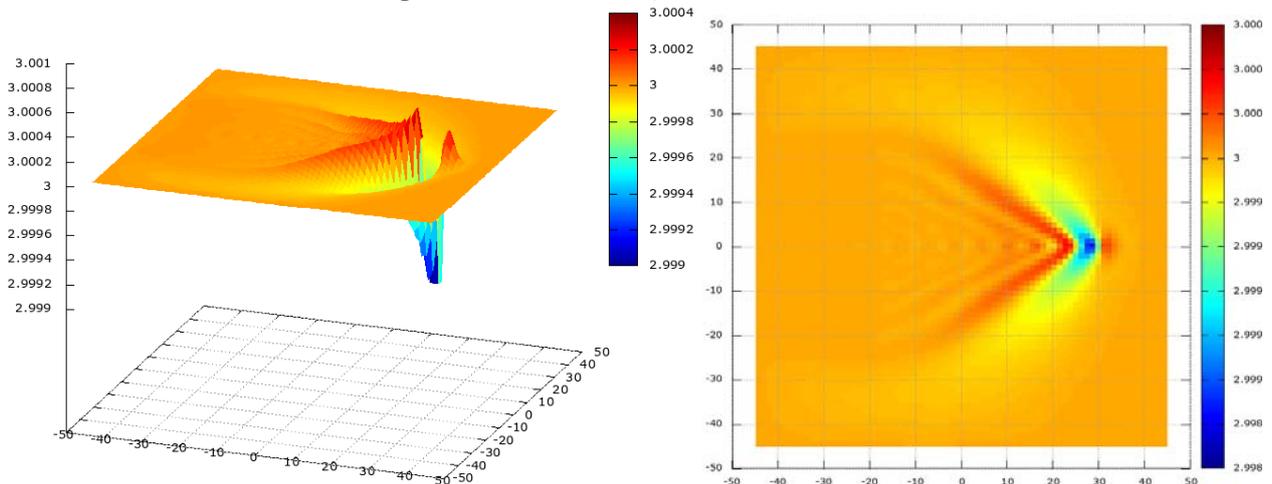


Рис. 2. форма свободной поверхности вид сбоку (слева) и вид сверху (справа).

ОПИСАНИЕ МЕТОДА ВЫЧИСЛЕНИЙ

Для решения описанной выше задачи на внутренний потенциал используется неявная разностная схема. Прямоугольная расчетная область разбивается на равномерную по пространственным координатам сетку. На каждом шаге по времени решается система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Матрица этой системы сильно разре-

женная: каждая ее строка содержит всего несколько ненулевых элементов (по количеству используемых узлов сетки в шаблоне численного метода), поэтому она хранится в специальном сжатом формате, что позволяет минимизировать требования к объему оперативной памяти и вести расчет на сетках до $220 \times 220 \times 220$ на персональном компьютере или до $700 \times 700 \times 700$ на одном вычислительном узле суперкомпьютере «Говорун», ОИЯИ, Дубна. Для решения системы используется обобщенный метод минимальной невязки (Generalized minimal residual method, GMRES). Этот итерационный проекционный метод решения СЛАУ был предложен в [7]. Для реализации элементарных операций с разреженными матрицами и решения СЛАУ в программе используется пакет GNU Scientific Library (GSL) [8]. Расчет одного шага по времени на сетке $220 \times 220 \times 220$ занимает примерно 27 минут на персональном компьютере (Intel(R) Xeon(R) CPU E5530@2.40GHz, 8Gb ОЗУ). Весь такой расчет (до выхода источника за пределы области) занимает более трех суток.

Разработанная программа позволяет проводить расчеты распространения гравитационных волн от источника, движущегося по произвольной траектории с произвольным наперед заданным ускорением; картина возмущения жидкости достоверно рассчитывается в том числе вблизи от источника. Такие результаты не могут быть получены с использованием асимптотических методов, где предполагаются существенные ограничения на вид траектории и на характер изменения скорости движения источника. Ограничением текущей версии программы является то, что расчет ведется для нулевых условий на границе области, что не позволяет применить результаты для моделирования распространения гравитационных волн на мелкой воде, так как сейчас недостоверно моделируется переотражение волн от границ области. В дальнейшем в настоящем исследовании планируется реализовать расчет для естественных граничных условий на дне и на свободной поверхности жидкости, что позволит избавиться от этого ограничения.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Автор выражает благодарность Шамаеву А.С. и Байдулову В.Г. за постановку задачи и полезные обсуждения. Часть расчетов проводилась с использованием гетерогенной вычислительной платформы HybriLIT, Объединенный институт ядерных исследований, Дубна. Автор выражает глубокую признательность руководству и сотрудникам ЛИТ ОИЯИ, предоставившим возможность и техническую поддержку расчетов на кластере.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 21-11-00151), <https://rscf.ru/project/21-11-00151/>.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Нестеров С.В., Шамаев А.С., Шамаев С.И.* Методы, алгоритмы и средства аэрокосмической компьютерной томографии приповерхностного слоя Земли. М.: Научный мир. 1996. 272 с.
2. *Кутуза Б.Г., Яковлев О.И., Данилычев М.В.* Микроволновая радиометрия атмосферы и поверхности. М.: Ленанд. 2016. 336 с.
3. *Гавриков А.А., Князьков Д.Ю., Романова А.В., Черник В.В., Шамаев А.С.* Моделирование влияния волнения поверхности на спектр собственного излучения океана // Программные системы: теория и приложения. 2016. Т. 7. Вып. 2 (29). С. 73 – 84.
4. *Knyazkov D.* Simulating diffraction of plane wave on periodic layer with the use of the method of projections // IEEE. Proc. of 2017 Days on Diffraction (DD), Saint-

- Petersburg, Russia. P. 180 – 185.
5. *Voisin B.* Internal wave generation in uniformly stratified fluids. Part 2. Moving point sources // *J. Fluid Mech.* 1994. V. 261. P. 333 – 374.
 6. *Чашечкин Ю.Д., Гуменник Е.В., Сыроева Е.Я.* Трансформация плотностного поля трехмерным телом, движущимся в непрерывно стратифицированной жидкости // *Прикладная механика и техническая физика.* 1995. № 1. С. 20 – 32.
 7. *Saad Y, Schultz M.H.* GMRES: A Generalized Minimal Residual Algorithm for Solving Nonsymmetric Linear Systems // *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing.* 1986. V. № 3. С. 856-869.
 8. *Galassi M. et al* GNU Scientific Library Reference Manual (3rd Ed.). 592 p. <http://www.gnu.org/software/gsl/>



ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОНИЦАЕМОСТИ ВОЛОКНИСТОЙ ТЕПЛО ВЫДЕЛЯЮЩЕЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ КОНВЕКТИВНЫМ МЕТОДОМ ИССЛЕДОВАНИЯ

Н.В. Колчанов, А.С. Сидоров

*Пермский государственный национальный исследовательский университет, г. Пермь
e-mail: kolchanovn@gmail.com*

Пористые среды распространены в природе широко. Они насыщены жидкими или газообразными средами, конвективное поведение которых уже давно исследуется в связи с различными прикладными аспектами. Основная масса исследований [1] до настоящего момента посвящена пористым средам, состоящим из компактных твёрдых образований (песчинок, гранул, шариков и др.). Волокнистые пористые среды зачастую искусственно создаются человеком и в естественных условиях встречаются редко. Например, при заготовке кормов для домашнего скота люди скашивают травы и складывают их в тюках, стогах и др. В промышленности волокнистые пористые среды используются в задачах контроля теплообмена, химических или радиоактивных реакций. Перечисленные примеры волокнистых пористых сред обладают специфическими свойствами. Они выделяют тепло в результате биологических процессов, химических или ядерных реакций. Тепловыделение в пористой среде приводит к возникновению конвективных вихревых течений [2,3]. Сопоставление теоретических расчётов и экспериментальных данных зачастую затруднительно, потому что требует знания основных фильтрационных свойств и объёмной мощности тепловыделения. В данной работе представлен результат измерений проницаемости пористой среды, который в дальнейшем планируется использовать при изучении конвекции воздуха в волокнистой пористой среде с тепловыделением.

ПРОНИЦАЕМОСТЬ И СПОСОБ ЕЁ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Классическим подходом по определению проницаемости K пористой среды является метод Дарси, реализованный ещё в 1856 году [4]. Дарси установил линейную зависимость между перепадом давления ΔP , создаваемым на концах трубы с песком, и скоростью фильтрации жидкости U , которая просачивалась сквозь песок:

$$U \equiv \frac{Q}{S} = \frac{K}{\eta} \frac{\Delta P}{L}, \quad (1)$$

где Q – объём жидкости, протекающий через трубу в единицу времени; S – площадь поперечного сечения трубы; η – динамическая вязкость; L – длина трубы.

Проницаемость K – это фильтрационный параметр пористой среды, который зависит не только от объёмной доли пор, но и от их вида и формы. Для оценки проницаемости пористой среды, составленной из одинаковых твёрдых шаров, существует формула Кармана-Козени [5]:

$$K = \frac{d^2(1 - \phi)^3}{180\phi^2}. \quad (3)$$

Проницаемость волокнистой пористой среды не определяется единой формулой, т.к. она зависит от взаимного расположения волокон. В работе [6] проделан большой обзор экспериментальных данных проницаемости пористых материалов с различной ориентацией волокон.

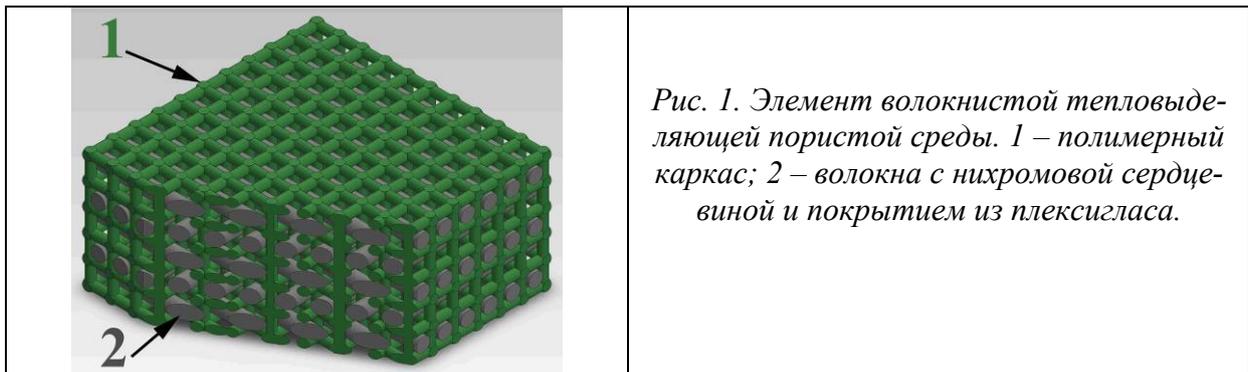
В нашей работе используется конвективный способ определения проницаемости среды. Как известно, при подогреве снизу внутри полости, заполненной газом или жидкостью, пороговым образом возбуждаются конвективные течения. Для горизонтального слоя с пористой средой порог возникновения конвекции характеризуется критическим безразмерным числом Рэлея-Дарси:

$$Ra_{m*} = K \frac{g\beta}{\nu_f \chi_{eff}} h_m (\Delta T)_* = 4\pi^2, \quad (2)$$

где g – ускорение свободного падения; β – коэффициент объёмного расширения жидкости или газа; ν_f – кинематическая вязкость; χ_{eff} – эффективная теплопроводность; h_m – толщина пористого горизонтального слоя. Прямое измерение критического перепада температур $(\Delta T)_*$ позволяет определить проницаемость пористой среды по формуле (2).

ВОЛОКНИСТАЯ ПОРИСТАЯ СРЕДА С ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЕМ

Волокнистая пористая среда изготавливается из волокон, которые вплетаются в напечатанный на 3D принтере каркас из полимера. Способ вплетения можно увидеть на рис. 1. Отдельное волокно состоит из тонкой нихромовой проволоки с диаметром 0.09 мм и покрытия из органического стекла (плексигласа). Выбор нихрома в качестве сердцевины волокна обусловлен относительно небольшой теплопроводностью (по сравнению с другими металлами). Она составляет 11 Вт/(м·К). Совокупность нихромовой проволоки и плексигласового покрытия, толщина которого может меняться, даёт возможность подобрать эффективную теплопроводность волокна, сопоставимую с теплопроводностью полимерного каркаса. Объёмное тепловыделение задаётся за счёт Джоулева разогрева при пропускании через волокна электрического тока. Учитывая тот факт, что пористая среда создаётся искусственно, объём пор может быть вычислен через объём твёрдого скелета пористой среды, который определяется на стадии изготовления.



ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Экспериментальная установка состоит из рабочей полости и дополнительных периферийных устройств. На рис. 2 представлена рабочая полость. Она состоит из верхней 1, нижней 2 и боковых границ 3. Верхняя и нижняя границы выполнены из металла с большой теплопроводностью. Теплопроводность боковых границ и волокнистой пористой среды 4 внутри полости, по сравнению с верхней и нижней границами, на 1-2 порядка меньше. Перепад температур в пористом слое задаётся при помощи двух жидкостных термостатов, которые прокачивают термостатирующую жидкость сквозь теплообменники 5. Теплообменник сверху, как и теплообменник снизу, прикреплен к металлической границе полости, а между ними помещена прослойка 6 из материала с известной теплопроводностью. Три дифференциальные термопары измеряют перепады температур на пористом слое и двух (сверху и снизу) дополнительных прослойках с известной теплопроводностью. Устройство Термодат оцифровывает аналоговый сигнал с термопар и передаёт данные на компьютер в режиме реального времени.

Используя измерения с термопар, мы вычисляем число Nu , по изменению которого определяем критическое значение перепада температур на пористом слое $(\Delta T)_*$.

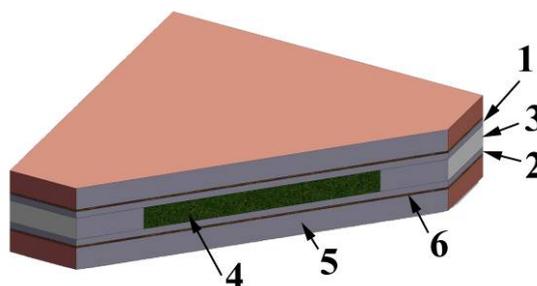


Рис. 2. Рабочая полость

В работе было изготовлено несколько образцов волокнистой пористой среды, которые отличались объёмной долей порового пространства и соотношением между объёмными долями тепловыделяющих волокон и полимерного каркаса. Был проведён конвективный эксперимент с каждым из образцов, в результате которого построены графики зависимости числа Нуссельта от перепада температур на слое волокнистой пористой среды. По этим графикам было определено критическое значение перепада температур $(\Delta T)_*$, при котором в полости возникали конвективные вихревые течения. По формуле (2) была вычислена проницаемость пористого слоя в конвективных условиях и исследовано зависимость проницаемости от объёмной доли порового пространства.

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-71-10045, <https://rscf.ru/project/21-71-10045/>.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Nield D.A., Bejan A.* Convection in Porous Media. Switzerland: Springer International Publishing, 2017. 988 p.
2. *Carr M.* Penetrative convection in a superposed porous-medium-fluid layer via internal heating // *Journal of Fluid Mechanics.* 2004. V. 509. P. 305–329.
3. *S. Mukhija, A.K. Nayak* Experimental study of transient heat transfer characteristics of single-phase natural convection in multidimensional porous bed with volumetric heat generation // *Experimental Heat Transfer.* 2019. V. 32. №1. P. 85-101.
4. *Fand R. M., Kim B. Y. K., Lam A. C. C., Phan R. T.* Resistance to the flow of fluids

- through simple and complex porous media whose matrices are composed of randomly packed spheres // J. Fluids Eng. 1987. T. 109. № 3. С. 268-273.
5. Carman P.C. Fluid flow through granular beds // Chemical Engineering Research and Design. 1997. V. 75. P. S32-S48.
 6. Tamayol A., Bahrami M. Transverse permeability of fibrous porous media // Physical Review E. 2011. V. 83. №4. P. 046314.



ВНУТРЕННЯЯ КОНВЕКЦИЯ В ДВОЙНОМ ВОЗДУШНО-ПОРИСТОМ СЛОЕ С ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕЙ МАТРИЦЕЙ: СРАВНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ДАРСИ И БРИНКМАНА

Е.А. Колчанова, Н.В. Колчанов

*Пермский государственный национальный исследовательский университет, г. Пермь
e-mail: kolchanovaea@gmail.com*

Внутренние конвективные течения характерны для систем с тепловыделением. Изменение плотности воздуха, которое приводит к возникновению конвекции в поле силы тяжести, происходит при формировании неоднородного профиля температуры внутри системы. В качестве такой системы может выступать, например, пористый массив растительного сырья (корнеплодов, сена и др.), который способен выделять тепло за счет своей биологической активности [1, 2]. Управление пассивным конвективным тепло- и массообменом воздуха позволит поддерживать необходимый температурный режим, избегая перегрева отдельных областей пористой системы.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работе мы определяем порог возникновения внутренней конвекции в двухслойной системе «воздух – пористая среда», изображенной на Рис. 1. Пористая среда насыщена воздухом и состоит из тепловыделяющего каркаса. Мощность тепловыделения в среде $Q = \phi Q_s$ пропорциональна объемной доле твердой фазы. Внешние границы системы имеют равные температуры. Порог конвективных валив, периодичных вдоль границы раздела воздушного и пористого субслоев с волновым числом k , находится по критерию подобия – внутреннему числу Рэлея-Дарси $Ra_I = \phi R_I$, где $R_I = (g\beta Q_s K h_p^3) / (2\nu\kappa_p \chi_{eff})$.

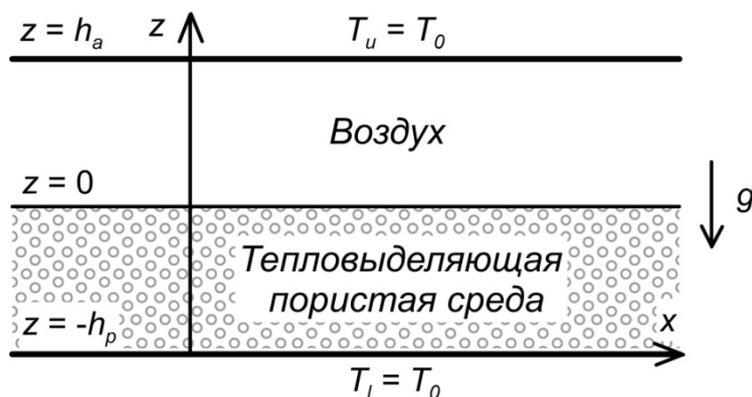


Рис. 1 Двойной воздушно-пористый слой с тепловыделяющей матрицей

Конвективные течения воздуха в субслоях описываются по аналогии с жидкостью в рамках приближения Буссинеска [3–5]. Сравниваются результаты численного моделирования линейной задачи устойчивости механического равновесия воздуха в тепло-выделяющей системе, полученные методом построения фундаментальной системы решений с помощью двух теоретических моделей. Первая из них является двухдоменной и включает в себя уравнения, записанные в каждом субслое по отдельности. Она учитывает уравнение Дарси в пористом субслое

$$0 = -\nabla P - \frac{\rho_0 \nu}{K} \mathbf{V} + \rho_0 g \beta (T - T_0) \boldsymbol{\gamma}$$

и уравнение Навье-Стокса в воздушном субслое [3, 4]:

$$\rho_0 \left\{ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} \right\} = -\nabla P + \rho_0 \nu \Delta \mathbf{V} + \rho_0 g \beta (T - T_0) \boldsymbol{\gamma}.$$

Вторая модель содержит единое обобщенное уравнение Бринкмана-Дарси с коэффициентами, зависящими от объемной доли твердой фазы [5, 6]:

$$\frac{\rho_0}{(1-\phi)} \left\{ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \left(\frac{\mathbf{V}}{1-\phi} \right) \right\} = -\nabla P + \frac{\rho_0 \nu}{(1-\phi)} \Delta \mathbf{V} - \frac{\rho_0 \nu}{K(\phi)} \mathbf{V} + \rho_0 g \beta (T - T_0) \boldsymbol{\gamma},$$

где $\boldsymbol{\gamma}$ – орт вертикальной оси. Это уравнение дополняется уравнениями теплопроводности и неразрывности:

$$b(\phi) \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) T = \operatorname{div} \left(\chi(\phi) \nabla T \right) + \phi \frac{Q_s}{(\rho_0 C)_a}, \operatorname{div} \mathbf{V} = 0.$$

РЕЗУЛЬТАТЫ

Численное моделирование уравнений конвекции производилось методом построения фундаментальной системы решений с учетом ортогонализации векторов частных решений. На рис. 2 показаны нейтральные кривые, определяющие границу устойчивости равновесия воздуха. Они получены на основе теоретических моделей Дарси (черные сплошные линии) и Бринкмана (красные штриховые линии). Ниже кривых имеется область параметров системы, при которых воздух остается неподвижным, а выше кривых – область параметров, характерных для валиковой конвекции. Здесь варьируются отношение толщин субслоев $d = h_a/h_p$ и объемная доля твердой фазы ϕ .

Сходимость решений, полученных с помощью двух разных моделей, наблюдается с уплотнением пористой среды (т.е. с ростом ϕ) и повышением относительной толщины воздушного субслоя (d). Модель Бринкмана в сравнении с моделью Дарси учитывает вязкий перенос импульса в пористой среде в дополнение к силе сопротивления твердого каркаса, поэтому основное различие результатов для этих моделей проявляется при малых $\phi \leq 0.3$, т.е. при больших пористостях $(1-\phi)$ и проницаемостях $K(\phi) = C(1-\phi)^3/\phi^2$ среды (рис. 2).

Для двухслойной системы характерны два вида конвективных валов: локальные коротковолновые валы и крупномасштабные длинноволновые валы. Нейтральные кривые на рис. 2 в этом случае имеют два минимума, один из которых лежит в области больших волновых чисел k (коротковолновый минимум), а другой – в области малых k (длинноволновый минимум). Как можно увидеть из рисунка, наиболее заметное влияние вида моделирования на порог конвекции при всех значениях d и ϕ фиксируется в случае локальной конвекции по сравнению с крупномасштабными конвективными валами.

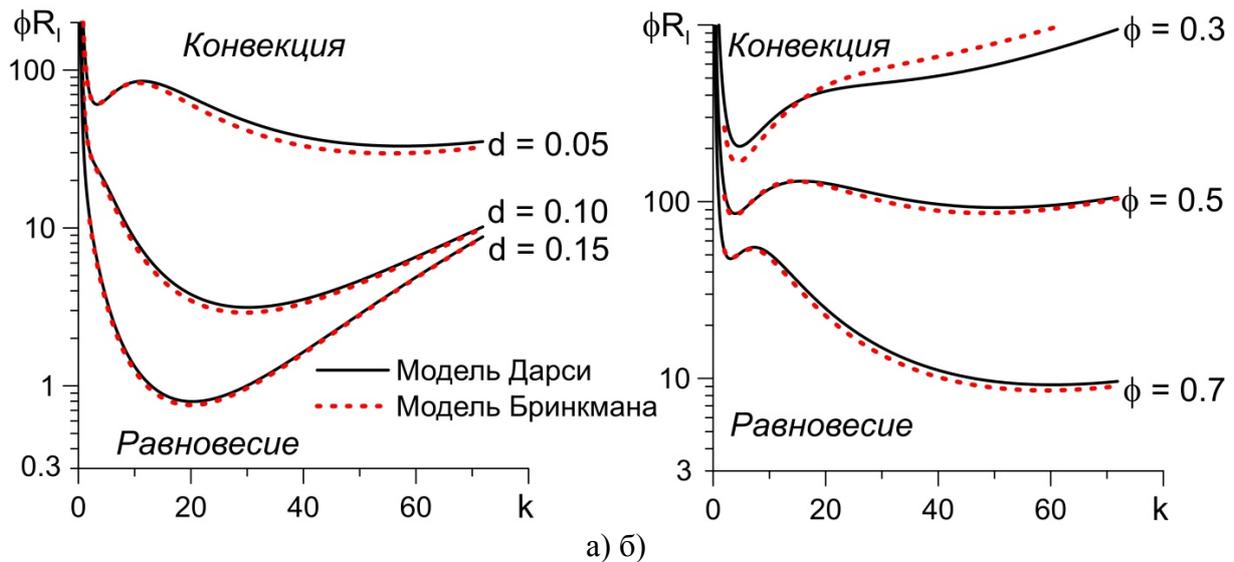


Рис. 2. Граница устойчивости механического равновесия воздуха в двухслойной системе с фиксированным (а) $\phi = 0.6$ и разными отношениями толщин воздушного и пористого субслоев d , с фиксированным (б) $d = 0.05$ и различными значениями объемной доли твердой фазы ϕ . Черные сплошные линии соответствуют результатам для модели Дарси, красные штриховые линии – результатам для модели Бринкмана.

Исследована конвективная устойчивость механического равновесия в двухслойной системе «воздух – тепловыделяющая пористая среда». Учтена зависимость мощности тепловыделения от объемной доли твердой фазы среды. Произведено сравнение результатов численного моделирования уравнений конвекции на основе моделей Дарси и Бринкмана. Выявлена сходимость решений, полученных с помощью этих двух моделей, с уплотнением пористой среды и повышением относительной толщины воздушного субслоя.

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-71-10045, <https://rscf.ru/project/21-71-10045/>.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kole N. K., Prasad S. Respiration rate and heat of respiration of some fruits under controlled atmosphere conditions // International journal of refrigeration. – 1994. – Т. 17. – №. 3. – С. 199-204.
2. Бодров В.И., Бодров М.В. Тепломассообмен в биологически активных системах (теория сушки и хранения): учеб. пособие. Нижний Новгород: ННГАСУ, 2013. 145 с.
3. Carr M. Penetrative convection in a superposed porous-medium-fluid layer via internal heating // Journal of Fluid Mechanics. 2004. V. 509. P. 305–329.
4. Kolchanova E., Lyubimov D., Lyubimova T. The onset and nonlinear regimes of convection in a two-layer system of fluid and porous medium saturated by the fluid // Transport in Porous Media. 2013. V. 97, N. 1. P. 25–42.
5. Hill A., Carr M. Nonlinear stability of the one-domain approach to modeling convection in superposed fluid and porous layers. // Proc. R. Soc. 2010. V. 466 of A. P. 2695–2705.
6. Nield D.A., Bejan A. Convection in Porous Media. Switzerland: Springer International Publishing, 2017. 988 p.

ИЗМЕНЕНИЕ ЧАСТОТЫ ПУЛЬСАЦИЙ КОНВЕКТИВНОГО ФАКЕЛА ОПТИЧЕСКОГО РАЗРЯДА ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ РЕЗОНАНСНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

М.А. Котов, С.Ю. Лаврентьев, Н.Г. Соловьев, А.Н. Шемякин, М.Ю. Якимов
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
e-mail: kotov@ipmnet.ru

Непрерывный оптический разряд (ОР) в кварцевых колбах с ксеноном высокого давления (при этом лазерное излучение с длиной волны в диапазоне 0.95-1.09 мкм подводится прямо через стенку колбы) положен в основу широкополосных лазерно-плазменных источников излучения высокой яркости [1, 2]. Конвекция газа вокруг ОР – главный фактор, от которого зависит стабильность излучения плазмы [3, 4]. Импульсно-периодические (ИП) и комбинированные (с ИП-модуляцией мощности непрерывного лазерного излучения) режимы ОР позволяют добиться значительного увеличения яркости плазмы [5], однако при ИП-модуляции вклада энергии в ОР при условии, когда частота повторения оказывается в резонансе с акустическими модами разрядного объема, акустические колебания большой амплитуды приводят к сбою установившегося режима тепловой гравитационной конвекции из-за развития акустических течений.

В работах [6, 7] была проведена скоростная теневая съемка газовых потоков в окрестности комбинированного ОР, получены частотные спектры возбуждаемых акустических колебаний, описаны характерные типы влияния акустических колебаний на течение газа вокруг ОР. В работе [8] проводилось численное моделирование влияния внешнего потока газа на конвективные течения вокруг сосредоточенного источника тепла, моделирующего ОР. Было показано, что частота регулярных пульсаций конвективного факела увеличивается с ростом скорости дополнительного потока газа.

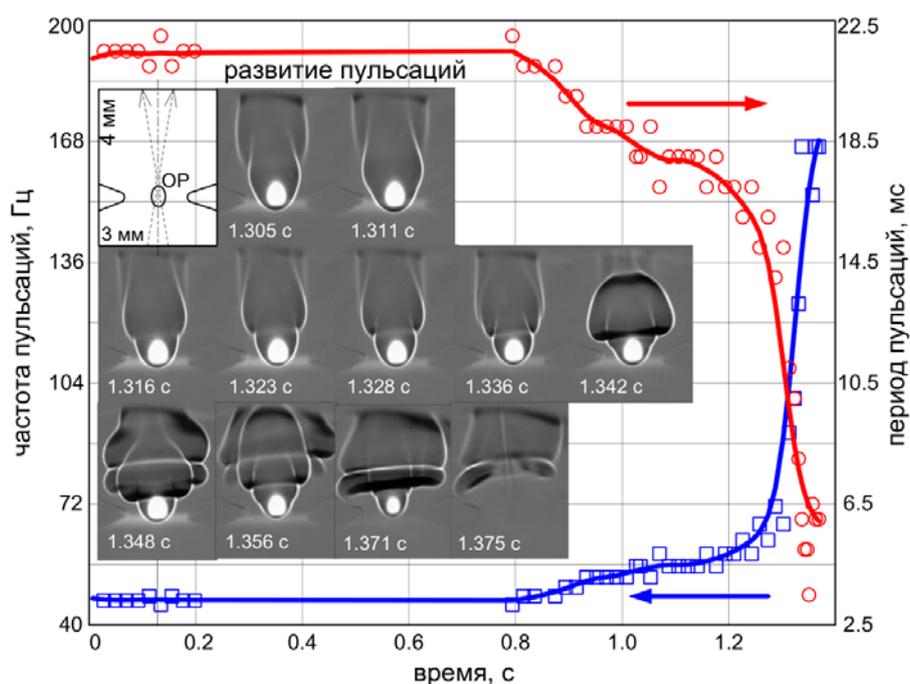


Рис. 1. Изменение характера конвективных пульсаций и срыв комбинированного ОР при частоте следования лазерных импульсов 6.77 кГц. Приведены временные диаграммы изменения частоты (квадраты) и периода (кружки) пульсаций. Размер кадров на врезке 3x4 мм².

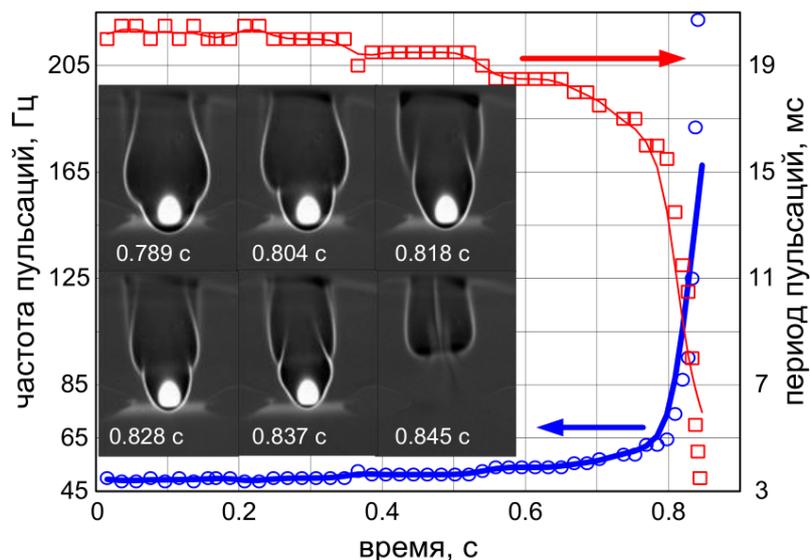


Рис. 2. То же, что на рис. 1 при частоте следования лазерных импульсов 13.5 кГц.

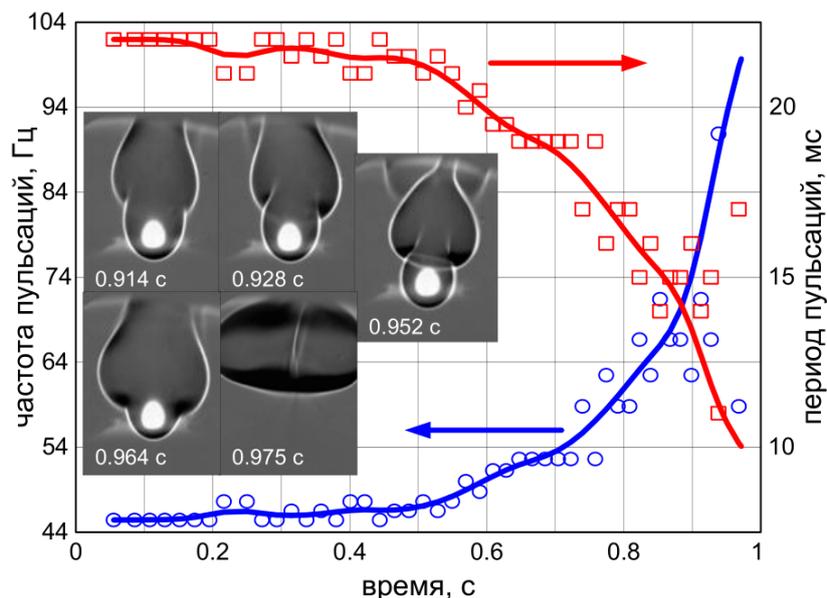


Рис. 3. То же, что на рис. 1, 2 при частоте следования лазерных импульсов 14.2 кГц.

В экспериментах данной работы наблюдался рост частоты пульсаций конвективного факела от комбинированного ОР с 45 Гц до 200 Гц при возбуждении резонансных акустических колебаний. На рис. 1-3 приведены три таких случая, наблюдавшиеся при различных частотах модуляции лазерного излучения.

Схема комбинированного ОР был такой же, как в [6, 7], рабочее давление ксенона 30-35 бар. Изнутри разрядный объем имел форму, близкую к вытянутому сфероиду с полуосями 5 и 8.3 мм. ОР инициировался кратковременным электрическим разрядом между электродами, расположенными слева и справа от зоны ОР, затем ОР поддерживался на пересечении сфокусированных лучей двух лазеров, один из которых работал в непрерывном (мощность излучения $P_H = 27$ Вт), а другой в ИП-режиме ($P_{Имп} = 50$ Вт, длительность импульса $\tau = 0.3T$ независимо от периода T). Расположение ОР в лазерном луче между инициирующих электродов показано в масштабе на первом кадре врезки на рис. 1.

Во всех случаях, показанных на рис. 1-3, фаза роста частоты пульсаций заканчивалась срывом ОР под действием акустического потока, на начальном этапе своего развития приводившего к росту частоты пульсаций. На врезках рис. 1-3 показаны кадры

скоростной теневой съемки конвективного факела вокруг ОР непосредственно перед его срывом. Точки на рис. 1-3 показывают частоту (кружки) и период (квадраты) пульсаций конвективного факела, соответствующие линии – сплайн-интерполяция данных. Рост частоты и уменьшение периода пульсаций свидетельствуют о появлении и развитии потоков, вызываемых резонансными акустическими колебаниями, со скоростью 10-30 см/с на входе в зону конвективного факела ОР. О скорости потока можно судить по сносу фронта горячего газа после погасания ОР (рис. 4). При частотах модуляции лазерных импульсов 6.77, 13.5 и 14.2 кГц оцененные таким образом скорости сноса границы области менее плотного горячего газа равны 8.75, 27.5 и 12.5 см/с, соответственно. Меньший радиус конвективного факела в случае с 13.5 кГц также согласуется с более высоким значением скорости акустического потока по сравнению со случаями частот 6.77 и 14.2 кГц.

Сразу после погасания ОР (рис. 4) возникает кумулятивная струя, являющаяся результатом асимметричного коллапса области газа пониженной плотности в зоне ОР.

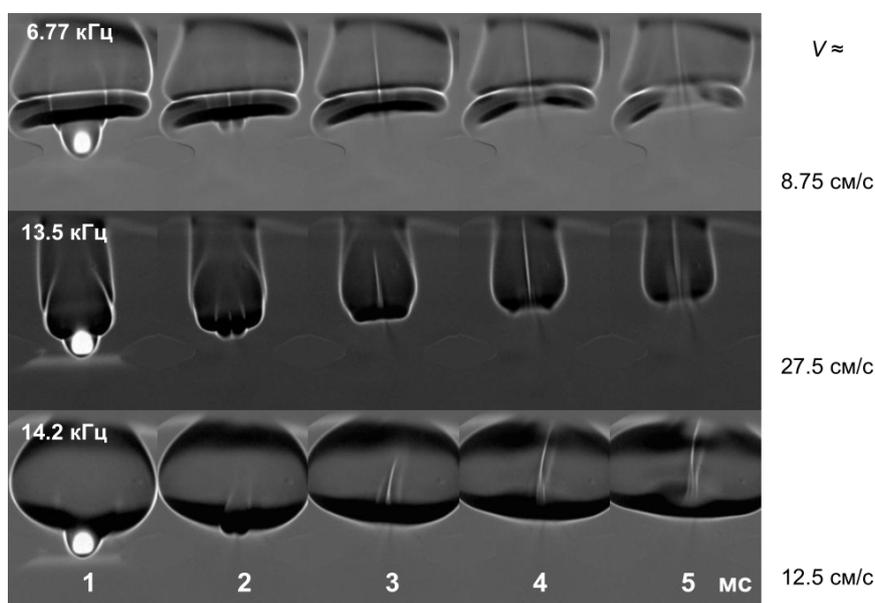


Рис. 4. Снос области горячего газа потоком после срыва ОР в случаях рис. 1 (верхний ряд из 5 кадров), рис. 2 (средний ряд кадров), рис. 3 (нижний ряд кадров). Размер кадров $3 \times 4 \text{ мм}^2$.

Из сравнения с результатами расчетов изменения частоты пульсаций конвективного факела ОР в дополнительном потоке газа [8] следует, что наблюдаемые в эксперименте частоты пульсаций и скорости потоков в целом согласуются с расчетами [8] где также наблюдался рост частоты пульсаций свыше 80 Гц при скоростях потока более 15 см/с. Тем не менее, обращает на себя внимание появление системы торoidalных вихрей на конечном этапе развития неустойчивости (рис. 1, 1.336-1.375 с; рис. 2, 0.828-0.837 с; рис. 3, 0.952 с), что указывает на резкие изменения скорости и, возможно, направления генерируемого акустического потока. То есть, регистрируемые картины течения говорят об изменении скорости, что может быть связано с нарушениями условий резонанса и, соответственно, условий образования акустического потока. Скорость сноса облака горячего газа (рис. 4) должна рассматриваться как некоторое усредненное конечное значение скорости потока, а не как мгновенное значение скорости, прямо связанное с частотой пульсаций и вызывающее срыв разряда, которое может отличаться.

Полученные данные свидетельствуют о сложной гидродинамике импульсно-периодических и комбинированных режимов ОР при возникновении и развитии резонансных акустических колебаний. Картина течений еще более усложняется при одно-

временном возбуждении нескольких мод акустических колебаний. Наблюдение теневых картин факела тепловой гравитационной конвекции позволяет судить о направлении и интенсивности возникающих акустических течений, что вместе с частотными спектрами дает более полную информацию о возбуждаемых акустических колебаниях.

Работа выполнена по теме государственного задания (№ АААА-А20-120011690135-5).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зимаков В.П., Кузнецов В.А., Соловьев Н.Г., Шемякин А.Н., Шилов А.О., Якимов М.Ю.* Взаимодействие лазерного излучения ближнего ИК-диапазона с плазмой непрерывного оптического разряда // *Физика плазмы*, 2016, Т. 42(1), С. 74-80
2. *Зимаков В.П., Кузнецов В.А., Лаврентьев С.Ю., Соловьев Н.Г., Шемякин А.Н., Шилов А.О., Якимов М.Ю.* Новые возможности применения оптических разрядов в аэрофизическом эксперименте // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. 2016. Т. 17(2) <http://chemphys.edu.ru/issues/2016-17-2/articles/653/>
3. *Зимаков В.П., Лаврентьев С.Ю., Соловьев Н.Г., Шемякин А.Н., Якимов М.Ю.* Пространственная и временная нестабильность оптических разрядов // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. 2018. Т. 19(4) <http://chemphys.edu.ru/issues/2018-19-4/articles/754/>
4. *Kotov M.A., Lavrentyev S.Yu., Solovyov N.G., Shemyakin A.N., Yakimov M.Yu.* Dynamics of laser plasma convective plume in high pressure xenon // 2020 J. Phys.: Conf. Ser. 1675 012073 <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1675/1/012073>
5. *Зимаков В.П., Кузнецов В.А., Рудой И.Г., Соловьев Н.Г., Сорока А.М., Шемякин А.Н., Шилов А.О., Якимов М.Ю.* Импульсно-периодические и комбинированные режимы поддержания оптических разрядов // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*, т. 16, вып. 2, 2015. <http://chemphys.edu.ru/issues/2015-16-2/articles/548/>
6. *Котов М.А., Лаврентьев С.Ю., Соловьев Н.Г., Шемякин А.Н., Якимов М.Ю.* Влияние резонансных акустических колебаний в разрядном объеме на устойчивость оптических разрядов // *Волны и вихри в сложных средах: 11-я международная конференция*, Москва. Сборник материалов школы. – М.: ООО ИСПО-принт, 2020 (247 с.) – с. 99-102
7. *Kotov M.A., Lavrentyev S.Yu., Solovyov N.G., Shemyakin A.N., Yakimov M.Yu.* Acoustic resonances in a pressurized discharge volume with xenon and instabilities of periodic-pulse optical discharges // 2020 J. Phys.: Conf. Ser. 1698 012018 <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1698/1/012018>
8. *Прохорчук К.В., Котов М.А., Якимов М.Ю.* Изменение частоты пульсаций конвективного факела оптического разряда в дополнительном потоке газа // *XLVII Гагаринские чтения : Сборник трудов Международной молодежной научной конференции. Секция «Механика и моделирование материалов и технологий»* Москва, ИПМех РАН, 2021, с.127-130



СТРУКТУРА ПРЯМОТЕНЕВОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ ГРАДИЕНТНОЙ СРЕДЫ И ЗАКОН ПОДОБИЯ ДЛЯ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ КОНВЕКТИВНОГО ФАКЕЛА НЕПРЕРЫВНОГО ОПТИЧЕСКОГО РАЗРЯДА

М.А. Котов, С.Ю. Лаврентьев, Н.Г. Соловьев, А.Н. Шемякин, М.Ю. Якимов
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
e-mail: 1993serj@gmail.com

В работах [1-2] было установлено, что регулярные пульсации плазмы непрерывного оптического разряда (НОР) в ксеноне высокого давления с характерными частотами от 30 до 60 Гц в зависимости от давления, наблюдаемые также в широкополосных источниках излучения высокой яркости на основе НОР, связаны гидродинамической неустойчивостью конвективного факела, формирующегося вокруг НОР как сосредоточенного высокотемпературного источника тепла. В [1] было указано на аналогию конвективных пульсаций НОР с пульсациями ламинарных пламен, для которых известно соотношение, связывающее радиус горелки или открытой поверхности горючего вещества r_0 с частотой пульсаций ν :

$$\nu = a\sqrt{g/(2r_0)} \quad (1)$$

где g – ускорение свободного падения, a – коэффициент, в условиях гравитационной конвекции $a \approx 0.5$. При проверке аналогичного закона подобия для случая пульсаций НОР, радиус конвективного факела которого не задан внешними параметрами и является самосогласованной величиной, необходимо корректно определить r_0 .

В экспериментах [1] радиус конвективного факела определялся по светлым линиям на прямотеневых изображениях, таких как на рис. 1, а). На рис. 1, б) приведена схема образования светлой линии в параллельном пучке света, проходящем слева направо через осевую или сферически симметричную градиентную среду, коэффициент преломления которой увеличивается с ростом радиуса r по закону $n(r) = 1 + \Delta n(r)$. Ход лучей на рис. 1, б), в) вычислялся по формулам из [3], модифицированным для случая среды с минимумом коэффициента преломления в центре (на оси).

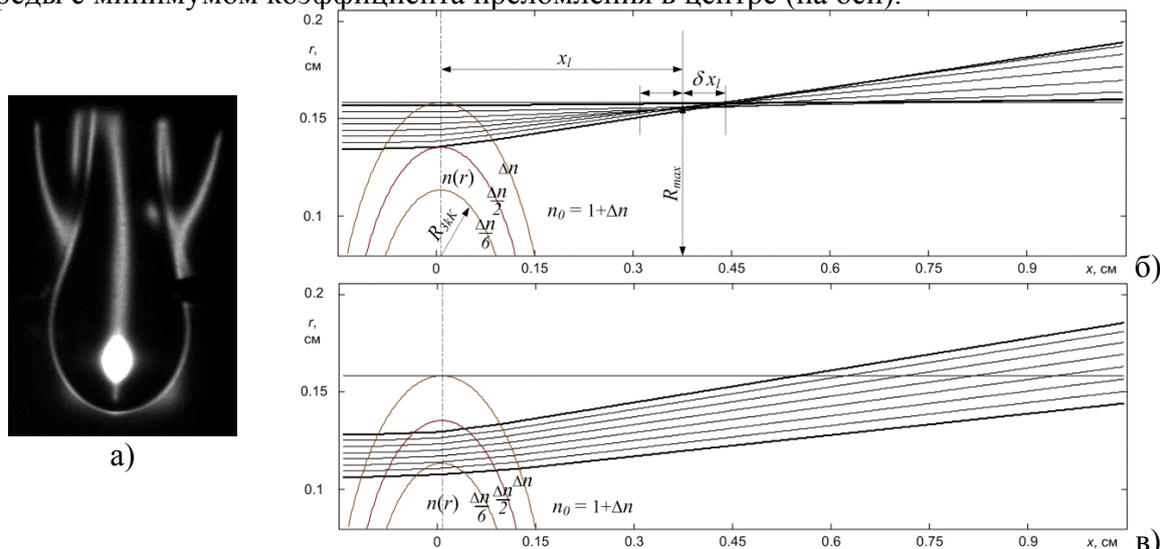


Рис. 1. а) теневая фотография пульсирующего конвективного факела вокруг НОР, полученная по схеме [1]. б) ход лучей через участок центрально-симметричной градиентной среды с отрицательной второй производной по радиусу: демонстрирует образование виртуальной светлой линии, наблюдаемой на теневой картине. в) ход лучей через участок градиентной среды с положительной второй производной.

Лучи, проходящие через область, в которой вторая производная радиальной зависимости коэффициента преломления отрицательна, сходятся на некотором расстоянии x_l от центра градиентной области, и далее, при проецировании на экран, образуют светлую линию. Лучи, проходящие через соседнюю область с положительной второй производной, (рис. 1, в) расходятся, не образуя виртуального источника, который выделялся бы на теновом изображении.

Радиус наблюдаемой таким образом виртуальной светлой линии R_{max} связан с радиусом градиентной области (конвективного факела), определяемым, например, по изолинии $\Delta n/2$ коэффициента преломления или по изотерме двукратного роста температуры для случая конвективного факела, и зависит от оптических характеристик газа (в частности, от плотности газа), а также от особенностей конкретного распределения коэффициента преломления. При наблюдении теневой картины видимый размер факела зависит еще и от настройки проецирующего объектива, который может быть настроен как на центр градиентной области, так и непосредственно на виртуальные линии.

Далее, поскольку радиус факела во время пульсации непрерывно изменяется с амплитудой $r_{max}/r_{min} \approx 2$ [1, 2], как показано на рис. 2, б), необходимо найти связь характерного радиуса r_0 с величинами r_{max} и r_{min} , определяемыми из эксперимента. В [1] из рассмотрения баланса энергии на температурном фронте головки конвективного факела (рис. 2, а) было получено соотношение, определяющее стационарный радиус r_0 из соотношений для скорости расширения области нагрева вокруг источника тепла $V_t(r_0) = A/r_0^2$, $A = A(Q, p, T_0, \Delta T)$, где Q – тепловая мощность НОР, p – давление газа, T_0 – температура окружающего газа, ΔT – средний нагрев газа в конвективном факеле, и скорости всплывания области нагретого газа за счет конвекции $V_c(r_0) = \sqrt{2gr_0}$ (рис. 2, а). Уравнение $V_t(r_0) = V_c(r_0)$ дает:

$$A / r_0^2 = \sqrt{2gr_0}, \text{ или } r_0 = \sqrt[5]{A^2 / (2g)}. \quad (2)$$



Рис. 2. а) схема стационарного конвективного факела, положенная в основу формулы (2). б) схема пульсирующего конвективного факела в фазе максимальной амплитуды пульсации.

На рис. 2, б схематически показан нестационарный конвективный факел в фазе максимальной амплитуды пульсации, когда головка факела находится в спутном потоке за всплывающей в окружающем газе областью факела максимального радиуса r_{max} . Скорость спутного потока превышает среднюю скорость конвекции, вследствие чего радиус температурного фронта вблизи головки факела сокращается до некоторого минимального размера r_{min} . Исходя из такой картины соотношение минимального и максимального радиусов факела можно выразить соотношением, аналогичным (2):

$$A / r_{min}^2 = \sqrt{2gr_{max}} \quad (3)$$

Из системы уравнений (2) и (3) следует:

$$r_0^5 = r_{max} \cdot r_{min}^4 \text{ или } r_0 = \sqrt[5]{r_{max} \cdot r_{min}^4} \quad (4)$$

По формуле (4) следует определять радиус конвективного факела из экспериментальных данных. Это дополнительно подтверждается результатами математического моделирования [2]: минимальный и максимальный радиусы факела при пульсации, определяемые по изотерме $T = 2T_0$, и радиус факела, получаемый при решении стационарной задачи, удовлетворяют соотношению (4).

На рис. 3, а показана зависимость экспериментально измеренных частот пульсаций и радиусов конвективного факела НОР в ксеноне от давления газа в условиях таких же, как в работе [1]. Видно, что частота пульсаций растет с давлением, а радиус конвективного факела снижается. Радиус r_0 определяется по формуле (4) из минимального и максимального радиусов изолинии коэффициента преломления $\Delta n/2$, найденных по кадрам скоростной съемки теневых изображений с учетом поправок на особенности формирования светлых линий, соответствующих границам факела (рис. 1, а).

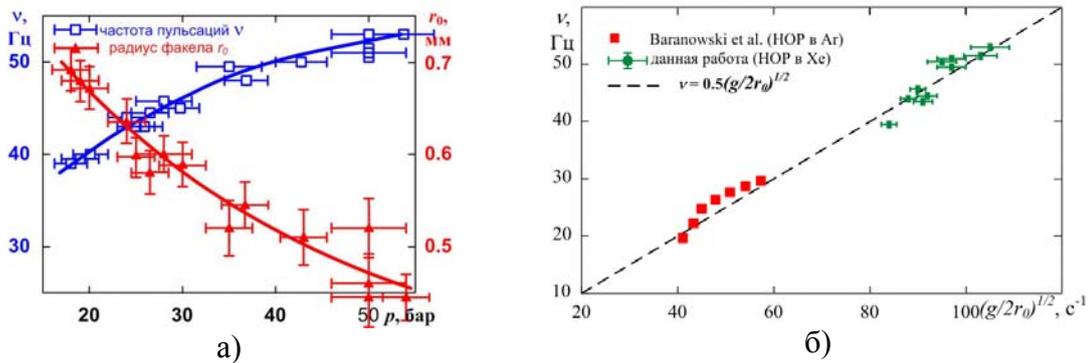


Рис. 3. а) Зависимость от давления газа p частоты пульсаций ν и условного радиуса r_0 конвективного факела НОР в ксеноне в условиях [1]. Ось ν – слева, ось r_0 – справа. Погрешность определения давления связана с нагревом газа в замкнутом объеме. б) штриховая линия выражает закон подобия для частоты пульсаций; в правом верхнем углу – точки, пересчитанные из данных рис. 3, а, ниже и левее центра – то же по данным [4], пересчитанных по формулам данной работы.

Данные рис. 3, а) пересчитывались и наносились на график рис. 3, б) в координатах $\nu = \nu \left(\sqrt{g/(2r_0)} \right)$. Оказалось, что полученные точки с учетом погрешности хорошо ложатся на прямую линию, выражающую закон подобия для частоты колебаний конвективного факела (1) при $a = 0.5$. На эту же линию ложатся данные работы [4] по пульсациям конвективного факела НОР в аргоне, приведенные для r_0 , пересчитанного из экспериментальных данных по формуле (4).

Таким образом, с учетом всех обстоятельств, изложенных выше, графики рис. 3 можно рассматривать как экспериментальное доказательство справедливости закона подобия (1) для конвективных колебаний непрерывного оптического разряда.

Работа выполнена в рамках государственного задания АААА-А20-120011690135-5.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lavrentyev S.Yu., Solovyov N.G., Shemyakin A.N., Yakimov M.Yu. Buoyancy driven convection instability and related pulsing of continuous optical discharges // 2019 J. Phys.: Conf. Ser. 1394, 012012
2. Kotov M.A., Lavrentyev S.Yu., Solovyov N.G., Shemyakin A.N., Yakimov M.Yu. Dynamics of laser plasma convective plume in high pressure xenon // 2020 J. Phys.: Conf. Ser.

- 1675, 012073
3. *Teichman J.A.* Measurement of gradient index materials by beam deflection, displacement, or mode conversion // 2013 Optical Engineering 52(11) 112112
 4. *Барановский А., Муха З., Перадзыньский З.* Неустойчивость непрерывного оптического разряда в газах // 1978 Успехи механики 1(3/4) 125-146



РАЗРЫВЫ В РЕШЕНИЯХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ ПРИ “НЕДОСТАТКЕ” ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ

А.Г. Куликовский
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН
e-mail: kulik@mi-ras.ru

Основные понятия. Образование разрывов. Граничные условия на разрывах. Законы сохранения. Эволюционность. Дополнительные соотношения. Структура разрывов. Особые разрывы. Примеры.

Волны малой амплитуды на однородном фоне. Уравнения Хопфа и Бюргерса.

Структура разрывов – источник дополнительных соотношений. Стационарные и нестационарные структуры.

Возможность объединения и распада разрывов. Неодномерные ударные адиабаты.

Задача “о поршне” и условие ее разрешимости.

Разрывы в упругопластических средах с упрочнением.

Разрывы с фазовыми превращениями и без фазовых превращений.

Планы дальнейших исследований.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 20-01-00071). Исследован вид ударной адиабаты и условий эволюционности в зависимости от параметров модели.



ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ КОЛЬЦЕВЫХ ВОЛН ПО ФОТОСНИМКАМ ИЗ КОСМОСА

С.А. Кумакиев
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
e-mail: kumak@ipmnet.ru

По программе космического эксперимента (КЭ) "Ураган" с борта Российского сегмента Международной космической станции (МКС) осуществляется визуальное наблюдение с регистрацией на видео и фото аппаратуру различных событий в том числе и на поверхности Земли [1, 2]. Делается это с конечной целью разработки критериев оперативной классификации и дешифрирования признаков зарождения природных и техногенных катастрофических явлений. Для этого необходимо создание математических моделей указанных явлений. Среди фотоснимков с МКС была выбрана система кольцевых поверхностных волн, зафиксированная вблизи острова Дарвин в Тихом океане. Цель исследования состояла в том, чтобы путем математического моделирова-

ния оценить физические параметры источника волн. Была принята гипотеза, что волны образовались вследствие некоторого гармонического во времени воздействия на дно океана. Вычисления в рамках модели, предполагающей возбуждение и распространение волн в условиях теории длинных волн, позволили приблизить смоделированную волновую систему к зарегистрированной на фотоснимке и оценить физические параметры источника волн.

ОЦЕНКА ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ КОЛЬЦЕВЫХ ВОЛН. На рис. 1 приведен фотоснимок острова Дарвин (самый северный из островов Галапагосского архипелага в Тихом океане) от 2-го мая 2006 г. О масштабах можно судить по отрезку АВ, равному 1 км. Сделаем количественные оценки: радиус d_w дальней по отношению к источнику зоны положен равным 180 м.; от начала дальней зоны до точки В можно насчитать от 14 до 16 кольцевых волн. Поскольку длина этого участка равна $860 - 180 = 680$ м, то длина кольцевых волн положена $\lambda = 680/15 \sim 45$ м. Оценим радиус d_0 ближней к источнику зоны, в которой нет волн, в 90 м. Есть переходная область между d_0 и d_w : в ней волны только формируются.

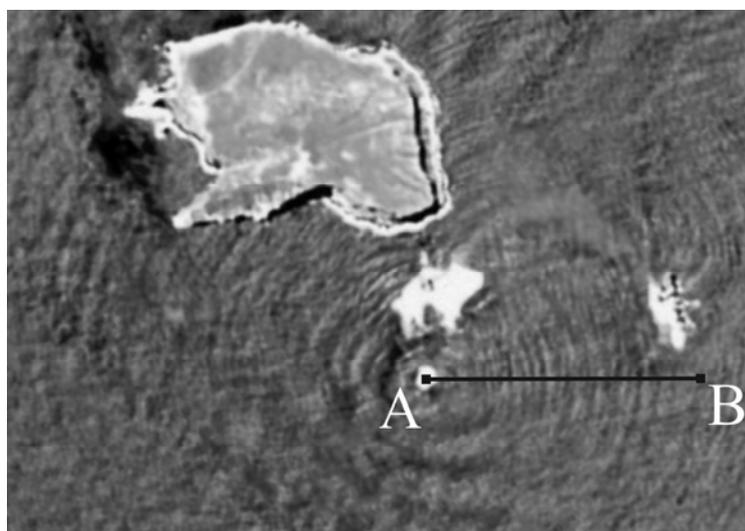


Рис. 1. Сделанный с МКС фотоснимок системы кольцевых океанских волн вблизи острова Дарвин.

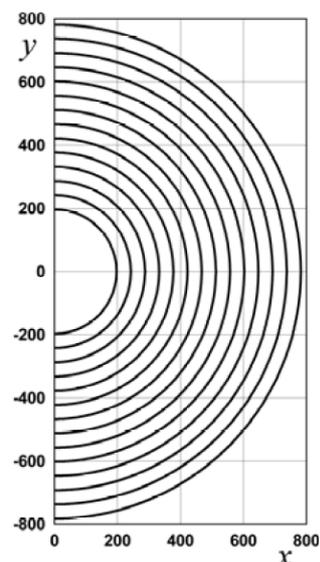


Рис. 2. Вид сверху на гребни волн в смоделированной волновой системе.

ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ. Предположим, что в безграничном по горизонтали слое жидкости постоянной глубины H_0 функционирует гармонический локализованный, но не обязательно точечный, источник, возбуждающий волны постоянной частоты σ . Введем декартову прямоугольную систему координат Ox_1x_2z . Оси Ox_1 и Ox_2 поместим на плоскости, совпадающей с горизонтальной в невозмущенном состоянии свободной поверхностью жидкости. Будем считать, что источник сообщает частице жидкости на дне вертикальную скорость $W(x, t)$.

Для моделирования волновых движений жидкости привлечем линейную теорию, согласно которой условия на свободной поверхности жидкости, в частности давление $p = 0$, задается на невозмущенном уровне свободной поверхности. Согласно батиметрическим данным глубина воды в рассматриваемом районе океана заключена в пределах $5\text{ м} \leq H_0 \leq 10\text{ м}$. В силу этой оценки принято, что глубина океана H_0 – постоянная,

а длина кольцевых волн λ значительно больше глубины H_0 . Поэтому далее в математической модели для формализации физической модели была привлечена линейная теория длинных волн [3].

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ. За основную искомую величину принято возвышение $\eta(x, t)$ свободной поверхности жидкости, определяющее высоту волн в любой момент времени t в любой точке x с горизонтальными координатами (x_1, x_2) . Если обозначить через $v_1(x, t)$ и $v_2(x, t)$ компоненты скорости жидкости вдоль осей Ox_1 и Ox_2 , соответственно, то функции η, v_1, v_2 должны удовлетворять системе уравнений

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x_1}, \quad \frac{\partial v_2}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x_2}, \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = -H_0 \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} \right) + W(x, t).$$

Здесь g – ускорение силы тяжести.

После преобразований получим уравнение относительно искомой функции $\eta(x)$

$$\frac{\partial^2 \eta(x)}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \eta(x)}{\partial x_2^2} + \frac{\sigma^2}{C_0^2} \eta(x) = -i \frac{\sigma}{C_0^2} W(x), \quad -\infty < x_1, x_2 < \infty.$$

Для выделения единственного решения этого уравнения потребуем, чтобы при $|x| \rightarrow \infty$ функция $Re[\eta(x) e^{i\sigma t}]$ описывала уходящие от источника волны.

Это уравнение с добавленным условием на бесконечности принято за основную математическую модель рассматриваемой волновой системы.

РАСЧЕТ ВОЛНОВОЙ СИСТЕМЫ В БЛИЖНЕЙ И ПЕРЕХОДНОЙ ЗОНАХ.

Применив двумерное преобразование Фурье по $x = (x_1, x_2)$ и введя полярные координаты $x_1 = |x| \cos \psi$, $x_2 = |x| \sin \psi$, $k_1 = |k| \cos \varphi$, $k_2 = |k| \sin \varphi$, получим окончательное интегральное представление функции $\eta(x)$:

$$\eta(x) = i \frac{\sigma W_0 l^2}{C_0^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\rho} J_0 \left(\frac{|x|}{l} \rho \right)}{\rho^2 - s^2} \rho \, d\rho.$$

Подынтегральная функции в последнем интеграле имеет неинтегрируемую особенность в точке $\rho = s$ и поэтому требуется разъяснение, в каком смысле формально выведенный интеграл далее понимается.

Функция $\eta(x)$ есть комплексная амплитуда возвышения свободной поверхности жидкости. Формула для возвышения $\eta(x, t)$ имеет вид

$$\eta(x, t) = \frac{\sigma W_0 l^2}{C_0^2} Re \left[i \int_{(L)} \frac{e^{-\rho} J_0 \left(\frac{|x|}{l} \rho \right)}{\rho^2 - s^2} \rho \, d\rho e^{i\sigma t} \right].$$

Если предположить, что все параметры источника известны, то по выведенной формуле можно в принципе найти возвышение свободной поверхности жидкости $\eta(x, t)$ в любой точке наблюдения x в любой момент времени t . Однако, эта формула удобна для быстрых расчетов только в тех случаях, когда точка наблюдения x расположена в ближней зоне, т.е. когда $|x| \leq d_0$ или в переходной области $d_0 < |x| < d_w$.

Так же были получены формулы для расчета волновой системы в дальней зоне.

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ИСТОЧНИКА КОЛЬЦЕВЫХ ВОЛН. По получен-

ным формулам были проведены многовариантные расчеты волновой системы с целью подбора таких значений параметров источника, при которых смоделированная волновая система оказалась приближенной к зафиксированной на фотоснимке из космоса. Найденные значения параметров таковы: интенсивность источника волн $W_0 = 6$ м/с; характерный горизонтальный размер источника $l = 35$ м; частота колебаний источника $\sigma = 1$ рад/с, если $H_0 = 5$ м и $\sigma = 1.41$ рад/с, если $H_0 = 10$ м.

На рис. 2 приведены иллюстрации волновой системы при указанных значениях параметров, рассчитанные в случае $H_0 = 10$ м. Окружности на нем схематично представляют вид сверху на гребни волнового профиля. Сопоставляя рис. 1 с рис. 2, можно сделать вывод о качественном и в некотором отношении количественном соответствии смоделированной волновой системы зафиксированной на фотоснимке.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. Рассчитанная по представленной математической модели волновая система подобна зарегистрированной на фотоснимке с МКС, представленном на рис. 1. Выведенная формула для расчетов является удобной для быстрой реализации на персональном компьютере.

Работа выполнена по теме государственного задания АААА-А20-120011690138-6.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Беляев М.Ю., Виноградов П.В., Десинов Л.В., Кумакиев С.А., Секерж-Зенькович С.Я.* Идентификация по фотоснимкам из космоса источника океанских кольцевых волн вблизи острова Дарвин // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2011. № 1. С. 70-83.
2. *Беляев М.Ю., Десинов Л.В., Крикалев С.К., Кумакиев С.А., Секерж-Зенькович С.Я.* Идентификация системы океанских волн по фотоснимкам из космоса // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2009. № 1. С. 117-127.
3. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. Ч.1. М.: Физматгиз, 1963.



ФОРМИРОВАНИЕ И ЭВОЛЮЦИЯ КРУПНОМАСШТАБНЫХ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР В АККРЕЦИОННЫХ ЗВЕЗДНЫХ ДИСКАХ

З.Д. Ливенец

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», г. Москва

e-mail: zacharus@inbox.ru

А.Ю. Луговский

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

e-mail: alex_lugovsky@mail.ru

Целью данной работы является моделирование нестационарных процессов в аккреционных звездных дисках. Подобные газовые диски формируются вокруг компактных небесных тел большой массы. Таким объектом может быть нейтронная звезда или черная дыра. В результате захвата гравитационным полем межзвездного газа с большим угловым моментом возникает аккреционный диск. Для уравнивания движения газового облака возможно подобрать стационарное решение, обладающее нужными свойствами. Такая конфигурация используется в качестве начальных данных при математи-

ческом моделировании.

Особый интерес представляет развитие крупномасштабной турбулентности в сдвиговом течении аккреционного диска, для изучения которого используется компьютерное моделирование данного процесса. Интересно проверить некоторые гипотезы. Возможно ли появление крупномасштабных вихрей в сдвиговом течении аккреционного диска? Способны ли подобные структуры привести к перераспределению углового момента и обеспечить необходимый темп аккреции (скорость падения вещества на центральное тело)? Правомерен ли двумерный подход для тонких аккреционных дисков?

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты двумерного моделирования [1-3] процесса развития крупномасштабной турбулентности в сдвиговом течении аккреционного диска показывают, что малые возмущения, внесенные в равновесное состояние, приводят к появлению вихревых спиральных структур в изначально ламинарном течении аккреционного диска. Распространяясь по всему объему диска, развитие сдвиговой неустойчивости приводит к перераспределению углового момента в диске и последующей аккреции газа на центральный объект. Количество падающего газа существенно увеличивается со временем.

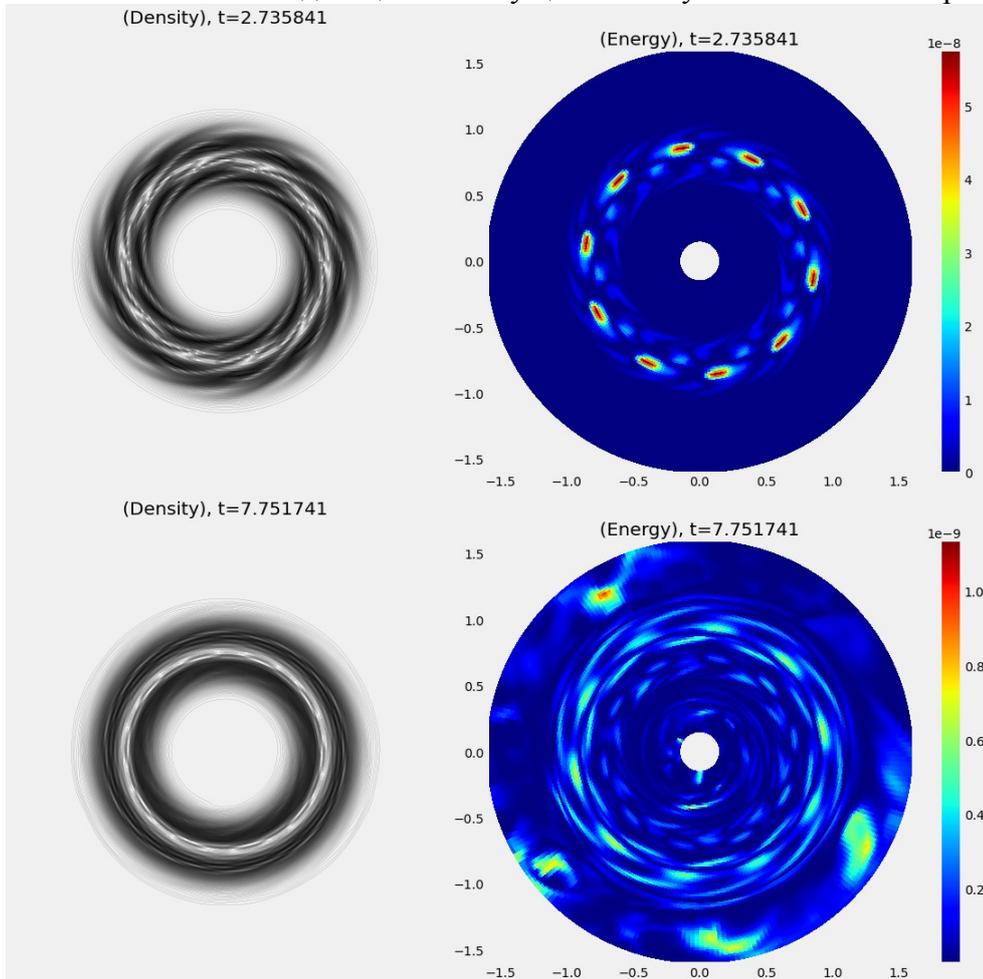


Рис. 1. Изолинии плотности изображены слева, а распределение кинетической энергии вихревого движения ($mv^2/2$) изображено справа. Рассматривается сечение $z = 0$, моменты времени соответствуют примерно половине и полутора оборотам диска.

Основываясь на результатах, представленных в книге [4], проведено моделирование развития сдвиговой неустойчивости в толстых (толщина диска порядка его радиу-

са) и тонких (толщина диска много меньше радиуса) аккреционных дисках в трехмерном случае. Результаты моделирования на временах порядка нескольких оборотов диска качественно повторяют двумерные результаты и подтверждают предположение о том, что развитие крупномасштабной турбулентности позволяет обеспечить необходимый темп аккреции вещества на центральный объект без существенного увеличения температуры газа. Вихревые течения эффективно переносят угловой момент, распространяясь по всему объему аккреционного диска (Рис. 1).

В книге [4] показано, что при отношении радиуса к толщине диска более 16, результаты трехмерного и двумерного подходов качественно повторяют друг друга (гравитация не учитывалась). В нашей задаче дальнейшее развитие неустойчивости приводит к разрушению аккреционного диска. Для тонких дисков картина, качественно повторяющая двумерную, держится чуть дольше, тем не менее в дальнейшем все равно принимает принципиально иной, трехмерный характер (Рис. 2).

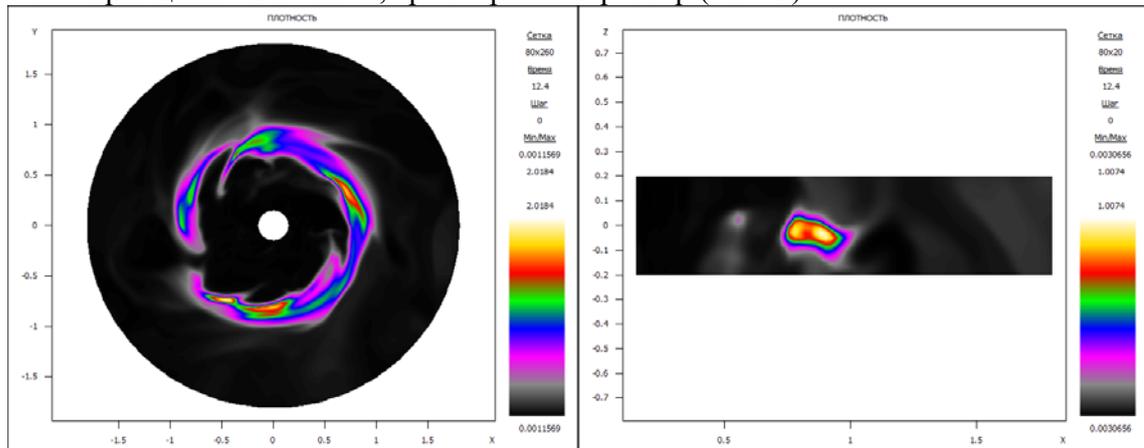


Рис. 2. Распределение плотности в аккреционном диске.
Слева - сечение $z = 0$, справа – сечение $\phi = 0$.

Результаты моделирования сдвиговой неустойчивости в аккреционных дисках показывают, что двумерный подход при ее моделировании может использоваться ограниченно. Течение, даже в тонком диске, со временем принимает принципиально трехмерный характер, по всей видимости вызванный учетом гравитации. Тем не менее, течение в диске все равно остается крупновихревым. Крупные вихри приводят к отводу углового момента в диске, что, в свою очередь, вызывает рост темпа аккреции без существенного нагрева вещества диска.

ЛИТЕРАТУРА

1. Велихов Е.П., Луговский А.Ю., Мухин С.И., Попов Ю.П., Четкин В.М. Роль крупномасштабной турбулентности в перераспределении углового момента в аккреционных звездных дисках // *Астрономический журнал*. 2007. Т. 84. №2. С. 177-184.
2. Луговский А. Ю., Мухин С.И., Попов Ю.П., Четкин В.М. Развитие крупномасштабной неустойчивости в аккреционных звездных дисках и ее влияние на перераспределение углового момента // *Астрономический журнал*. 2008. Т. 85. №10. С. 901-905.
3. Луговский А.Ю., Четкин В.М. Развитие крупномасштабной неустойчивости в Кеплеровских аккреционных звездных дисках // *Астрономический журнал*. 2012. Т. 89. №2. С. 120-127.
4. Белоцерковский, О.М., Опарин А.М., Четкин В.М. Турбулентность: новые подходы. М.: Наука. 2003. С. 288.



ВЛИЯНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ГОРЕНИЯ МЕТАНА В ЦИЛИНДРАХ ДВС НА ПОКАЗАТЕЛИ ИХ РАБОТЫ

И.В. Максимов, В.В. Синяевский, М.Г. Шатров

*Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет
«МАДИ», Москва,
e-mail: sinvlad@mail.ru*

В настоящее время снижение токсичных выбросов и углекислого газа (CO_2) является самым важным требованием, предъявляемым к двигателям внутреннего сгорания (ДВС). Выбросы включают в себя: оксиды азота (NO_x), оксид углерода (CO), углеводороды (CH), дисперсные частицы. Данные выбросы способны вызывать кислотные дожди, быть причиной смога, а частицы содержат в себе канцерогены. В целом выбросы отработавших газов ДВС на традиционных топливах оказывают вредоносный эффект на окружающую среду и здоровье людей [0]. С другой стороны, спрос на источники энергии растет по всему миру при том, что количество оставшегося на планете ископаемого топлива падает. В такой ситуации природный газ является перспективным топливом за счет его доступности, наличия инфраструктуры доставки и производства, относительно низкой стоимости и экологичности при сгорании и производстве. В частности, происходит снижение выбросов углекислого газа, также снижение выбросов оксидов азота и частиц [2]. С другой стороны для того, чтобы снизить токсичность, необходимо предотвратить выбросы метана. Также природный газ является более стойким к детонации, чем бензин, из-за высокой температуры самовоспламенения и высокого октанового числа [3].

В целом природный газ – смесь нескольких компонентов, таких как: метан, этан, пропан, н-бутан, изопропан и пентан. Также он может содержать CO_2 , азот и малое количество воды. Концентрация веществ может отличаться в зависимости от месторождения и процесса производства. Обычно метан содержит 87-98 % природного газа. Поэтому его физико-химические свойства близки к метану.

Реакция сгорания метана проходит по цепному механизму, в ходе которой исходные вещества вступают в цепь превращений с участием промежуточных активных частиц. При сгорании метана проходит около 325 реакций.

В литературе представлены несколько механизмов горения метана, основанные на законе Аррениуса [4]: подробный механизм (GriMesh и др.) и упрощенный механизм. Упрощенный механизм может быть представлен как 4-ступенчатая реакция или как одна глобальная реакция, например, глобальная реакция Дутега.

В целом описание реакции горения метана как одной реакции не соответствует экспериментальным данным, поэтому используют четырехступенчатый механизм, либо подробный механизм описания реакции, например, механизм Джонса и Линдстедта.

Сгорание в газовом двигателе может быть инициировано с помощью ускорения экзотермической реакции сверх преобладающей скорости рассеивания энергии из зоны реакции в окружающую среду. Начало процесса требует минимального количества энергии, которое зависит от топлива и внешних условий. Эта энергия может быть сообщена с помощью электрической искры или сгорания запальной дозы топлива. Стехиометрическая смесь требует минимального количества энергии.

Отличительными особенностями сгорания метана является малая скорость пламени, что может стать причиной детонации. На скорость пламени метана влияют следующие факторы: начальная температура смеси, давление, коэффициент избытка воздуха, интенсивности турбулентности. Причиной малой скорости пламени метана является малое количество активных радикалов. Оно мало, так как цепная реакция прохо-

дит через CH_3 , CH_2O , CHO и CO . Некоторые из этих реакций поглощают активные радикалы, то есть приостанавливают цепную реакцию. В результате подогретая зона пламени предварительно смешанных метана и воздуха является химически инертной. Радикалы исчезают в малом слое, поглощающем их. Еще одной отличительной особенностью метана как топлива является его большая температура горения (2214 К), что может привести к перегреву деталей двигателя [5].

Метан обладает повышенной воспламеняемостью, что позволяет использовать обедненные смеси. Использование обедненной смеси уменьшает скорость тепловыделения и увеличивает период задержки воспламенения, что в свою очередь снижает максимальную температуру цикла и приводит к снижению выбросов NO_x . Снижение потерь в систему охлаждения увеличивает эффективность цикла. При этом возникает возможность пропуска сгорания в цилиндре, если сильно обедненная смесь образовалась вокруг искры зажигания. Для того чтобы решить данную проблему, используется стратегия расслоенного сгорания, при котором богатая смесь подается в зону искры для улучшения воспламеняемости топливоздушная смесь. Еще одной проблемой является существенное повышение эмиссии несгоревших углеводородов при использовании обедненных смесей, так как в этом случае не происходит полного сгорания метана. Особенно это проявляется на малых нагрузках. Эффект усиливается низкой температурой отработавших газов и как следствие плохой работой каталитических нейтрализаторов.

Так как природный газ помимо метана содержит другие компоненты, такие как двуокись углерода, азот, водород и так далее, то эти компоненты могут повлиять на свойства природного газа. Например, даже малое содержание водорода может увеличить низшую теплоту сгорания природного газа, и таким образом эффективность процесса сгорания. Содержание азота может увеличить предел воспламеняемости смеси. При этом присутствие других компонентов, кроме метана, в целом снижает теплоту сгорания топлива. Так как часть теплоты сгорания будет передаваться другим компонентам природного газа, при этом, чем выше температура, тем большее количество теплоты отбирают примеси за счет эндотермических реакций. Энергия эндотермических реакций будет расти, потому что при повышении температуры растет удельная теплоемкость компонентов и соответственно их внутренняя энергия и энтальпия [6].

Скорость окисления метана также может быть увеличена за счет гомогенного смешения топлива с малой порцией отработавших газов. Такое смешение не только слегка нагревает смесь, но и обеспечивает наличие небольшого количества активных радикалов, что увеличивает скорость реакции на ранних этапах. Присутствие небольшого количества испарений высших углеводородов, например, от сгорания малой порции дизельного топлива, может значительно снизить задержку воспламенения даже без увеличения температуры. Более того, неметановые углеводороды в природном газе реагируют с воздухом значительно быстрее, чем метан. Это может в целом ускорить реакцию сгорания метана [6].

Наиболее важный показатель, влияющий на эффективную мощность двигателя, – объемная теплота сгорания смеси топлива и воздуха, которая определяет количество теплоты, которое может быть преобразована в механическую работу в цилиндре. Чем больше данный показатель, тем выше эффективная мощность двигателя. Объемная теплота сгорания смеси воздуха и природного газа составляет 3.36 МДж/м^3 , а у смеси бензина и воздуха 3.82 МДж/м^3 . Вследствие приведенных факторов эффективная мощность двигателя, питаемого природным газом, меньше, чем у бензинового. При этом индикаторный КПД у двигателя, работающего на природном газе, выше, чем у бензинового. При распределенном впрыскивании и прямом впрыскивании в цилиндр природный газ поступает в цилиндр в газообразном состоянии. В результате удельный эф-

фактивный расход топлива, выбросы CO и CH падают. При этом отношение C/H у метана самое низкое среди всех углеводородных топлив, что означает пониженные выбросы CO₂. Выбросы же NO_x у двигателя, работающего на метане, выше, чем у бензинового двигателя в основном за счет его большей термической эффективности и температуры сгорания.

Большое влияние на эмиссию вредных веществ оказывает степень сжатия, при этом продолжительность сгорания почти не меняется. Когда степень сжатия меняется от 12,6 до 14,6, продолжительность сгорания падает всего на 1° угла поворота коленчатого вала, а при увеличении до 15,6 продолжительность сгорания несколько повышается. При этом с повышением степени сжатия период задержки воспламенения падает и начало сгорания происходит раньше. Эмиссия NO_x возрастает с повышением степени сжатия. Но данная проблема может быть решена уменьшением угла опережения зажигания. При этом повышение степени сжатия до 15,6 приводит к повышению вероятности возникновения детонации. Удельный эффективный расход топлива падает при повышении степени сжатия (на 6,4 % при повышении с 11,6 до 14). Для снижения вероятности детонации можно использовать природный газ с большим содержанием метана, так как он имеет большое октановое число [7].

ВЫВОДЫ

1. Высокая низшая теплота сгорания метана вкупе с высоким октановым числом могут обеспечить более высокую эффективность сгорания природного газа по сравнению с традиционными топливами.
2. Низкая объемная теплота сгорания метана приводит к снижению эффективной мощности двигателя, а малая скорость сгорания метана – к дополнительным потерям и детонации. При этом возможно увеличить скорость сгорания за счет добавления других компонентов или повышения температуры.
3. Большая температура сгорания метана может привести к повышенной эмиссии NO_x для газовых двигателей, при этом снижены выбросы CO, CH и CO₂ за счет более полного сгорания и малого соотношения C/H. Важной проблемой с точки зрения парникового эффекта является выбросы несгоревшего метана.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Cheung, L. Ntziachristos, T. Tzamkiozis, J. Schauer, Z. Samaras, K. Moore, et al. Emissions of particulate trace elements, metals and organic species from gasoline, diesel, and biodiesel passenger vehicles and their relation to oxidative potential, *Aerosol Sci. Technol.* 44 (7), 2010, pp. 500–513.
2. M.M. Abdelaal, A.H. Hegab. Combustion and emission characteristics of a natural gas-fueled diesel engine with EGR, *Energy Convers. Manag.* 64 (0), 2012, 301–312.
3. Гайворонский А.И., Марков В.А., Илатовский Ю.В. *Использование природного газа и других альтернативных топлив в дизельных двигателях*. – М.: ООО «ИРЦ Газпром», 2007. С. 480.
4. Ennetta, R., Hamdi, M., Said, R. Comparison of different chemical kinetic mechanisms of methane combustion in an internal combustion engine configuration. *Therm. Sci.* 2008, 12 (1), 43–51.
5. Peters N, Rogg B. *Reduced kinetic mechanisms for applications in combustion systems. Lecture notes in physics.* Heidelberg: Springer Verlag, 1993.
6. Ghazi a. Karim. *Dual-Fuel Diesel engines*, 2015, CRC Press, 287 p.
7. J.Q. Fu, J. Shu, F. Zhou, J.P. Liu, Z.X. Xu, D.J. Zeng. Experimental investigation on the effects of compression ratio on in-cylinder combustion process and performance improvement of liquefied methane engine, *Appl. Therm. Eng.* 113, 2017, 1208–1218.



ВИХРЕВАЯ СТРУКТУРА, ГЕНЕРИРУЕМАЯ РАВНОМЕРНЫМ ДВИЖЕНИЕМ ДИСКА В СИЛЬНО СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

П.В. Матюшин

Институт Автоматизации Проектирования РАН, Москва

e-mail: pmatyushin@mail.ru

Данная работа дополняет изложенный в статье [1] механизм формирования вихрей (**МФВ**) в линейно стратифицированной по плотности вязкой жидкости вследствие прохождения через неё диска диаметром d и толщиной $h = 0.76 \cdot d$ вдоль горизонтальной оси Z симметрии диска со скоростью U . Для математического моделирования этого МФВ на вычислительных ресурсах Межведомственного суперкомпьютерного центра Российской академии наук (МСЦ РАН) решалась обезразмеренная система уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска (1) при помощи численного метода МЕРАНЖ с явной гибридной конечно-разностной схемой для аппроксимации конвективных членов уравнений (второй порядок аппроксимации, монотонность) [2].

$$\frac{\partial S}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) S = \frac{2}{Sc \cdot Re} \Delta S + \frac{v_x}{2A}; \quad \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla p + \frac{2}{Re} \Delta \vec{v} + \frac{A}{2Fr^2} S \frac{\vec{g}}{g}; \quad \nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (1)$$

где S – возмущение солёности, $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$ – скорость, p – давление за вычетом гидростатического, $Re = U \cdot d / \nu$ – число Рейнольдса, $\nu = 0.01 \text{ см}^2/\text{с}$ – коэффициент кинематической вязкости жидкости, $Sc = \nu / k_s$ – число Шмидта, $k_s = 1.41 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{с}$ – коэффициент диффузии соли, $Fr = U / (N \cdot d)$ – внутреннее число Фруда; $N, \Lambda = g / N^2$ и $T_b = 2\pi / N$ – частота, масштаб и период плавучести жидкости, $A = \Lambda / d$ – отношение масштабов, время $t = \tau \cdot U / (0.5 \cdot d)$, τ – реальное время в секундах (если $T = \tau / T_b$, то $t = 4\pi \cdot Fr \cdot T$), g – модуль ускорения свободного падения. Система (1) решалась в цилиндрической системе координат ($Z = Z, X = R \cdot \cos \varphi, Y = R \cdot \sin \varphi$). Все рассчитанные течения при $Fr < 1.5$ имеют две плоскости симметрии: вертикальную $X-Z$ и горизонтальную $Y-Z$ (рис. 1д-е). Поэтому все дальнейшие рассуждения относятся только к верхней полуплоскости ($X > 0$).

МФВ. Пусть точка Q – место старта тыльной стенки диска, отмеченная вертикальной черной линией на рис. 1-2. МФВ [1]: «В течение каждой $\Delta T = 0.5$ при $X > 0$ в силу гравитационной и сдвиговой неустойчивостей над Q формируется небольшой деформированный вихревой круг, который со временем постепенно увеличивается в размерах и сдвигается вниз к точке Q (рис. 1д-е). Левые полукруги превращаются во внутренние полуволны, длиной $\lambda/2 = \pi \cdot Fr \cdot d$, заполняя собой верхнее полупространство над следом (между телом и точкой Q), а правые полукруги утончаются со временем под давлением новорожденных правых полукругов». Так на рис. 1д и 1е для $T = 1.5$ при помощи изоповерхностей модуля завихренности $\omega = \text{rot } \mathbf{v}$ и β (мнимой части комплексно-сопряженных собственных значений тензора градиента скорости \mathbf{G} [1]), соответственно, показаны три первые внутренние полуволны 1, 2, 3 и три правых полукруга -1, -2 и -3. Эти изоповерхности окрашиваются двумя разными цветами в зависимости от знака ω_φ . Поэтому их можно назвать ω^+ и β^+ -визуализациями, соответственно. На рис. 1д-е при $X > 0$ полуволны впадин 1 и 3 – зелёные. В [3] раскрывается физический смысл $\beta > 0$ и $\omega \neq 0$ в некоторой точке (в системе отсчета, двигающейся со скоростью этой точки). Пусть \mathbf{r} – собственный вектор, соответствующий третьему (вещественному) собственному числу \mathbf{G} . Тогда \mathbf{r} – это ось вращения жидкости с угловой скоростью Ω . β – это осредненная по времени Ω . Проекция ω на \mathbf{r} – это удвоенная осредненная по пространству Ω . **В данной работе раскрывается существенный вклад правых полукругов с нечетными номерами (-1, -3, ...) в МФВ.** Было установлено, что левая часть такого полукруга $-n$ (где $n = 2k + 1 \geq 1, k = 0, 1, 2, \dots$) объединяется с нижней частью

полуволны впадин $n+1$. Если полукруги -1 и -3 , напрямую контактирует с полуволнами 2 и 4 , соответственно, то полукруги $-n$ (где $n \geq 5$) сначала объединяются с полукругом -3 , а потом уже вихрь « $-3&-n$ » контактирует с полуволной $n+1$. Этот факт отмечен цифрами $-1, -3, -5, -7$ у оси Z на рис. 2а.

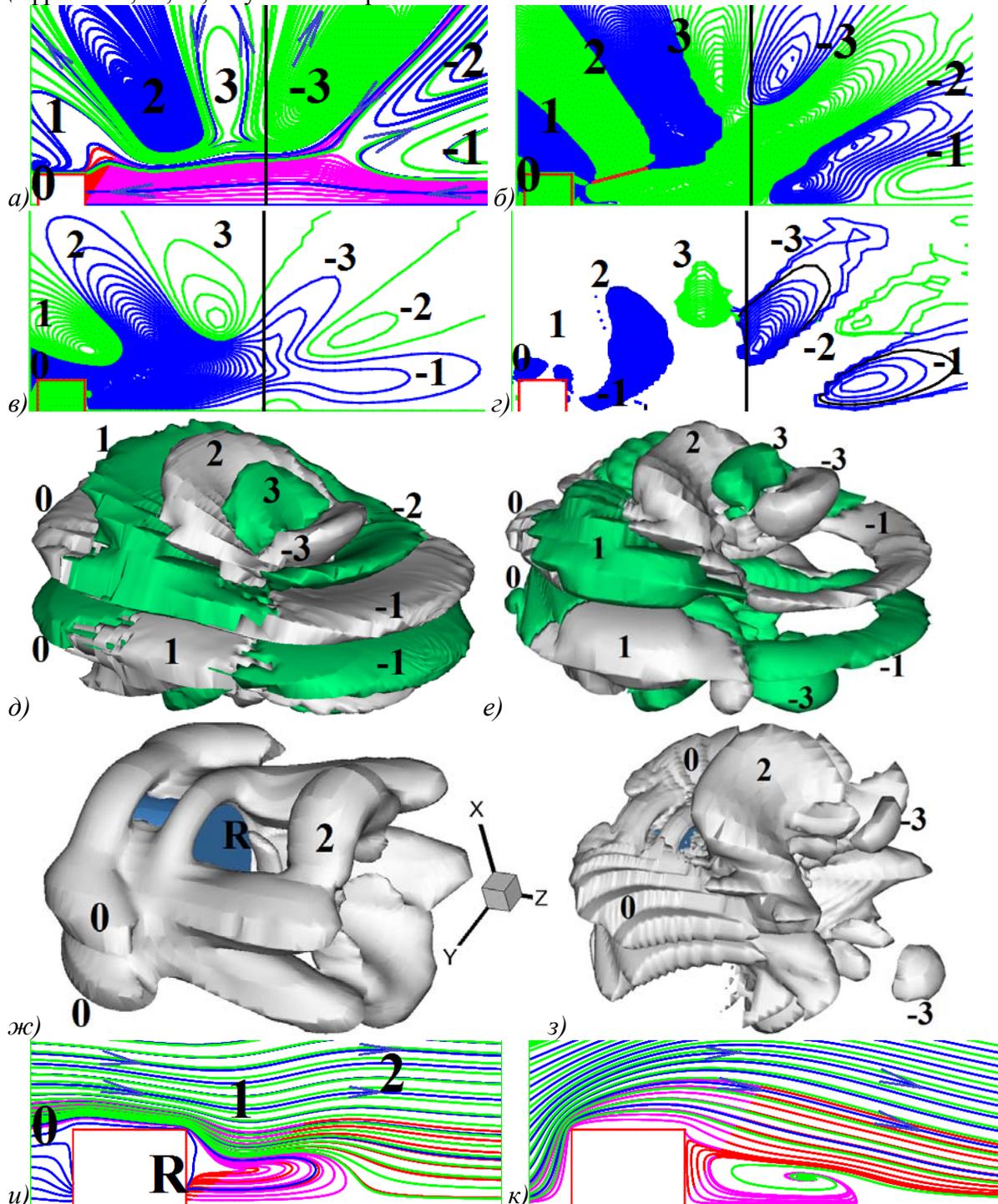


Рис. 1. Течение около диска при $Fr = 0.3$, $Re = 50$, $T = 1.5$ ($T_b = 6.28$ с):

а, и-к) линии тока в системах отсчёта, связанных с жидкостью (а) и диском (и-к) при $\varphi = 4.5^\circ$ (а, и) и $\varphi = 274.5^\circ$ (к); б-з) изолинии $S_z = \partial S / \partial Z$ ($\delta S_z = 5 \cdot 10^{-7}$) (б) при $\varphi = 4.5^\circ$, $\omega_\varphi = (\text{rot } \mathbf{v})_\varphi$ ($\delta \omega_\varphi = 0.02$) (в) и β ($\delta \beta = 0.002$) (г) при $\varphi = 0^\circ$ (φ – угол между плоскостью рисунка и вертикальной плоскостью $X-Z$); д-з) изоповерхности $\omega = 0.01$ (д), $\beta = 0.01$ (е) и $\beta = 0.2, 0.02$ (при $\omega_\varphi < 0$) (ж-з). На рис. (б-в) изолинии $S_z < 0$, $\omega_\varphi < 0$ показаны синим цветом. На рис. (г-е) цвет определяется знаком ω_φ .

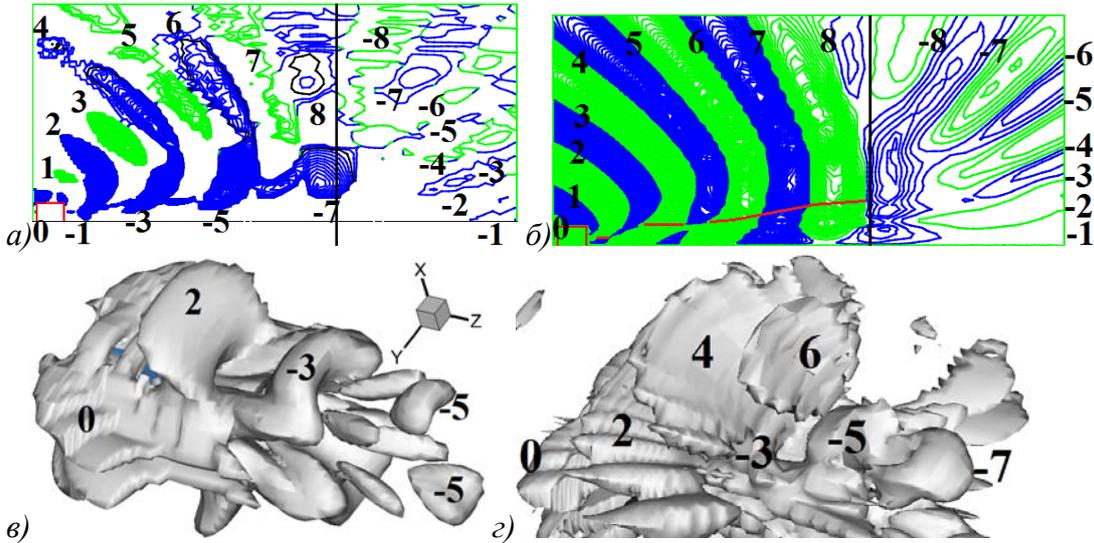


Рис. 2. Течение около диска при $Fr = 0.3$, $Re = 50$, $T = 4$ ($T_b = 6.28$ с):
 а-б) изолинии β ($\delta\beta = 0.001$) (а) при $\varphi = 9^\circ$ и S_z ($\delta S_z = 3 \cdot 10^{-7}$) (б) при $\varphi = 4.5^\circ$;
 в-г) изоповерхности $\beta = 0.05, 0.005$ при $\omega_\varphi < 0$.

ВИХРЕВАЯ СТРУКТУРА ТЕЧЕНИЯ. Из рис. 1в-г видно, что при $X > 0$ большая часть течения характеризуется отрицательным значением ω_φ . Поэтому, если из рис. 1д-е убрать вихревые структуры с $\omega_\varphi > 0$, то структура течения станет более понятной. Так я пришёл к β^- -визуализации (рис. 1ж,и). Две острые кромки диска генерируют два вихревых кольца около них, отрыв от тыльной стороны диска приводит к формированию рециркуляционной зоны (третьего кольца), отмеченной на рис. 1ж,и буквой **R**. Если для однородной жидкости линии тока, идущие вокруг одного вихревого кольца, формируют две вихревые нити [4], то для стратифицированной жидкости – четыре нити (рис. 1ж). Поэтому вихревая структура течения состоит из трёх упомянутых колец с 12-ю вихревыми нитями и внутренних волн (рис. 1ж-з, 2в-г). Полуволны гребней имеют осевую и внеосевую части, а полуволны впадин – только внеосевую (рис. 2а). Осевые части полуволн гребней связаны между собой четырьмя вихревыми нитями, исходящими из **R** (рис. 1з, 2а,в). Эти нити образуют границы следа за диском и приводят к прослойкам плотности на этих границах, часть которых выделена красной линией в картинах изолиний $\partial S/\partial Z$ (рис. 1б, 2б). При $T = 4$ эти прослойки более слабо проявлены, чем при $T = 1.5$ (для расчётов использовалась цилиндрическая сетка: $[N_z \times N_R \times N_\varphi] \equiv [240 \times 110 \times 40]$, сгущающаяся к $R = 0$, $R = d/2$ и $Z = \pm h/2$; при $R = d/2$ шаг сетки $\delta R = d/50$; расчётная область: $-6.4 \leq Z/d \leq 24.8$, $0 \leq R/d \leq 15.3$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Матюшин П.В. Процесс формирования внутренних волн, инициированный началом движения тела в стратифицированной вязкой жидкости // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2019. № 3. С. 83 - 97.
2. Белоцерковский О.М., Гуцин В.А., Коньшин В.Н. Метод расщепления для исследования течений стратифицированной жидкости со свободной поверхностью // Ж. вычислительной математики и математ. физики. 1987. Т. 27. № 4. С. 594 – 609.
3. Wang Y., Gao Y., Liu J., Liu C. Explicit formula for the Liutex vector and physical meaning of vorticity based on the Liutex-Shear decomposition // Journal of Hydrodynamics. 2019. V. 31. No. 3. P. 464 - 474.
4. Гуцин В.А., Матюшин П.В. Механизмы формирования вихрей в следе за сферой при $200 < Re < 380$ // Изв. РАН. МЖГ. 2006. № 5. С. 135 - 151.



ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ПРЫЖОК НА ВНЕШНЕЙ ПОВЕРХНОСТИ СФЕРЫ

Е.И. Могилевский, К.В. Смирнов

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва

e-mail: Evgeny.mogilevskiy@math.msu.ru

Гидравлическим прыжком называется резкое изменение толщины слоя жидкости, текущего по твердой поверхности, которое сопровождается переходом от сверхкритического к докритическому режиму течения. В этих режимах скорость течения больше и меньше скорости распространения гравитационных волн. Гидравлический прыжок соответствует ударной волне в рамках газогидродинамической аналогии [1] и образуется, например, при натекании сверхкритического потока на препятствие. При растекании слоя жидкости от источника по горизонтальному диску прыжок образуется на некотором расстоянии [2], которое не может быть определено в рамках модели идеальной жидкости; оно отражает баланс инерционных, гравитационных и вязких сил [3]. В настоящей работе рассматривается влияние дополнительной силы, ускоряющей жидкость, которая отсутствует при течении по горизонтальному диску, изучается ее влияние на положение и структуру прыжка. Работа расширяет и продолжает исследование [4], в котором анализируется влияние вращения диска в подобной ситуации.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть вертикальная круглая струя несжимаемой жидкости падает на внешнюю поверхность сферического сегмента, при этом ось струи совпадает с осью симметрии сегмента. Жидкость растекается по поверхности за счет действия инерционных сил и касательной к твердой поверхности компоненты силы тяжести. Вязкие силы имеют тот же порядок, что и эти силы. Течение стационарно и осесимметрично, действие капиллярных сил несущественно. Область вблизи оси симметрии, где происходит перестройка течения от вертикального к радиальному, а также прорастание пограничного слоя на всю толщину пленки, не рассматривается, вязкое течение считается развитым. Характерное значение расстояния до оси симметрии, на котором инерционные, вязкие силы и градиент гидростатического давления имеют один порядок, выражается [3] через расход жидкости Q , ускорение свободного падения g и коэффициент кинематической вязкости ν : $L = Q^{5/8} g^{1/8} \nu^{-3/8}$. Предполагается, что радиус сферического сегмента R_c , по которому течет жидкость, много больше этой величины.

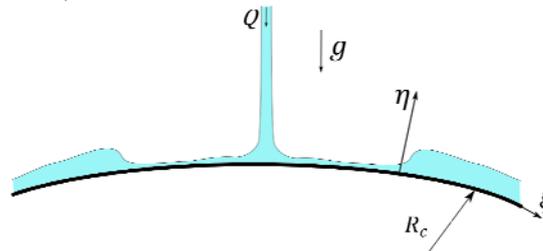


Рис. 1. Схема течения. Система координат.

Для описания течения вводится система ортогональная криволинейная координат, связанная с твердой поверхностью, координатные линии совпадают с координатными линиями сферической системы координат с центром в центре сферы. Твердая поверхность имеет вид $\eta = 0$ координата ξ изменяется вдоль поверхности, η – по нормали, течение в азимутальном направлении отсутствует, параметры не зависят от азимутального угла φ (рис. 1).

Так как характерная толщина слоя $H = Q^{1/4} g^{-1/4} \nu^{1/4}$ много меньше масштаба продольной координаты L , используются уравнения тонкого слоя, при этом доказываемся

гидростатическое распределение давления. Уравнения тонкого слоя, осредненные по толщине с учетом граничных условий непротекания и отсутствия трения на свободной поверхности, имеют вид

$$\bar{u}h\xi = 1, \quad \frac{1}{h\xi} \frac{d}{d\xi} \left[\xi \int_0^h u^2 d\eta \right] = -\frac{dh}{d\xi} - u_{\eta}|_{\eta=0} + \alpha\xi \quad)1_$$

где h – безразмерная толщина слоя, ξ – координата, обезразмеренная с помощью L , u – проекция скорости на ось ξ , черта означает осреднение по толщине слоя. Безразмерный параметр $\alpha = L^2 / (R_c H)$ соответствует кривизне твердой поверхности; предполагается, что $\alpha \sim 1$.

ПОСТОЯННЫЙ ПРОФИЛЬ СКОРОСТИ

Для замыкания системы уравнений (1) необходимо указать связь между значениями средней скорости \bar{u} , толщиной слоя h потоком импульса $\int_0^h u d\eta$ и трением $u_{\eta}|_{\eta=0}$. Метод Шкадова [5], который применен к задаче о гидравлическом прыжке в [3,4], предполагает, что профиль скорости имеет одну и ту же форму во всех сечениях. При этом поток импульса выражается через среднюю скорость и толщину слоя с помощью некоторых констант c_1, c_2 . В этом случае система уравнений (1) принимает вид

$$\bar{u}\xi h = 1, \quad c_1 \bar{u}u' = -h' - c_2 \frac{\bar{u}}{h^{2'}} + \alpha\xi$$

Ставится граничное условие при некотором малом значении ξ . В случае, если не существует решения задачи Коши, определенного при всех значениях, строится разрывное решение, соответствующее объединению двух фазовых кривых, сопряженных с помощью условий на скачке, следующих из законов сохранения.

Построена классификация решений в зависимости от значений параметра α . Показано, что существуют два критических значения, разделяющих различные типы решений: разрывное решение с гидравлическим прыжком, непрерывное решение, сверхкритическое только на конечном расстоянии от оси симметрии, и всюду сверхкритическое решение. Значение параметра, разделяющее первые два режима течения, зависит от скорости во входном сечении.

ПЕРЕМЕННЫЙ ПРОФИЛЬ СКОРОСТИ

Развитие течения от места падения струи сопровождается изменением профиля скорости: при малых значениях расстояния до оси симметрии пограничный слой не занимает всю толщину слоя, после это имеется участок, на котором для всех η наблюдается баланс вязких и инерционных сил, в этом случае имеется автомодельное решение [6]; при больших значениях ξ вязкие силы компенсируют независимые от поперечной координаты массовые силы, профиль скорости параболический.

Для описания течения в этом случае используется кубическая зависимость скорости от η ; условие на расход и граничные условия на твердой и свободной поверхности выделяют однопараметрическое семейство функций, описывающих профиль, параметр λ на этом семействе называется форм-фактором, такой метод описания течений с гидравлическим прыжком применен [7]. Использование форм-фактора позволяет разделять безотрывные течения и имеющие локальные рециркуляционные зоны.

Задача сводится к следующей системе уравнений

$$\frac{dh}{d\xi} = -\frac{5\lambda + 3}{h^3\xi} + \alpha\xi, \quad \frac{dG}{d\lambda} \frac{d\lambda}{d\xi} = \frac{4\lambda\xi}{h} + G \frac{h^4 - (5\lambda + 3) + \alpha h^3 \xi^2}{h^4 \xi}, \quad G = \frac{6}{5} - \frac{\lambda}{15} + \frac{\lambda^2}{105}$$

В качестве граничных условий ставится равенство толщины слоя заданному значению во входном сечении и ограниченность решения на бесконечности. Структура уравнений такова, что решения соответствуют непрерывному изменению профиля скорости от автомодельного [6] к параболическому. Решение определено для всех ξ , прыжок определяется как точка с достаточно большим значением $dh/d\xi$.

При $\alpha = 0$ за прыжком образуется рециркуляционная зона. При увеличении параметра α размер рециркуляционной зоны уменьшается, прыжок смещается к периферии, что согласуется с результатами анализа на основе постоянного профиля скорости. Максимальное значение $dh/d\xi$ также уменьшается, что означает исчезновение прыжка. На рис. 2 приведены картины течений при различных значениях α , показывающие эволюцию течения.

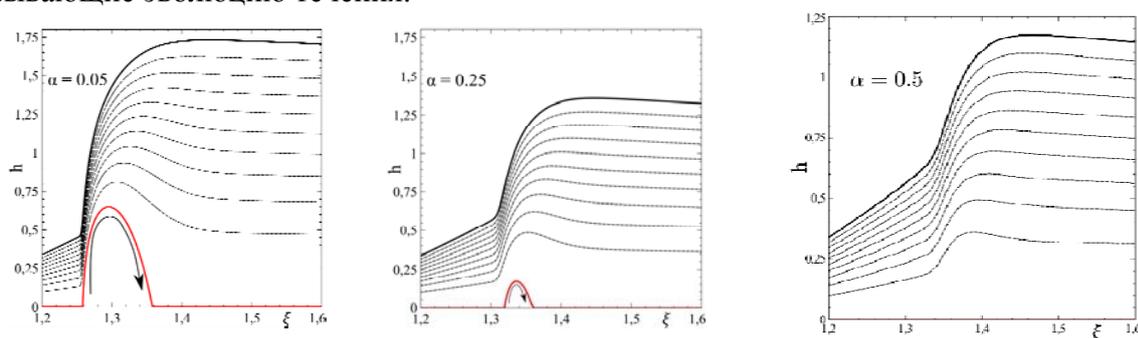


Рис. 2. Линии тока, границы рециркуляционных зон и формы свободной поверхности в окрестности наибольшего изменения толщины. На правом графике увеличен масштаб вертикальной оси

Результаты качественного анализа и численного моделирования хорошо согласуются экспериментальными данными и результатами численного моделирования в рамках полных уравнений Навье-Стокса [8].

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Работа выполнена в рамках бюджетного плана исследований Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука. ГРФМЛ. 2000. С. 733.
2. Rayleigh On the theory of long waves and bores// Proc. R. Soc. Lond. A 1914. V. 90 №619, P. 324–328.
3. Bohr T., Dimon P., Putkaradze V. Shallow-water approach to the circular hydraulic jump // J. Fluid Mech. V. 254, P. 635–648.
4. Ipatova A., Smirnov K., Mogilevskiy E. Steady circular hydraulic jump on a rotating disk // J. Fluid Mech. 2021. V. 927. A24
5. Шкадов В.Я Волновые режимы течения тонкой пленки вязкой жидкости под действием силы тяжести // Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. №1. С. 43 – 51.
6. Watson E.J. The radial spread of a liquid jet over a horizontal plane// J. Fluid Mech. 1964. V. 20 №3, 481–499.
7. Watanabe S., Putkaradze V., Bohr T. Integral methods for shallow free-surface flows with separation// J. Fluid Mech. 2003. V. 480. P/ 233–265.
8. Saberi A, Teymourtash A.R., Mahpeykar M.R. Experimental and numerical study of circular hydraulic jumps on convex and flat target plates//European Journal of Mechanics - B/Fluids. V. 80. 2020. P. 32-41.



КОГЕРЕНТНОЕ ТОМСОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПЛАЗМЕ

М.С. Мокров¹, М.Н. Шнейдер², А. Геракис³

¹*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, 119526, Москва*

²*Принстонский университет, Принстон, 08544, США*

³*Люксембургский университет науки и технологий, L-4362, Люксембург*

Исследования плазмы требуют усовершенствований методов ее диагностики. Ценным методом измерения плотности и электронной температуры плазмы, является некогерентное томсоновское рассеяние радиоволн и лазерного излучения [1, 2]. Некогерентное томсоновское рассеяние широко используется для измерения температуры электронов в современных установках по управляемому ядерному синтезу и в лабораторной плазме. Однако, при концентрациях электронов в плазме n_e ниже 10^{12} см^{-3} интенсивность сигнала, рассеянного в 4π радиан, оказывается очень малой, так что применение классического некогерентного томсоновского рассеяния для диагностики низкотемпературной плазмы при $n_e < 10^{12} \text{ см}^{-3}$ проблематично [3].

Чтобы обойти эту трудность и расширить область применения метода томсоновского рассеяния, в данной работе рассматривается томсоновское рассеяние в когерентном режиме. Пусть два встречных лазерных пучка одинаковой поляризации (волны накачки 1 и 2 на рис. 1) с частотами ω_1 и ω_2 и волновыми векторами \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_2 интерферируют в плазме. Картина сложения колебаний от двух лазерных пучков представляет собой волну, бегущую с фазовой скоростью $\xi = \Omega / q$, где $\Omega = \omega_1 - \omega_2$, $|\Omega| \ll \omega_1, \omega_2$ и $\mathbf{q} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$, $q = |\mathbf{q}| = k_1 + k_2 \approx 2k$. Эту периодическую структуру в литературе называют оптической решеткой. На плазменный электрон в оптической решетке действует пондеромоторная сила $F = -\partial U(x,t)/\partial x$, где $U(x,t) = -\frac{e^2 E_{01} E_{02}}{2m\omega^2} \cos(\Omega t + qx)$ – оптический потенциал, e – заряд электрона, m – его масса, E_{01}, E_{02} – амплитуды колебаний поля в лазерных пучках, $\omega \approx \omega_1, \omega_2$ [4]. Принимаем, что $E_{01} = E_{02} = E_0$; тогда $E_0 [\text{В/см}] = 27.5 \sqrt{I [\text{Вт/см}^2]}$, где I – интенсивность волн накачки. Электроны выталкиваются из областей максимального электрического поля. Возмущение плотности электронов δn_e имеет период $d = \lambda/2$ ($\lambda = 2\pi c/\omega$ – характерная длина волны лазеров накачки) и движется с фазовой скоростью $\xi = \Omega / q$. Пробный лазерный луч, взаимодействующий с этой структурой, испытывает брэгговское рассеяние назад, как показано на рис. 1, т.к. вариации плотности электронов связаны с вариациями показателя преломления для пробного луча.

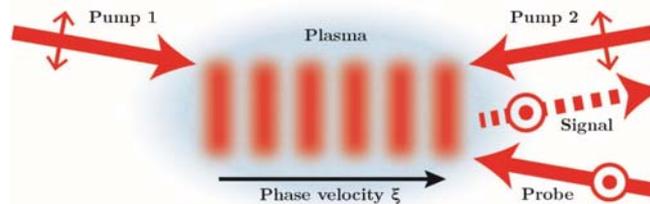


Рис. 1. Периодические возмущения электронной плотности в плазме, возникающие в результате интерференции встречных лазерных лучей 1 и 2 одинаковой поляризации. Брэгговское отражение пробного лазерного луча на этих периодических возмущениях дает сигнал когерентного томсоновского рассеяния.

В работе проведен расчет спектра когерентного томсоновского рассеяния для случая слабоионизованной квазинейтральной аргонной плазмы и проделаны оценки интенсивности рассеянного сигнала. Интенсивность рассеянного сигнала пропорциональна коэффициенту отражения пробного луча от решетки R , $I_d \propto R$, который, в свою очередь, определяется квадратом возмущения плотности электронов $(\delta n_e)^2$, усредненным по периоду решетки d [5].

Поскольку в рассматриваемых условиях длина свободного пробега электронов при столкновениях с нейтральными частицами и ионами гораздо больше, чем пространственный период оптического потенциала d ($d = 266$ нм, если длина волны лазера накачки $\lambda = 532$ нм), δn_e находится путем решения кинетического уравнения для функции распределения электронов $f = f(x, v, t)$:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(F - eE)}{m} \frac{\partial f}{\partial v} = - \frac{f - f_0}{\tau}. \quad (1)$$

Здесь $F(x, t)$ – ponderomotive сила, о которой шла речь выше; $f_0 = 1 / (\sqrt{2\pi} v_{em}) \exp(-v^2 / 2v_{em}^2)$ – Максвелловская функция распределения; $\tau = l / v_{em}$ – время между столкновениями, $l \approx 1 / (\pi r^2 N)$ – длина свободного пробега электронов, N – плотность газа, r – характерный радиус атомов газа, $v_{em} = \sqrt{8kT_e / \pi m}$ – тепловая скорость электронов, $E(x, t)$ – самосогласованное электрическое поле, возникающее из-за разделения зарядов. Для поля $E(x, t)$ решается уравнение Пуассона:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (2)$$

где $\rho(x, t) = e \left(n_i - \int f(x, v, t) dv \right)$ – плотность пространственного заряда, n_i – плотность ионов, $n_i = \text{const}$. Считается, что ионы не успевают сдвинуться с места за те короткие времена, за которые устанавливается стационарное распределение электронов $f = f(x, v)$. Фазовая скорость $\xi = \Omega / q$ волны оптического потенциала входит в уравнения (1), (2) как параметр. Для каждого значения ξ численно ищется стационарное решение краевой задачи (1), (2) с начальными условиями $f(x, v, t = 0) = f_0$ и $E(x, t = 0) = \rho(x, t = 0) = 0$. Размер расчетной области вдоль x принимается равным периоду оптического потенциала d , так что вдоль x ставятся периодические граничные условия: $f(0, v, t) = f(d, v, t)$ и $E(0, t) = E(d, t)$. Выход на стационарное решение занимает не более 10^{-11} с.

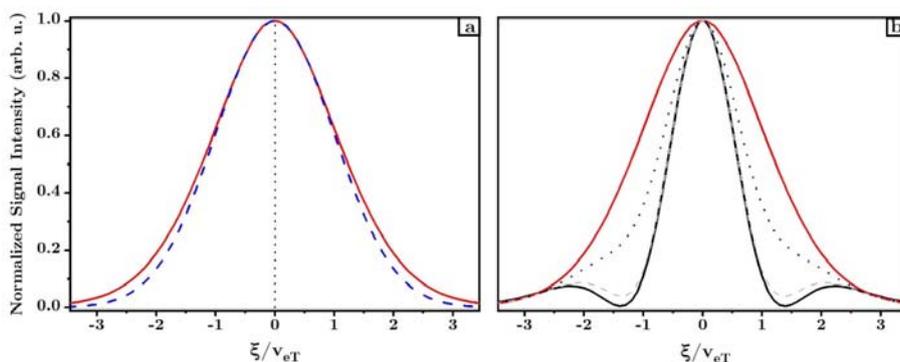


Рис. 2. Спектры когерентного томсоновского рассеяния в зависимости от безразмерной фазовой скорости оптической решетки при температуре электронов $T_e = 1$ эВ и следующих значениях интенсивности волн накачки I : (а) непрерывная кривая – $I = 10^9$ Вт/см², для сравнения синим пунктиром показан нормированный доплеровский контур спонтанного томсоновского рассеяния; (б) красная кривая – $I = 10^9$ Вт см⁻², точечная кривая – $I = 10^{10}$ Вт см⁻², пунктир – $I = 10^{11}$ Вт см⁻², черная кривая – $I = 10^{12}$ Вт см⁻².

Рассчитанные спектры когерентного томсоновского рассеяния в аргонной плазме при давлении и температуре аргона 45 Торр и 293 К, плотности электронов $n_e = 10^{11}$ см⁻³ и температуры электронов $T_e = 1$ эВ даны на рис. 2.

При рассматриваемых низких плотностях электронов $n_e = 10^{11}$ см⁻³ пространственный период решетки d гораздо меньше дебаевского радиуса экранирования r_D в плазме, поэтому электроны движутся свободно, а поле в плазме $E(x,t)$, связанное с разделением зарядов, мало, и, как показали расчеты, его можно не учитывать.

Сопоставление экспериментальных спектров с теоретическими позволяет извлекать из измерений важнейший параметр – температуру электронов. Это можно сделать в двух предельных случаях: при малой интенсивности накачки, $I = 10^9$ Вт/см², как на рис. 2(a), когда рассчитанный спектр близок к гауссовскому. В этом случае ширина спектра пропорциональна $\sqrt{T_e}$. При большой интенсивности накачки $I \geq 10^{11}$ Вт см⁻² (рис.2(b)) спектр сужается, и его ширина выходит на насыщение. Полученная кривая (черная кривая на рис. 2(b)) является универсальной. Тот факт, что характерная ширина этой кривой в 1.9 раз меньше, чем ширина гауссовского спектра позволяет определить величину электронной температуры.

В работе проделаны оценки числа детектируемых фотонов для томсоновского рассеяния в стандартном некогерентном режиме и в предложенном когерентном. Показано, что для аргонной плазмы с указанными выше параметрами интенсивность когерентного томсоновского рассеяния на порядок выше. Поэтому метод диагностики плазмы, основанный на когерентном томсоновском рассеянии, может быть предпочтительнее стандартного некогерентного подхода.

Важно отметить, что рассматриваемое когерентное томсоновское рассеяние (см. рис. 1) является примером общего 4-волнового рассеяния [6] и полностью аналогично когерентному Рэлеевскому рассеянию в газах [7, 8]. Это подтверждается и тем, что представленные на рис. 2 спектры в безразмерных единицах близки к спектрам, предсказанным и наблюдаемым при когерентном Рэлеевском рассеянии в газах [7, 8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Клеммоу Ф., Доуэрты Дж. Электродинамика частиц и плазмы. М.: Мир. 1996. С. 524.
2. Sheffield J., Froula D., Glenzer S. H., and Luhmann Jr N. C., Plasma Scattering of Electromagnetic Radiation: Theory and Measurement Techniques. Academic press. 2010.
3. Muraoka K. and Kono A., Laser Thomson Scattering for Low-Temperature Plasmas//J. Phys. D. Appl. Phys. 2011. Vol. 44. P. 43001.
4. Batelaan H., Colloquium: Illuminating the Kapitza-Dirac Effect with Electron Matter Optics//Rev. Mod. Phys. 2007. Vol. 79. P. 929.
5. Zheltikov A.M., Shneider M.N., Miles R.B. Radar return enhanced by a grating of species-selective multiphoton ionization as a probe for trace impurities in the atmosphere//Appl. Phys. B. 2006. Vol. 83. P. 149–153.
6. Boyd R.W., Nonlinear Optics. Academic Press, Boston, 1992. P. 355.
7. Grinstead J. H. and Barker P. F. Coherent Rayleigh Scattering. Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 85. P. 1222.
8. Bookey H. T., Shneider M. N., and Barker P. F., Spectral Narrowing in Coherent Rayleigh Scattering. 2007. Phys. Rev. Lett. Vol. 99. P. 133001.



УНИВЕРСАЛЬНЫЙ МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ И ФОРМ КОЛЕБАНИЙ НЕОДНОРОДНЫХ СТЕРЖНЕЙ

С.В. Нестеров, В.Г. Байдулов
ИПМех РАН, Москва, Россия
e-mail: bayd@ipmnet.ru

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Имеется стержень круглого сечения, упругость которого изменяется по закону $p(x)$, а инерция (распределение массы) $r(x)$. Стержень консольно закреплен в точке $x = 0$, в точке $x = l$ – свободен. Требуется найти собственные частоты и формы (моды) поперечных колебаний стержня. В безразмерных переменных математическая формулировка задачи записывается как

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(p(x) \frac{d^2 u}{dx^2} \right) - \lambda r(x) u = 0 \quad (1)$$

$$u(0) = u'(0) = 0, \quad u''(1) = u'''(1) = 0$$

Требуется найти такие значения параметра λ , при которых существуют нетривиальные решения краевой задачи (1) – искомые формы колебаний стержня $u(x)$. Кроме случая, когда $p(x) = p_0$, $r(x) = r_0$, краевая задача (1) имеет аналитическое решение только для очень узкого класса функций $p(x)$ и $r(x)$. Для решения краевой задачи (1) используются ряд численных методов, каждый из которых обладает, как достоинствами, так и недостатками. Ниже излагается алгоритм решения краевой задачи методом ускоренной сходимости [1].

1. Сагиттарная функция

Предполагая коэффициенты $p(x)$ и $r(x)$ – гладкими функциями, введем обозначения

$$u = z_1; \quad u' = z_2; \quad u'' = z_3; \quad u''' = z_4$$

Тогда краевая задача (1) эквивалентна задаче о решении задачи Коши для системы уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dz_1}{dx} &= z_2; \quad \frac{dz_2}{dx} = z_3; \quad \frac{dz_3}{dx} = z_4 \\ \frac{dz_4}{dx} &= -\frac{2p'}{p} z_4 - \frac{p''}{p} z_2 + \lambda \frac{r}{p} z_1 \end{aligned} \quad (2)$$

$$z_1(0) = z_2(0) = 0; \quad z_3(0) = 1; \quad z_4(0) = 0$$

Задачу (2) будем называть первой задачей Коши. Сформулируем вторую задачу Коши

$$\begin{aligned} \frac{dz_5}{dx} &= z_6; \quad \frac{dz_6}{dx} = z_7; \quad \frac{dz_7}{dx} = z_8 \\ \frac{dz_8}{dx} &= -\frac{2p'}{p} z_8 - \frac{p''}{p} z_7 + \lambda \frac{r}{p} z_5 \end{aligned} \quad (3)$$

$$z_5(0) = z_6(0) = 0; \quad z_7(0) = 0; \quad z_8(0) = 1$$

Предположим, что параметр λ задан. Тогда находя решения первой и второй задач Коши

$$z_1(x, \lambda), \dots, z_5(x, \lambda), \dots$$

Составим из этих решений линейную комбинацию

$$V(x, \lambda, C_1, C_2) = C_1 z_1(x, \lambda) + C_2 z_5(x, \lambda)$$

где C_1 и C_2 – произвольные постоянные.

Очевидно, что при $x = 0$ выполняются начальные условия, а, следовательно, краевые условия в левой точке задачи Штурма–Лиувилля (1).

$$V(0, \lambda, C_1, C_2) = V'(0, \lambda, C_1, C_2) = 0 \quad (5)$$

Пусть точка ξ такая, что в ней выполняются условия

$$V''(\xi, \lambda, C_1, C_2) = V'''(\xi, \lambda, C_1, C_2) = 0 \quad (6)$$

или

$$C_1 z_3(\xi, \lambda) + C_2 z_7(\xi, \lambda) = 0 \quad (7)$$

$$C_1 z_4(\xi, \lambda) + C_2 z_8(\xi, \lambda) = 0$$

Тогда условием существования нетривиального решения будет обращение определителя системы (7) в нуль

$$\Delta(\xi, \lambda) = z_3(\xi, \lambda) z_8(\xi, \lambda) - z_4(\xi, \lambda) z_7(\xi, \lambda) = 0 \quad (8)$$

Обратим внимание на то, что если положить $\xi = 1$, то получим обычное вековое уравнение для нахождения собственных чисел

$$\Delta(1, \lambda) = z_3(1, \lambda) z_8(1, \lambda) - z_4(1, \lambda) z_7(1, \lambda) = 0$$

Явный вид такого уравнения может быть записан только в ограниченном числе случаев, в частности, когда функции $p(x)$ и $r(x)$ – постоянные. Введем функцию $z_9(\xi, \lambda)$, которую назовем сагиттарной. Она обладает следующими свойствами

$$1. \text{ sag}(x, \lambda) = z_3(x, \lambda) z_8(x, \lambda) - z_4(x, \lambda) z_7(x, \lambda) = 0 \quad (8^*)$$

$$2. \text{ sag}(0, \lambda) = 1$$

3. Сагиттарная функция удовлетворяет уравнению

$$\frac{d \text{ sag}}{dx} = \frac{2p'}{p} (z_4 z_7 - z_3 z_8) + \lambda \frac{r'}{p} (z_3 z_5 - z_1 z_7), \quad \text{sag}(0, \lambda) = 1 \quad (9)$$

Для численно-аналитической реализации излагаемого ниже метода используются системы 9-го порядка (2,3,9) и начальные условия. Отметим, что, если параметр $\lambda = \lambda_n$, где λ_n – собственное число, то $\text{sag}(1, \lambda_n) = 0$.

В книге [1] были доказаны осцилляторные теоремы для сагиттарной функции. Из теорем следует, если $\lambda^* > \lambda_1$, то $\xi < 1$, если $\lambda_* < \lambda_1$, то $\xi > 1$ (для последующих собственных чисел это также имеет место). Поэтому, используя сагиттарную функцию, можно организовать “стрельбу”, изменяя λ таким образом, чтобы $\xi \rightarrow 1$. Отметим, что если $\text{sag}(\xi, \lambda^*) = 0$, то это означает, что λ^* – собственное число краевой задачи (1) на отрезке $0 < x < \xi$, т.е. краевые условия выполняются в точке ξ . Задавая λ^* согласно уравнению $\text{sag}(\xi, \lambda^*) = 0$, находим ξ .

Приведем пример сагиттарной функции в случае $p = q = 1$

$$\text{sag}(x, \lambda) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos \sqrt[4]{\lambda x} \operatorname{ch} \sqrt[4]{\lambda x} \right]$$

Здесь наглядно видны осцилляторные свойства сагиттарной функции [1]. Очевидно, что сагиттарные функции изменяются в зависимости от краевых условий.

Полагая $c_1 = z_7(\xi, \lambda^*)$, с помощью системы (7) находим $c_2 = z_3(\xi, \lambda^*)$ и соответствующую собственную функцию (форму колебаний).

$$u(x, \lambda^*) = z_7(\xi, \lambda^*) z_1(\xi, \lambda^*) - z_3(\xi, \lambda^*) z_5(\xi, \lambda^*) \quad (10)$$

соответствующую собственному числу λ^* .

Далее, используя метод стрельбы, изменяя λ^* так, чтобы $\xi \rightarrow 1$, получаем метод вычисления собственных чисел и собственных функций (форм) колебаний.

2. Метод ускоренной сходимости

Пусть λ_n^* – оценка с верху для собственного числа λ_n , ξ – корень уравнения $z_9(\xi, \lambda_n^*) = 0$ наиболее близкий к 1.

В качестве критерия близости λ_n^* и λ_n возьмем разность

$$\varepsilon = 1 - \xi, \quad |\varepsilon| \ll 1 \quad (11)$$

Можно показать, что поправка к λ_n^* приближающаяся к λ_n определяется по формуле

$$\lambda_n^{(1)} = \lambda_n^* \left(1 - \varepsilon r(\xi) \frac{U_n^2(\xi)}{\|U_n\|^2} \right) \quad (12)$$

Или, поскольку $\varepsilon \ll 1$,

$$\lambda_n^{(1)} = \lambda_n^* \left(1 - \varepsilon r(1) \frac{U_n^2(1)}{\|U_n\|^2} \right) \quad (13)$$

Оценки показывают что $|\lambda_n^{(1)} - \lambda_n| \leq C\varepsilon^2$. Подставляя $\lambda_n^{(2)}$ вместо λ_n^* в систему уравнений (2, 3, 9), находим ξ_1 как корень уравнения $\text{sag}(\xi_1, \lambda_n^{(1)}) = 0$, $\varepsilon_1 = 1 - \xi_1$ и

$$\lambda_n^{(2)} = \lambda_n^{(1)} \left(1 - \varepsilon_1 r(1) \frac{U_n^2(1)}{\|U_n\|^2} \right) \quad (14)$$

На следующем шаге имеем оценку $|\lambda_n^{(2)} - \lambda_n| \leq C_2\varepsilon^4$. Итерационный процесс оказывается быстро (квадратично) сходящимся. Таким образом можно найти любое собственное число с наперед заданной точностью.

Замечания.

1. Если имеются другие краевые условия при $p = r = 1$ аналитически можно найти сагиттарные функции

$$u(0) = u'(0) = u(1) = u'(1) = 0 : \text{sag}(x, \lambda) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos \sqrt{\lambda x} \operatorname{ch} \sqrt{\lambda x} \right]$$

$$u(0) = u''(0) = u(1) = u''(1) = 0 : \text{sag}(x, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \sin \sqrt[4]{\lambda x} \operatorname{sh} \sqrt[4]{\lambda x}$$

Было установлено, что число корней сагиттарной функции $\text{sag}(x, \lambda) = 0$ совпадает с числом корней собственной функции $u_n(x, \lambda_n)$, однако, как правило, корни обеих функций не совпадают.

2. Можно увидеть, что при построении метода ускоренной сходимости использовалось фундаментальное свойство собственных чисел – их зависимость от длины стержня. Ранее эта зависимость не учитывалась.

3. Сформулированы и доказаны осцилляторные теоремы Штурма для уравнений 4-го порядка, описывающих поперечные колебания стержней. Теоремы формулируются для квадратичных форм, составленных из решений уравнений.

4. Разработанный метод поиска собственных значений реализован в виде набора программ для среды Maple.

Пример. Собственные колебания гофрированного стержня

Пусть площадь поперечного сечения стержня меняется по закону $S(x) = S_0 \left[1 + a \sin\left(\pi b \frac{x}{l}\right) \right]^2$, где l – длина стержня, $0 \leq a < 1$, $b = 1, 2, \dots$. Требуется найти собственные частоты и формы поперечных колебаний стержня.

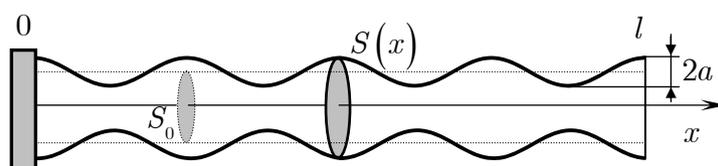


Рис. 1. Геометрия задачи

Краевая задача (1) в этом случае имеет вид

$$\frac{d^2}{dz^2} \left[\left(1 + a \sin(\pi bz) \right)^2 \frac{d^2 u}{dz^2} \right] - \lambda \left(1 + a \sin(\pi bz) \right) u = 0$$

$$u(0) = u'(0) = 0, \quad u''(1) = u'''(1) = 0$$

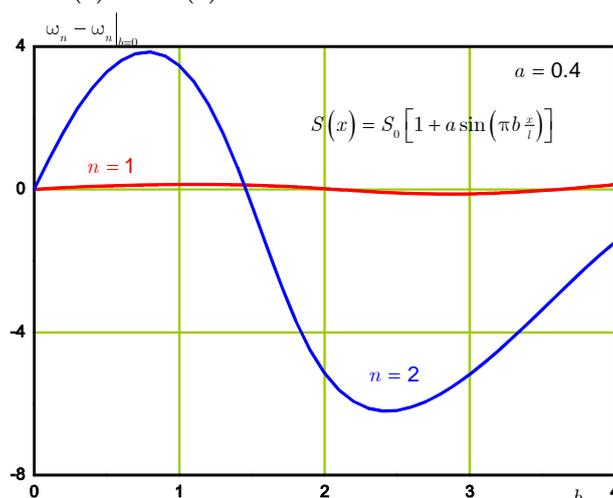


Рис. 2. Зависимость собственных частот от параметра периодичности

Применяя описанный выше метод сагиттарной функции и алгоритм ускоренной сходимости были найдены безразмерные собственные частоты $\omega_n = \sqrt{\lambda_n}$ и собственные формы колебаний. Переход к размерным собственным частотам имеет вид

$\Omega_n = \sqrt{\lambda_n} \frac{l^2}{\kappa} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, где l и κ – длина и радиус инерции поперечного сечения стержня, E и ρ – модуль Юнга и плотность материала стержня.

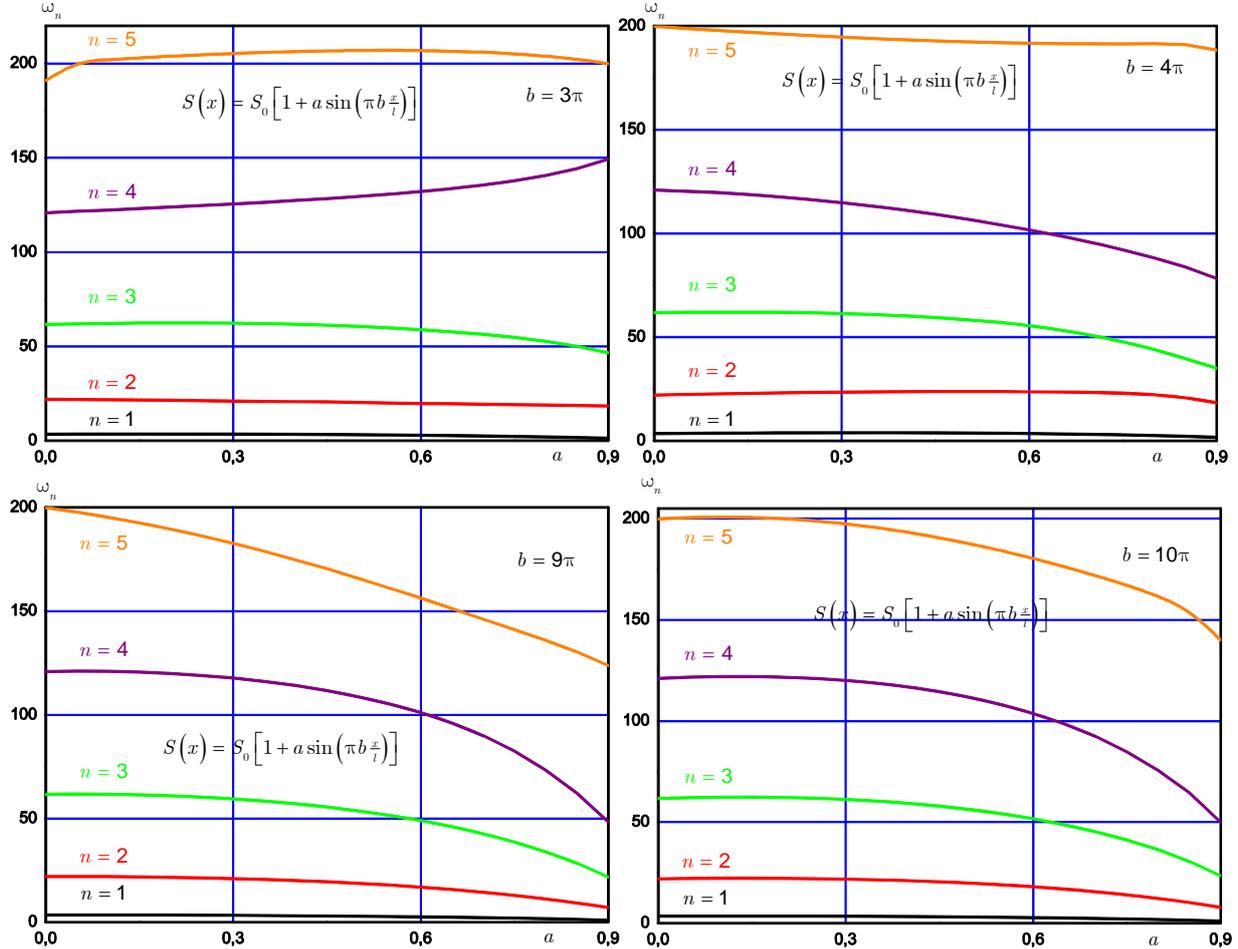


Рис. 3. Зависимость собственных частот от амплитуды модуляции

Работа выполнена по теме государственных заданий АААА-А20-120011690138-6 и АААА-А20-120011690132-4

ЛИТЕРАТУРА

1. Akulenko L.D., Nesterov S.V. High-Precision Methods in Eigenvalue Problems and Their Applications. Boca Raton: CRC Press, 2005. 260 p.



ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФАЗОВОЙ СКОРОСТИ И КОЭФФИЦИЕНТА ЗАТУХАНИЯ ДИСПЕРСНОЙ СИСТЕМЫ ПО ИСКАЖЕНИЮ ИМПУЛЬСА ДАВЛЕНИЯ. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

А.А. Никифоров

*Институт механики и машиностроения – обособленное структурное подразделение
Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Федеральный исследо-
вательский центр «Казанский научный центр Российской академии наук», Казань
e-mail: anikiforov1@yandex.ru*

В настоящее время достаточно интенсивно используются и развиваются ультразвуковые методы определения механических свойств различных сред и материалов. Одновременно эти же свойства определяют и то, как акустические волны распространяются в материалах, что дает возможность использовать информацию, полученную при измерениях скорости и затухания ультразвука в сложных системах, чтобы исследовать их структуру и эволюцию этих свойств во времени. При исследовании образца, ультразвуковым излучателем формируется зондирующий короткий импульс, который распространяется через образец к приемнику сигнала. Главными аттестуемыми характеристиками являются время прохождения сигнала через образец и изменение амплитуды относительно импульса, падающего на образец. В работе [1] были проведены экспериментальные исследования акустических свойств геля, полученного при остывании 2% водного раствора агар-агара. Образец геля помещался в резервуар с водой, где происходили тестовые замеры. Сам 2% агар-гель является недисперсным материалом для ультразвуковых импульсов в исследуемом диапазоне 60-800 кГц. Фазовая и групповая скорости, а также коэффициент затухания этого геля очень похожи на параметры воды. Дисперсионное поведение в агар-геле было достигнуто путем добавления слоев воздушных пузырьков (диаметром 2 мм и общим объемным содержанием 8%), что вызвало выраженные изменения фазовой и групповой скорости в частотном диапазоне 60-800 кГц и пик коэффициента затухания на частоте, связанной с деструктивной интерференции акустических волн. В данной работе численно рассчитываются результаты экспериментов [1], с использованием модели пузырьковой вязкоупругой среды, представленной в [2,3]. Для расчета динамики импульсных возмущений давления малой амплитуды применяется процедура преобразования Фурье, изложенная в [4] с использованием алгоритмов быстрого преобразования Фурье БПФ [5]. Начальные импульсы давления задаются с помощью формулы мнимой части вейвлета Морле с соответствующими основными частотами, что соответствует профилям экспериментальных сигналов [1]. По заданному начальному сигналу с помощью БПФ рассчитываются амплитуды и фазовые сдвиги гармонических составляющих исходного сигнала. Затем, определяются амплитуды и сдвиги гармонических составляющих сигнала, прошедшего через образец. Изменение давления как функции времени в новом положении рассчитывается с помощью БПФ. При расчете прохождения акустического сигнала через 2% агар-гель с пузырьковыми слоями, используется теория слоистых сред [6]. Коэффициент затухания образца определяется из отношения амплитуд передаваемого и начального импульсов. Полученные расчетные частотные зависимости фазовой и групповой скоростей и коэффициента затухания сопоставляются с экспериментальными данными [1], наблюдается хорошее соответствие. Также, дается сравнение расчетных зависимостей для образца с пузырьковыми слоями с теоретическими кривыми фазовой скорости и затухания для цельной пузырьковой среды [3]. Сопоставление показало существенное отличие расчетных и теоретических кривых, на это указывается и в работе [1]. Данное обстоятельство необходимо учитывать при определении ультразвуковых параметров в

экспериментах с неоднородными дисперсными средами, в которых возможно образование слоистых структур.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-11-20070).

ЛИТЕРАТУРА

1. Cobus L., Ross K.A., Scanlon M.G., Page J.H. Comparison of ultrasonic velocities in dispersive and nondispersive food materials // Journal of Agricultural and Food Chemistry. 2007. V. 55. N. 22. P. 8889 – 8895.
2. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Т. 1. М.: Наука, 1987. С. 464.
3. Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А. Акустические волны в вязкоупругих пузырьковых средах // ТВТ. 2019. Т. 57. № 1. С. 150 – 153.
4. Губайдуллин Д.А. Динамика двухфазных парогазокапельных сред, Казань: Изд-во Казанского математического общества, 1998.
5. Гапонов В.А. Пакет программ быстрого преобразования Фурье с приложениями к моделированию случайных процессов. Препринт № 14–76. Новосибирск: Издательство ИТФ СО АН СССР, 1976.
6. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах, Москва: Наука, 1973.



ВОЛНЫ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ, ГЕНЕРИРУЕМЫЕ ЧЛЕНАМИ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА МАЛОСТИ УРАВНЕНИЯ НЕРАЗРЫВНОСТИ ЭЙЛЕРА

В.М. Овсянников

Академия водного транспорта, Российский университет транспорта (РУТ-МИИТ).

В докладе Эйлера 1752 г. в Берлинской АН приведено выражение для оператора дивергенции, содержащее 15 слагаемых вместо трех, используемых всеми. Эти 12 дополнительных слагаемых оператора дивергенции, учтенные в волновом уравнении электродинамики Максвелла, суммируются со слагаемым индукции Фарадея и приводят к описанию дополнительного индуцирования ЭДС. У Эйлера дополнительные слагаемые оператора дивергенции представляют собой функциональную последовательность, содержащую время в различных степенях. Поэтому их учет меняет порядок дифференциальности волнового уравнения для магнитного поля, вид его решения и количественный результат. В некоторых физических явлениях экспериментально наблюдается турбулентность магнитного поля. Наблюдатели склонны ее связывать с проявлением гидродинамической турбулентности, порождающей неравномерности и пульсации магнитной напряженности. Приводящийся ниже вывод неоднородного волнового уравнения для напряженности магнитного поля с учетом вычисленных Эйлером в первоначальном варианте 1752 г. работы *Principia motus fluidorum* дополнительных членов оператора дивергенции дает основание говорить о турбулизации самого магнитного поля даже при ламинарности сопровождающих его гидрогазодинамических течений.

Ключевые слова: *турбулентность магнитного поля, члены высокого порядка малости оператора дивергенции, слагаемое индукции Фарадея, волновое уравнение.*

Вычисление Эйлером членов высокого порядка малости уравнения неразрывности. Поясним причины появления в выведенном Эйлером гидродинамическом уравнении неразрывности большого числа слагаемых. Эйлер, сделав с контрольной фи-

гурой деформации сжатия - растяжения и сдвига вдоль трех декартовых осей координат в течение интервала времени $t - t_0$, и приравняв их объемы, получил из геометрических построений уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости [1], [2], [3]

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + (t - t_0) \left[\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(v, w)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(w, u)}{\partial(z, x)} \right] + (t - t_0)^2 \frac{\partial(u, v, w)}{\partial(x, y, z)} = 0$$

Здесь u, v, w – скорости вдоль осей координат x, y, z ; $\partial(u, v) / \partial(x, y)$ и $\partial(u, v, w) / \partial(x, y, z)$ – якобианы поля скорости второго и третьего порядков.

При линейном по времени законе деформации Коши-Гельмгольца вдоль оси координат объем обязан изменяться по времени t по кубическому закону. Эту нелинейность и отражают дополнительные к дивергенции слагаемые. Эйлер вычислил сначала все слагаемые, а потом уничтожил слагаемые второго и третьего порядков малости, ориентируя уравнение неразрывности для решения задач с производными первого порядка по времени. Когда появляется необходимость решения волновых задач, содержащих производные второго порядка по времени, то возникает потребность вернуть ранее уничтоженные слагаемые, так как они описывают генерацию волн.

Уравнение неразрывности для сжимаемой жидкости в 2006 г. было записано в виде [4]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} + (t - t_0) \rho \left[\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(v, w)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(w, u)}{\partial(z, x)} \right] + (t - t_0)^2 \rho \partial(u, v, w) / \partial(x, y, z) = 0$$

где ρ – плотность. Это уравнение было использовано для вывода акустического волнового уравнения. Применение известного метода акустической аналогии Лайтхилла приводит к неоднородному волновому уравнению, неоднородные члены которого ответственны за генерацию волн давления [4–8]. Возникающие при этом периодические волны можно рассматривать начальной степенью образования гидродинамической турбулентности.

Вывод волнового уравнения для магнитного поля

Построения волнового уравнения электродинамики для напряженности магнитного поля сделаем, исходя из системы уравнений Максвелла для среды, не обладающий сегнетоэлектрическими и ферромагнитными свойствами

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}, \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{H} = c$$

где \mathbf{E}, \mathbf{H} – напряженности электрического и магнитного полей, c – скорость света, ε_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные, ε и μ – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, \mathbf{J} – вектор плотности электрического тока.

Повторим вывод волнового уравнения для напряженности магнитного поля H_x , изложенный в учебнике [9], добавив в оператор дивергенции члены высокого порядка малости, выведенные Эйлером. Волновое уравнение для напряженности магнитного поля H_x в направлении оси x примет вид

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} - \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} \\ &= \frac{\partial J_y}{\partial z} - \frac{\partial J_z}{\partial y} - \frac{(t - t_0)}{\tau q} \left\{ \partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(H_y, H_z)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(H_z, H_x)}{\partial(z, x)} \right] \right\} / \partial x \\ & - \left[\frac{(t - t_0)}{\tau q} \right]^2 \frac{\partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y, H_z)}{\partial(x, y, z)} \right]}{\partial x} \end{aligned}$$

Уравнивание размерности членов высокого порядка малости с основными членами оператора дивергенции приводит к появлению коэффициента τq перед членами высшего порядка малости, который нужно определить эмпирически.

Если в выводе волнового уравнения для напряженности магнитного поля учесть плотность электрического тока, то составляющие ротора плотности электрического тока могут описывать генерацию гармонических волн напряженности магнитного поля. При отсутствии электрического тока аналогичную роль генерации волн напряженности магнитного поля могут взять на себя члены второго и третьего порядков малости оператора дивергенции, отражающие неравномерность распределения магнитного поля в пространстве. Здесь проявляется сходство роли дополнительных членов оператора дивергенции с компонентами ротора плотности электрического тока закона индукции Фарадея. Суммирующиеся члены будут иметь одинаковую размерность.

Методом бегущих волн Даламбера можно получить оценку характера решений волнового уравнения. Учет дополнительных членов оператора дивергенции приводит к решениям волнового уравнения с образованием уединенной волны напряженности магнитного поля, возрастающей во времени по степенному закону. За счет членов с производными по координатам от суммы якобианов второго порядка получается волна напряженности магнитного поля, возрастающая пропорционально третьей степени времени. За счет членов с производными по координатам от якобиана третьего порядка получается волна напряженности магнитного поля, возрастающая пропорционально четвертой степени времени.

Отмеченное выше наложение степенной возрастающей функции на периодические колебания можно использовать в моделировании ухода Северного магнитного полюса с территории Канады в направлении Сибири. Согласно данным Википедии на совершавшиеся ранее суточные вращения магнитного полюса по овалу с размером большой оси 85 км последние два десятилетия стало накладываться перемещение полюса в направлении Сибири с увеличивающейся скоростью от 15 км/год в 2000 г. до 55 км/год в 2019 г. Использование дополнительных слагаемых оператора дивергенции, вычисленных Эйлером, может быть поможет прояснить причины наблюдаемого явления.

ВЫВОДЫ

Показана возможность турбулизации напряженности магнитного поля за счет учета в уравнениях электродинамики Максвелла геометрических построений Эйлера по выводу уравнения неразрывности с учетом членов высокого порядка малости.

Установлен закон сложения выведенных Эйлером дополнительных слагаемых оператора дивергенции со слагаемым Фарадея электромагнитной индукции в волновом уравнении для магнитного поля. Он позволяет заключить, что дополнительные слагаемые оператора дивергенции описывают создание дополнительной электродвижущей силы ЭДС.

ЛИТЕРАТУРА

1. *L.Euler Principia motus fluidorum. Pars prior // Novi commentarii Academiae Imperialis scientiarum Petropolitanae, 1761. Т. 6 (1756-1757). Р. 271-311 - Opera omnia, ser. II. V. 13. Р. 1-369.*
2. *Leonhardi Euleri. Commentationes Mechanicae ad theoriam corporum pertinentes. Volumen prius. Edidit C.A.Truesdell. Lausannae, 1954.*
3. *Л.Эйлер, Принципы движения жидкостей. Перевод начальных разделов доклада 1752 г. в Берлинской АН / Пер. с латинского Е.В.Ивановой и В.М.Овсянникова.- 4-е изд., доп. – М.: Издательство «Спутник +», 2020.*
4. *В.М.Овсянников, Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. Темат. обз., том 182 (2020), 95-100. DOI:10.36535/0233-6723-2020-182-95-100*
5. *V.M.Ovsyannikov, Euler's Equation of Continuity: Additional Terms of High Order of Smallness - An Overview. Fluids 2021, 6, 162. <https://doi.org/10.3390/fluids6040162>*
6. *В.М.Овсянников, XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов в 4 томах. Т.2 Уфа: РИЦ БашГУ. 2019 г. ISBN 978-5-7477-4952-8 DOI:10.22226/2410-3535-2019-congress-v2*
7. *В.М.Овсянников, ЖВМ и МФ, №5. с. 876 – 880. 2017. DOI: <https://doi.org/10.7868/S004446691705009X>*
8. *В.М.Овсянников, XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Казань 20-24 августа 2015 г. Сборник докладов. С. 2823-2824. ISBN 978-5-00019-492-8*
9. *Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. М.:ВШ. 2000.*



О РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЛНОВОГО ДВИЖЕНИЯ ВДОЛЬ ПОВЕРХНОСТИ ВЯЗКОЙ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ, ИЗЛУЧАЕМОГО ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ

А.А. Очиров¹, Ю.Д. Чашечкин²

^{1,2}*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук; Москва, Россия*

²*Федеральное государственное образовательное учреждение высшего образования «Ярославский государственный университет им. П.Г.Демидова»; Ярославль; Россия
e-mail: ¹yulidch@gmail.com, ²otchirov@mail.ru*

Задачи распространения волновых движений в стратифицированных вязких и идеальных жидкостях представляют большой интерес для исследователей. Если частота волнового движения больше частоты Вейселя-Брента N ($\omega > N$), то волновое возмущение реализуется в виде поверхностных волн. В противном случае – в виде внутренних волн. Отдельной интересной задачей является изучение излучения волн. Большое количество работ посвящено исследованию излучения внутренних волн в стратифицированной жидкости разнообразными источниками. Настоящее исследование посвящено изучению излучения поверхностных волн от плоскости, осциллирующей в жидкости.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается полубесконечный слой несжимаемой жидкости с кинематической вязкостью ν и плотностью, стратифицированной по линейному закону $\rho_0(z) = \rho_{00}(1 - z/\Lambda)$ в равновесном положении занимающий нижнее полупространство

во $z < 0$ в декартовой системе координат Oxz . Жидкость располагается в поле сил тяжести \mathbf{g} , направленном противоположно оси Oz . Предположим, что в стратифицированной жидкости располагается бесконечная плоскость, наклоненная под углом φ к оси Ox . С плоскостью оказывается связана декартова система координат (χ, ξ) . Если плоскость совершает колебания так что ее скорость это функция координат ξ , χ и времени ($u_{pl} = U_{pl}(\chi, \xi, t)$), то она генерирует волны в стратифицированной жидкости. Геометрия задачи представлена на рисунке 1. Переход между системами координат Oxz и $O\chi\xi$ осуществляется при помощи матрицы поворота.

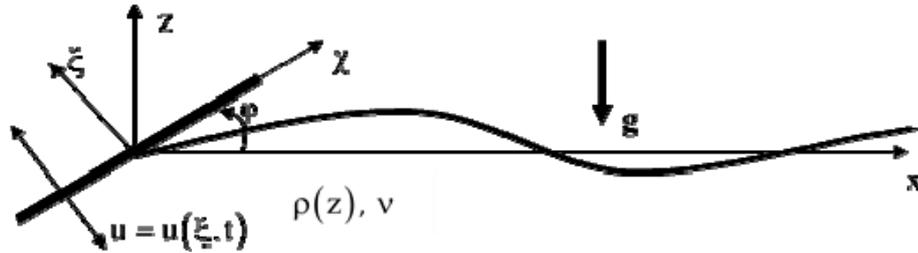


Рис. 1. Геометрия задачи.

В исходной системе координат математическая формулировка задачи имеет вид:

$$\rho(\mathbf{u}'_t + (\mathbf{u}\nabla)\mathbf{u}) = -\nabla p + \rho\nu \Delta\mathbf{u} + \rho\mathbf{g},$$

$$\rho'_t + \mathbf{u} \cdot \nabla\rho = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

Граничные условия на свободной поверхности жидкости в модели, в которой не учитывается коэффициент поверхностного натяжения (рассматриваются гравитационные волны) записываются следующим образом:

$$(p - p_0)n_i - \sigma'_{ik}n_k \Big|_{z=\zeta} = 0, \quad v - u\zeta'_x \Big|_{z=\zeta} = \zeta'_t$$

Здесь p_0 – атмосферное давление; $\sigma'_{ik} = \rho\nu(\partial u_i/\partial x_k + \partial u_k/\partial x_i)$ – тензор вязких напряжений в жидкости; $\mathbf{n} = (\mathbf{e}_z - \mathbf{e}_x\zeta'_x)/\sqrt{1 + \zeta'^2_x}$ – единичная нормаль к поверхности $z = \zeta(x, t)$; $\mathbf{u} = u\mathbf{e}_x + v\mathbf{e}_z$ – поле скоростей жидкости. Из-за того, что мы считаем движение двумерным, а жидкость – несжимаемой, можно ввести функцию тока:

$$\mathbf{u} = \psi'_z, \quad v = -\psi'_x.$$

Задачу нужно дополнить граничными условиями на поверхности плоскости:

$$\frac{\partial\psi(\chi, \xi)}{\partial\xi} \Big|_{\xi=0} = U_{\parallel}(\chi), \quad -\frac{\partial\psi(\chi, \xi)}{\partial\chi} \Big|_{\xi=0} = U_{\perp}(\chi).$$

Здесь $U_{\parallel}(\chi)$ и $U_{\perp}(\chi)$ – продольная и поперечная компоненты скорости плоскости.

Дисперсионное уравнение, определяющее связь между волновым числом, частотой волнового движения и другими параметрами задачи получаются следующими:

$$k_z^2 = k^2 - \frac{i\omega}{2\nu} \left(1 - \sqrt{1 + 4i \frac{\nu k^2 N_\omega^2}{\omega}} \right), \quad q^2 = k^2 - \frac{i\omega}{2\nu} \left(1 + \sqrt{1 + 4i \frac{\nu k^2 N_\omega^2}{\omega}} \right), \quad N_\omega = \frac{N}{\omega}$$

В приближении малой вязкости справедливо:

$$k_z^2 \simeq k^2 (1 - N_\omega^2), \quad q^2 \simeq k^2 (1 + N_\omega^2) - \frac{i\omega}{\nu}$$

Для волнового числа k в приближении малой вязкости можно записать:

$$i \left(\frac{k^2 g}{\omega} (1 + \beta) - \omega (k_z + \beta q) \right) - \nu (k_z (k_z^2 - k^2) + \beta q (q^2 - k^2)) = 0$$

$$\beta = - \frac{k_z^2 + k^2}{q^2 + k^2} \simeq - \frac{k^2 (2 - N_\omega^2)}{k^2 (2 + N_\omega^2) - \frac{i\omega}{\nu}}$$

РЕЗУЛЬТАТЫ

По полученным дисперсионным соотношениям можно определить характер волнового движения с учетом генерации волн пластиной и граничных условий, задаваемых на поверхности пластины.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 19-19-00598).



НАЧАЛЬНАЯ ДИНАМИКА ОСЦИЛЛЯЦИЙ ПОДВОДНЫХ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЕЙ ПРИ УДАРЕ КАПЛИ О ВОДНУЮ ПОВЕРХНОСТЬ

В.Е. Прохоров

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
e-mail: prohorov@ipmnet.ru*

Исследование акустики падающих капель – одна из интереснейших задач экспериментальной гидродинамики [1,2]. Активными звукоизлучающими объектами являются газовые пузыри, отрывающиеся от подводных каверн. При видеосъемке пузырей выделены короткие видеозаписи, в которых пузыри обладают вращательной симметрией, что позволило вычислить текущие значения объемов и кривизны поверхности пузырей. В момент отрыва пузыря происходит резкое уменьшение интегральной кривизны, что приводит к спаду наружного давления, расширению пузыря, и последующему излучению звукового резонансного пакета, начинающемуся с положительной полуволны. Временные зависимости объема имеют вид осцилляций, частота которых совпадает с частотой резонансного акустического излучения [3].

Пузырь приобретает симметрию на стадии истончения перемычки между каверной и самим пузырем и сохраняет ее в течение нескольких миллисекунд после разрыва перемычки (рис. 1а-в). В дальнейшем форма пузыря становится неправильной, меняясь во времени случайным образом. На конечной стадии объемные флуктуации полностью затухают, и пузырь принимает правильную сферическую (сфероидальную) форму.

По уравнениям контура на плоскости x, z (рис.1) рассчитываются компоненты кривизны профиля пузыря в меридиональном $\kappa_m = z_{xx} \cdot (1 + z_x^2)^{-3/2}$ и в параллельном

$\kappa_p = z_x \left(r \cdot \sqrt{1 + z_x^2} \right)^{-1}$ направлениях, где z_x и z_{xx} – первая и вторая производные по x .

Интегрирование кривизны по переменной x , дает оценку компоненты внешнего давления, обусловленную поверхностным натяжением по всем кадрам на интервале τ

$$p_s(\tau) = \sigma \int_{\Delta r} K(x) dx / \Delta x, \quad (1)$$

где $K(x) = \kappa_m + \kappa_p$.

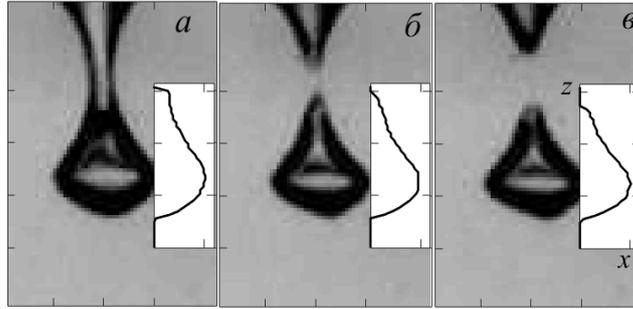


Рис. 1. Стадии формирования воздушного пузыря. Вставки: полуширина $x = d / 2$ контура пузыря в функции вертикальной координаты z . Время относительно момента отрыва, а-в: $-0.35, -0.07, 0$ мс. Скорость видеосъемки 14000 к/с. Деление 1.0 мм.

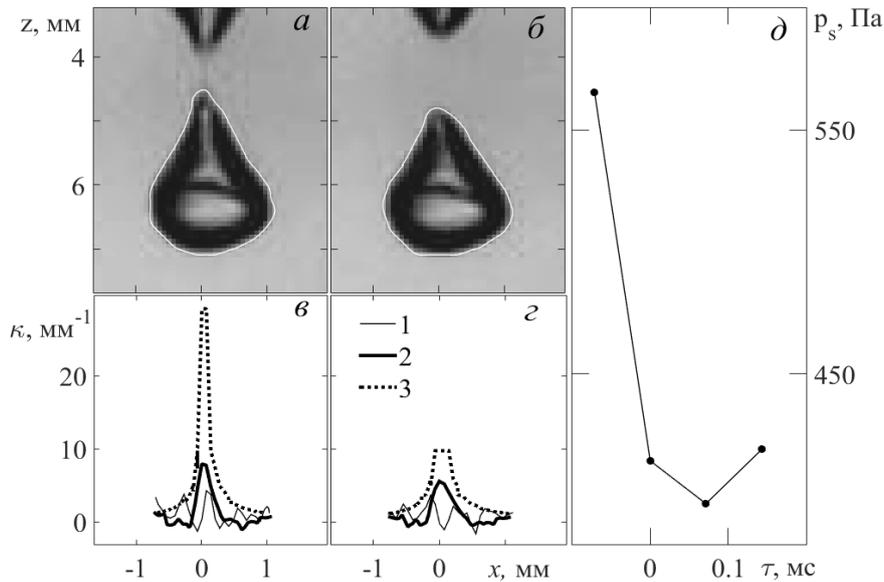


Рис. 2. Вид отрывающегося пузыря. Время относительно момента отрыва: $\tau = -0.07$ (а) и 0 (б) мс. в, г – компоненты кривизны контура в функции горизонтальной координаты x (отсчитывается от вертикали падения капли): 1 и 2 – донная (κ_b) и верхняя (κ_t) компоненты меридиональной кривизны, 3 – параллельная кривизна (κ_p). Скорость видеосъемки 14000 к/с.

Меридиональную кривизну удобно разделить на две части, верхнюю κ_t и донную κ_b , т.е. $\kappa_m = \kappa_t + \kappa_b$, что позволяет исключить точки на боковой поверхности, в которых $dz / dr = \infty$. Данные точки не обязательно расположены на одной горизонтали

(рис. 2); при вычислении κ_p они исключаются из обработки.

На рис. 2 показаны кадры пузырей – крупного (а, б) и мелкого (в, г) на стадии вблизи момента отрыва. Изображения мелкого пузыря обрамлены контурами (выделены светлым), числовые массивы $z(x)$ которых служат для расчета кривизны.

На стадии истончения и до отрыва кривизна резко падает (в, г), что равносильно сбросу внешнего давления (д), инициирующему резкое расширение пузыря. Сброс давления происходит при замкнутом объеме, что приводит к объемным осцилляциям δV (рис. 3), вызывающим, в свою очередь акустическое излучение. Механические осцилляции начинаются с фазы расширения, соответственно, акустический пакет открывается положительной полуволной (рис. 3).

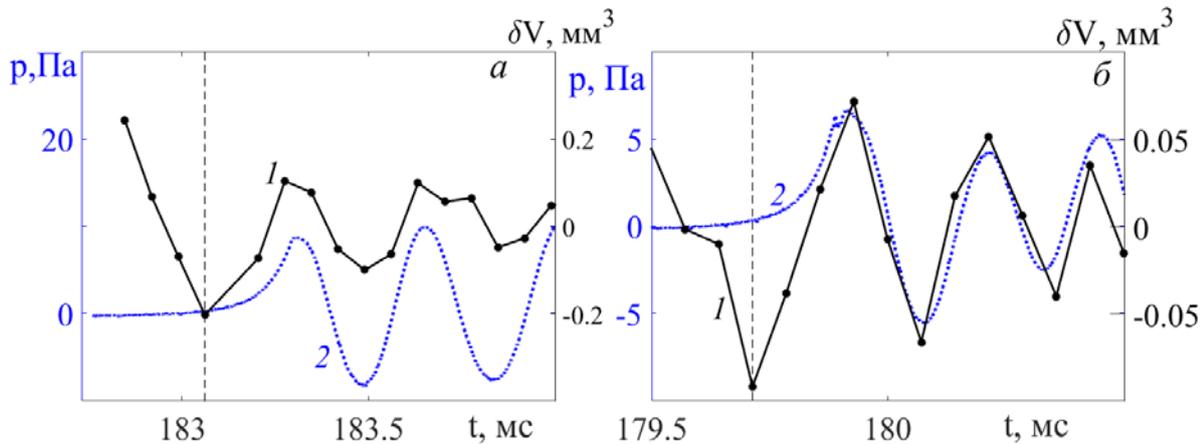


Рис. 3. Осцилляции δV объема 1 и начальные фрагменты резонансных пакетов 2. а, б: $H = 82, 85$ см. Точками на графике 1 отмечены моменты фиксации кадров. Вертикали – начало и конец стадии вращательной симметрии.

Отметим, в стадия истончения перемычки (а и б: $t < 183.2$ и 179.7 мс) скорость уменьшения объема довольно велика, однако осцилляций при этом не возникает, поскольку объем не замкнут, и воздух стравливается в атмосферу через открытую перемычку.

Эксперименты проведены на Гидрофизическом комплексе для моделирования гидродинамических процессов в окружающей среде и их воздействия на подводные технические объекты, а также распространения примесей в океане и атмосфере ("ГФК ИПМех РАН") [4].

Работа выполнена с использованием средств государственного бюджета по госзаданию АААА-А20-120011690131-7 (Создание аналитико-численных алгоритмов для изучения процессов в механике природных катастроф, механике сплошных сред, термодинамике и квантовой механике, изучение волновых, конвективных, тепловых и фрагментационных процессов в сложных жидкостях и разработка согласованных методов теоретических и экспериментальных исследований механики и термодинамики течений жидкостей на основе системы фундаментальных уравнений).

ЛИТЕРАТУРА

1. Gillot G., Derec C., Génevaux J.-M., Simon L. and Benyahia L. A new insight on a mechanism of airborne and underwater sound of a drop impacting a liquid surface. *Physics of Fluids* 32, 062004 (2020).
2. Nystuen J. Rainfall measurements using underwater ambient noise. *J. Acoust. Soc. Am.*

- V. 79 (4). 1986. pp. 972-982.
3. Prokhorov V.E. Acoustics of oscillating bubbles when a drop hits the water surface. Phys. Fluids 33, 083314 (2021).
 4. Гидрофизический комплекс для моделирования гидродинамических процессов в окружающей среде и их воздействия на подводные технические объекты, а также распространения примесей в океане и атмосфере (ГФК). <http://www.ipmnet.ru/uniquequip/gfk/>.



ОБЪЕМНЫЕ ОСЦИЛЛЯЦИИ И АКУСТИЧЕСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПОДВОДНЫХ ВОЗДУШНЫХ ПУЗЫРЕЙ ПРИ УДАРЕ КАПЛИ О ПОВЕРХНОСТЬ ЖИДКОСТИ

В.Е. Прохоров

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва,
e-mail: prohorov@ipmnet.ru*

В экспериментах по соударению капли с водной поверхностью проведена видеосъемка газовых пузырей, отрывающихся от подводных каверн, с одновременной регистрацией сопутствующего акустического излучения. Выделены короткие видеозаписи, в которых пузыри обладают вращательной симметрией, что позволило вычислить текущие значения объемов и сопоставить их частоты объемных и акустических осцилляций.

После контакта капли с поверхностью проходит несколько десятков/сотен миллисекунд прежде, чем появятся один или несколько резонансных акустических пакетов, излучаемых пузырями, отрывающимися от подводных каверн. На стадии излучения форма пузыря непрерывно меняется, оставаясь весьма далекой от регулярной. При этом, несмотря на сильно меняющуюся форму, частота излучения удерживается практически постоянной вблизи значения, определяемого радиусом равновесного (сферического) состояния [1]. Этот факт был отмечен в [2] и предложена запись уравнения осцилляций, где в качестве переменной выступает не радиус пузырька, а объем, точнее, его флуктуация $v = V - V_0$.

$$\ddot{v} + \beta \dot{v} + \omega_0^2 v = 0. \quad (2)$$

где V и V_0 текущий и равновесный объемы

Однако, до настоящего времени отсутствуют прямые измерения объемных осцилляций пузыря на частоте свободных колебаний ω_0 . Основной инструмент наблюдений – скоростная видеосъемка – не позволяет проводить полноценные покадровые измерения объема и его флуктуаций, поскольку в общем случае пузырь имеет неправильную форму, и по плоскому изображению на видеокадре невозможно установить его объем.

В работе приводятся результаты экспериментальных исследований механических объемных осцилляций и сопровождающего акустического излучения газовых пузырей, отрывающихся от подводных каверн при соударении водяных капель с поверхностью воды. В таких условиях формы образующихся пузырей случайны и, как правило, далеки от правильных. Однако в многократно повторяющихся экспериментах встречаются отдельные опыты с короткими (несколько миллисекунд) сериями видеокадров, в которых пузыри в начальной стадии формирования выглядят как фигуры с отчетливыми признаками симметрии относительно вертикали (рис. 1). Естественно предположить,

что в реальности такой пузырек обладает вращательной симметрией, и тогда вычисление его объема становится вполне выполнимой задачей, а выделение осцилляций – вопрос пространственного и временного разрешения видеокамеры [3].

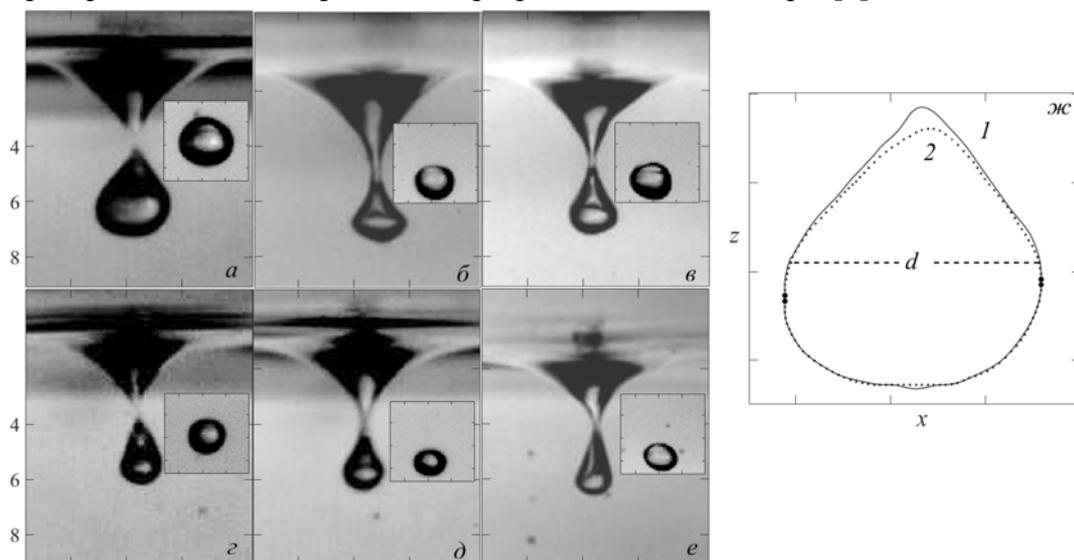


Рис. 1. Пузыри с признаками вращательной симметрии непосредственно перед отрывом. Время τ относительно момента отрыва, а-е: -70, -140, -140, -70, -70, -70 мкс. На вставках а-е: пузырек в равновесном состоянии, $\tau = 27.86, 14.36, 12.43, 18.07, 31.87, 24.93$ мс, $d_0 = 2.2, 1.7, 1.7, 1.6, 1.4, 1.4$ мм. Вертикальная ось – глубина. Деление на основном кадре и вставке – 2 и 1 мм соответственно. Высота отрыва а-е: $H = 82, 85, 80, 82, 82, 89$ см. Глубина гидрофона $h = 5$ см. жс – контуры пузыря (а) до и после отрыва.

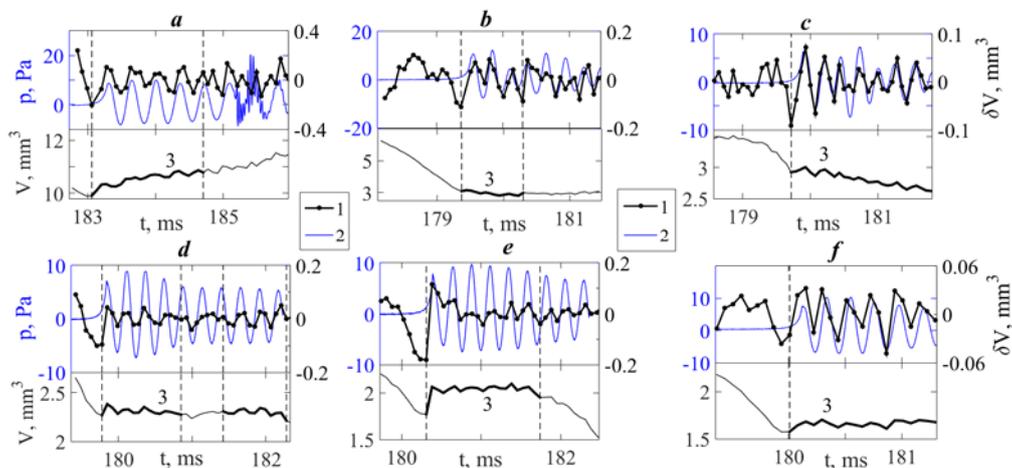


Рис. 2. Осцилляции δV объема 1, начальные фрагменты резонансных пакетов 2, абсолютные значения объема 3. а, b, с, d, e, f: $H = 82, 85, 80, 82, 82, 89$ см, $V_0 = 6, 2.6, 2.6, 2.1, 1.4, 1.4$ см³ – конечное (равновесное) значение объема пузыря. $h = 5$ см. Штриховые вертикали разделяют интервалы вращательной симметрии (выделены жирным на 3), моменты отрыва пузыря и исчезновения вращательной симметрии. Точками на графике 1 отмечены моменты фиксации кадров. Легенда: прямоугольники в середине рисунка.

Вычисление объема V возможно даже при нарушении симметрии при условии, что горизонтальное сечение пузыря близко по форме к кругу с некоторым диаметром d

(рис. 1, жс):
$$V = \frac{\pi}{4} \int_{z_1}^{z_2} d^2(z) dz$$

На рис. 2 показаны кривые 1 флуктуаций объема $\delta V(t)$ на одном графике вместе с участками осциллограмм 2 резонансных пакетов соответствующих пузырей для отмеченных на рис. 1 шести опытов. Буквенные индексы графиков и кадров на рис. 1 совпадают. Точки на графиках 1 объемных флуктуаций отмечают моменты фиксации видеокадров.

Объемы пузырей $V(t)$, рассчитанные по (2), приведены на нижних графиках (кривые 3, рис. 2); жирные участки кривых 3 относятся к стадиям вращательной симметрии пузыря. При заданной частоте видеосъемки, чем крупнее пузырь, тем чаще расположены точки и лучше совпадение акустических осциллограмм с кривыми флуктуаций объема.

Ограниченность видеокамеры по скорости и пространственному разрешению не обеспечивает достаточное временное разрешение флуктуаций $\delta V(t)$, поэтому форма кривых 1 далека от затухающих синусоидальных колебаний, соответствующих уравнению (2). Однако их вложенность кривых 1 и 2 друг в друга указывает на их причинно-следственную связь, в которой флуктуации $\delta V(t)$ играют роль источника, возбуждающего акустические осцилляции.

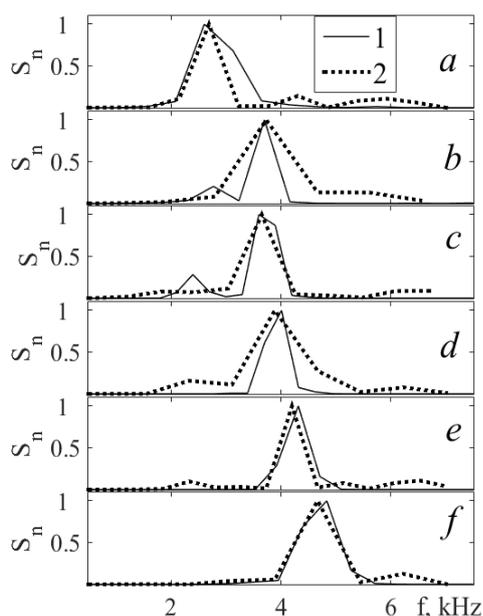


Рис. 3. Нормированные спектры объемных 1 и акустических 2 осцилляций в опытах на рис. 2. Индексация a-f соответствует рис. 2. Легенда на поле рис. 3а.

На рис. 3 приведены нормированные на собственные максимумы спектры объемных осцилляций и соответствующих резонансных пакетов для опытов на рис. 1. Частоты спектральных максимумов акустических пакетов и объемных осцилляций практически совпадают, демонстрируя, в то же время, постепенный сдвиг в сторону высоких частот, что указывает на сопутствующее уменьшение равновесных размеров пузырей (рис.1).

Эксперименты проведены на Гидрофизическом комплексе для моделирования гидродинамических процессов в окружающей среде и их воздействия на подводные технические объекты, а также распространения примесей в океане и атмосфере ("ГФК ИПМех РАН") [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (проект 19-19-00598 "Гидро-

динамика и энергетика капли и капельных струй: формирование, движение, распад, взаимодействие с контактной поверхностью").

ЛИТЕРАТУРА

1. *Minnaert M.* On musical air bubbles and the sounds of running water. *Phil. Mag.* 1933. V. 16. P. 235-248.
2. *Strasberg M.* The Pulsation Frequency of Nonspherical Gas Bubbles in Liquids. *J. Acoust. Soc. Am.* 1953. V.25 (3). pp. 536-537.
3. *Prokhorov V.E.* Acoustics of oscillating bubbles when a drop hits the water surface. *Phys. Fluids* 33, 083314 (2021).
4. Гидрофизический комплекс для моделирования гидродинамических процессов в окружающей среде и их воздействия на подводные технические объекты, а также распространения примесей в океане и атмосфере (ГФК). <http://www.ipmnet.ru/uniquequip/gfk/>.



СПЕКТРЫ МАСШТАБОВ И ПОДВОДНЫЙ АКУСТИЧЕСКИЙ ШУМ ПРИ ПАДЕНИИ МНОЖЕСТВЕННЫХ КАПЕЛЬ НА ВОДНУЮ ПОВЕРХНОСТЬ

В.Е. Прохоров

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
e-mail: prohorov@ipmnet.ru*

Исследование подводных акустических шумов, производимых дождем, проводится в интересах метеорологии [1] акустики океана [2, 3]), экологии [4]).

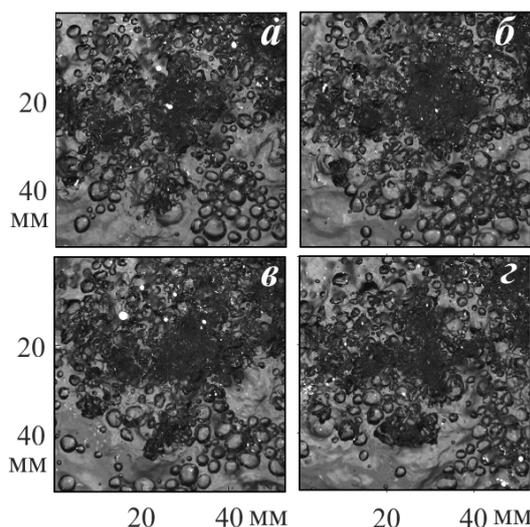


Рис. 1. Вид на поверхность при падении множественных капель в моменты (а-з): $t_c = 30, 472, 682, 1129$ мс от начала записи. Наклон оси камеры к горизонту – 70°

Лейка помещалась на высоте $H = 110$ см, гидрофон – на глубине 5 см. По видеокдрам были измерены средние размеры капель (1.7-3 мм) и средняя (на расстоянии 0.5 м) скорость падения – 1.2 м/с.

Физическое моделирование – один из эффективных методов, обеспечивающих повторяемость условий эксперимента и, в определенной степени, воспроизводимость результатов.

В настоящей работе изложены данные лабораторного эксперимента, в котором акустический шум искусственного дождя измерялся с помощью заглубленного гидрофона. Возмущения на поверхности регистрировались видеокамерой на частоте 4 кГц.

Эксперименты проводились на стенде ЭСП из состава ГФК ИПМех РАН [5].

Для создания дождя использовалась душевая лейка диаметром 60 мм на 80 отверстий каждое 0.5 мм в диаметре.

На рис. 1а-г показана поверхность для 4-х моментов времени в интервале 30-2120 мс.

Картина поверхности на кадрах а-г выглядит однотипной, отличаясь в деталях распределения скоплений пузырей и темных сгущений – точек падения капель. Сканирование освещенности вдоль диагоналей 1 и 2 дает спектры (рис. 2, б, кривые 1 и 2), занимающие одинаковые диапазоны масштабов (0.3-25 мм) и содержащие счетное количество пиков. Пиковые частоты спектров 1 и 2 не совпадают, что особенно выражено в мелкомасштабной области ($\lambda < 3$ мм) и менее – в крупномасштабной. Однако Распределение масштабов по криволинейным траекториям – в данном случае вдоль окружностей 3 ($R=10$ мм) и 4 ($R=22$ мм), выглядит более дискретным, особенно в мелкомасштабной части, и, в то же время, показывает сильное различие по составу линий и огибающей (б, кривые 3 и 4). Спектр вдоль малой окружности (3) содержит два пика ($\lambda = 4.8$ и 9.6 мм), которые, с учетом двукратного различия в амплитудах, можно интерпретировать как основной (доминирующий) масштаб и вторую гармонику. Спектр большой окружности (4) резко отличается в мелкомасштабном диапазоне наличием выраженных пиков, сопоставимых по амплитуде с главными максимумами на масштабах $\lambda = 6.3$ и 10 мм. Наиболее крупномасштабные пики при $\lambda = 17.3$ и 34.6 мм оказываются кратными и имеют одинаковые амплитуды, что может свидетельствовать о присутствии двух периодических структур с указанными масштабами.

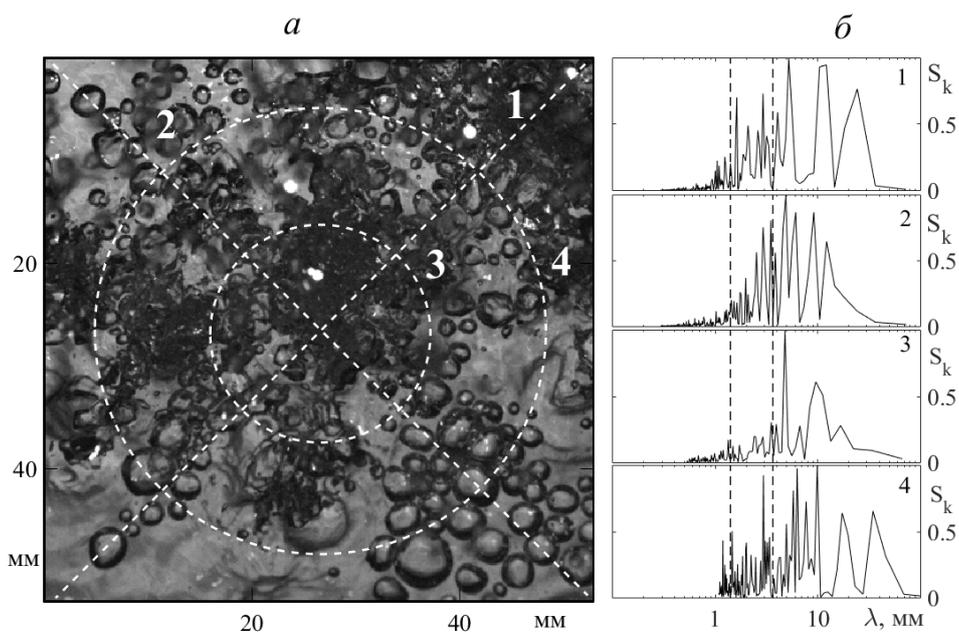


Рис. 2. а – вид на поверхность с траекториями сканирования освещенности, б – нормированные спектры S_k флуктуаций освещенности вдоль диагоналей 1, 2 и окружностей 3, 4 в момент $t=30$ мс (б, кривые 1-4). Вертикали маркируют диапазон измеренных размеров падающих капель.

Полная фонограмма (рис. 3а) по виду близка к шумовому сигналу, однако в спектре (рис. 3б) выделяются две полосы: линейчатая часть ($f < 50$ Гц) и собственно шумовой участок ($f > 50$ Гц), который, однако, содержит обособленный пик на частоте $f_n = 1.0$ и гораздо меньший по амплитуде – на 2.7 кГц.

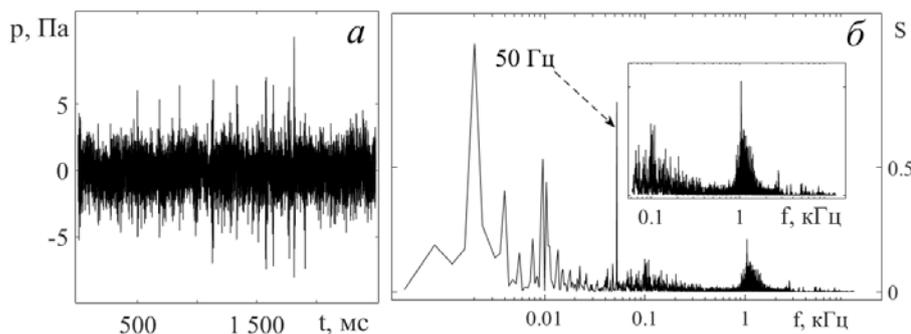


Рис. 3. Полная фонограмма шума искусственного дождя (а) и ее частотный спектр. Вставка: укрупненный участок $f > 50$ Гц.

Предположительно, источниками излучения на данных частотах могут быть воздушные пузыри диаметром $d = B / (\pi f_n)$, где $B = (3\gamma P_0 / \rho)^{1/2}$, P_0 – внешнее давление, ρ – плотность жидкости, γ – постоянная адиабаты: в данном случае значениям частоты f_n соответствуют резонансные диаметр воздушных пузырей 6 и 2.4 мм.

Образование излучающих пузырей типично для одиночных падающих капель [6], однако их размеры сопоставимы с размерами самих капель и обычно не превышают их. Спектральный пик на частоте 1 кГц и соответствующий ему резонансный размер не соответствуют ряду измеренных диаметров капель, что может указывать на другой механизм генерации звука на данной частоте.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 19-19-00598 "Гидродинамика и энергетика капли и капельных струй: формирование, движение, распад, взаимодействие с контактной поверхностью").

ЛИТЕРАТУРА

1. Bjorno L. Underwater rain noise: sources, spectra and interpretations. J. De Physique IV. Colloque C5. Supplement de J. De Physique 3. 1994. V. 4. P. C5-1023 – C5-1030.
2. Nystuen J.A., Moore S.E., Stabeno P.J. A sound budget for the southeastern Bering Sea: Measuring wind, rainfall, shipping, and other sources of underwater sound. J. Acoust. Soc. Am. 128 (1), 2010. pp. 58-65.
3. Ashokan M., Latha G., Ramesh R. Analysis of shallow water ambient noise due to rain and derivation of rain parameters. Applied Acoustics. Volume 88, February 2015, Pages 114-122.
4. E.R. Gerstein. Manatees, Bioacoustics and Boats. American Scientist, 90 (2002), 154-163.
5. Гидрофизический комплекс для моделирования гидродинамических процессов в окружающей среде и их воздействия на подводные технические объекты, а также распространения примесей в океане и атмосфере (ГФК). <http://www.ipmnet.ru/uniquequip/gfk/>.
6. Прохоров В.Е., Чашечкин Ю.Д. Генерация звука при падении капли на поверхность воды. Акустический журнал. 2011. Т. 57. № 6. С. 792-803



ИССЛЕДОВАНИЯ ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ АЭРОТЕРМОДИНАМИКИ НА МНОГОРЕЖИМНОЙ УСТАНОВКЕ

Л.Б. Рулева, С.И. Солодовников

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, г. Москва

e-mail: ruleva@ipmnet.ru

Физическое моделирование аэротермодинамических процессов обтекания моделей фрагментов высокоскоростных летательных аппаратов служит для подтверждения математического моделирования, выполненного по разрабатываемым компьютерным кодам [1]. Натурные испытания дороги и не позволяют оперативно валидировать численное моделирование. Стационарные аэродинамические установки, заточены на несколько тестовых режимов благодаря сменным соплам и обеспечивают высокую точность. Наиболее недорогим и многофункциональным оборудованием для физического моделирования являются лабораторные установки, содержащие ударную трубу и аэродинамический блок. Лабораторная установка «Гиперзвуковая ударная аэродинамическая труба» (ГУАТ) [2] является уникальной научной установкой Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН. Установка ГУАТ – многорежимная по созданию начальных условий в области размещения моделей и высокоскоростного потока на числах Маха $M=5-9$ и Рейнольдса $Re=10^6$. К экспериментальному оборудованию, способному создавать многовариантный высокоскоростной поток, и методам его исследования предъявляются высокие требования по точности и, особенно, по быстродействию.

СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА

Различные тестовые режимы истечения из сопла [3] обеспечиваются не только сменными соплами и давлением в аэродинамическом блоке (ресивере): $10^{-3} - 10^{-7}$ атм, но и созданием давлений торможения ударных волн на входе в сопло. Давление торможения в широком диапазоне может быть задано давлениями в камере высокого давления 1–100 атм и в канале низкого давления $1-10^{-3}$ атм. [4]. Установка ГУАТ показана на рис.1.

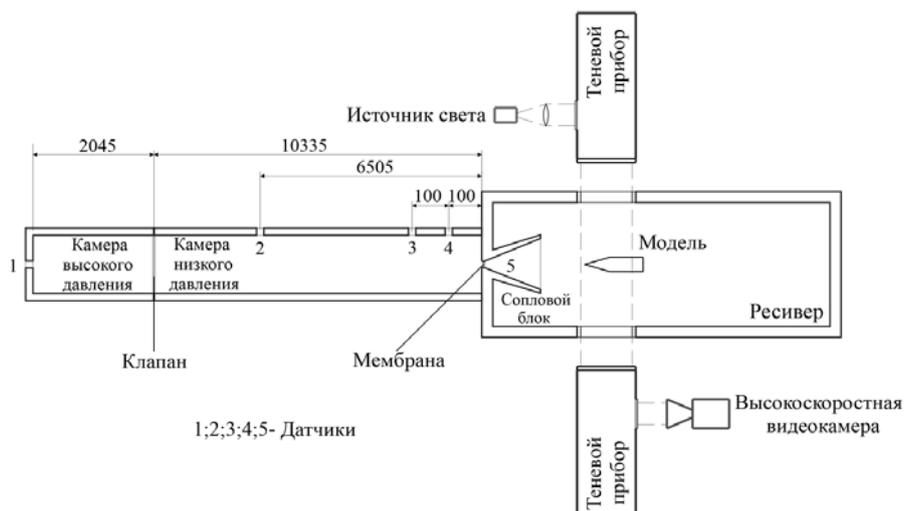


Рис.1. Установка ГУАТ

В некоторых тестовых режимах ГУАТ трансформация длины камеры низкого давления [5] позволяет получать наиболее продолжительные режимы квазистационарного состояния потока 1–7 мс, что необходимо для валидации физического и математического моделирования.

тического моделирования. Регистрация параметров потока в ударной и аэродинамической частях ГУАТ, а также на моделях, производилась сертифицированными высокочастотными (500 КГц) датчиками давления и тепловых потоков, инерционностью в нескольких мкс. Вибрация модели в потоке измерялась трехосным акселерометром массой $5 \cdot 10^{-3}$ кг. Разнообразные варианты истечений и широкий набор моделей для исследований структурированы тестовыми задачами для всех блоков ГУАТ [3,4].

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

При одинаковом тестовом давлении в камере высокого давления влияние задания давлений в аэродинамическом блоке на давление торможения УВ не оказывает. Есть зависимость от давления в камере низкого давления: чем оно больше, тем больше давление и температура торможения ударной волны. Давление Пито потока за соплом зависит от дистанции и от давления торможения УВ. На рис.2. давление торможения в графике ряда 1 в два раза выше ряда 2.

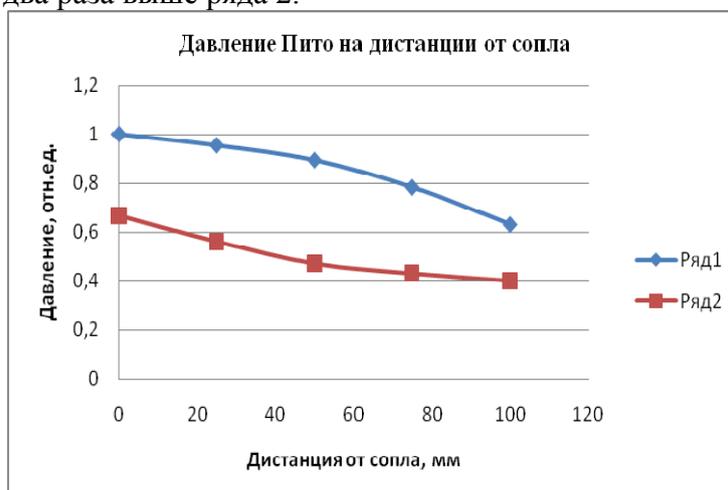


Рис.2. Зависимость давления Пито от давления торможения УВ и дистанции

Распределение давлений и тепловых потоков на моделях зависит от давления торможения УВ, глубины вакуума аэродинамического блока, геометрических параметров моделей и их взаимного расположения перед соплом. Измеренная датчиками теплового потока МСТ, СТ1 и СТ2 начальная температура на моделях в процессе вакуумирования аэродинамического блока изменяется в соответствии с глубиной вакуума (рис.3).

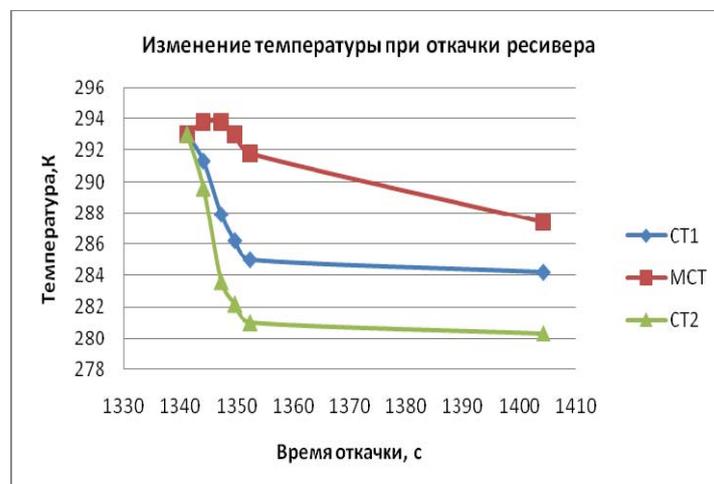


Рис. 3. Изменение температуры поверхности модели при вакуумировании.

Приведенные выше зависимости обусловлены скоростными процессами экспериментов, когда теплообмен в блоках ГУАТ не успевает установиться.

ВЫВОДЫ

Получены зависимости аэродинамических параметров в рамках тестовых заданий на многорежимной установке ГУАТ. Определены параметры, влияющие и не влияющие на давление и тепловой поток за соплом. Показаны особенности изменения температуры, характерные только для быстрых процессов, которые необходимо учитывать.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Представленное исследование выполнено при поддержке Государственной программы фундаментальных исследований Российской академии наук (контракт № ААААА 20-120011690135-5).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Surzhikov S.T.* Validation of computational code UST3D by the example of experimental aerodynamic data// IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series, 815 (2017) 012023, 10 p. doi 10.1088/1742-6596/815/1/012023.
2. *Рулева Л.Б., Солодовников С.И.* Экспериментальные исследования моделей плоских каналов//Сборник материалов 11-й международной конференции молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах» 01-03.12. 2020. М.
3. *Суржиков С. Т.* Расчетные исходные данные для решения тестовых задач в измерительной секции гиперзвуковой ударной аэродинамической трубы ГУАТ лаборатории РадГД ИПМех РАН//Физико-химическая кинетика в газовой динамике. – М. 2021. – Т.22. – вып. 1. –URL: <http://chemphys.edu.ru/issues/2021-22-1/articles/931>.
4. *Суржиков С. Т.* Расчетные исходные данные для решения тестовых задач в рабочей зоне гиперзвуковой ударной аэродинамической трубы ГУАТ лаборатории РадГД ИПМех РАН//Физико-химическая кинетика в газовой динамике. – М. 2021. –Т. 22. – вып. 1.
5. *Panasenko A.V., Ruleva L.B. and Solodovnikov S.I.* Increasing hypersonic aerodynamic shock tube working time duration//IOP Conf. Ser. –Mater. Sci. Eng. 927 012082.–2020.–<https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/927/1/012082/pdf>.



КОНВЕКТИВНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ВЕРТИКАЛЬНОГО ТЕЧЕНИЯ В ВОЗДУШНО-ПОРИСТОЙ ДВУХСЛОЙНОЙ СИСТЕМЕ С ВНУТРЕННИМ ТЕПЛОЫДЕЛЕНИЕМ, ЗАВИСЯЩИМ ОТ ОБЪЕМНОЙ ДОЛИ ТВЕРДОЙ ФАЗЫ

Р.В. Сагитов, Е.А. Колчанова

*Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь
e-mail: sagitovrv@mail.ru, kolchanovaea@gmail.com*

Актуальной проблемой является управление отводом тепла от тепловыделяющей пористой среды. Это важно, например, для создания оптимального теплового режима, позволяющего сохранить качество сельскохозяйственной продукции, которое может пострадать от перегрева отдельных ее участков из-за биологической активности [0]. Конвективное движение воздуха, возникающее за счет внутреннего тепловыделения в

пористой среде, ускоряет отвод тепла от нее [2]. В данной работе исследуется влияние различные факторов, таких как, толщина воздушной прослойки над пористой средой, объёмная доля твердой фазы, сквозное течение воздуха, на порог возникновения этого движения.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается система, состоящая из двух горизонтальных слоев воздуха и тепловыделяющей пористой среды толщиной h_a и h_p , соответственно, ограниченная сверху и снизу твердыми проницаемыми для воздуха плоскостями, на которых поддерживаются одинаковые температуры. Объёмная мощность тепловыделения в пористой среде Q прямо пропорционально объёмной мощности тепловыделения в твердой фазе Q_s и ее объёмной доле ϕ : $Q = Q_s \phi$. Система находится в условиях принудительного вертикального сквозного течения, при этом через одну плоскость воздух однородно закачивается со скоростью \vec{U} , через – другую отсасывается с такой же скоростью (Рис. 1).

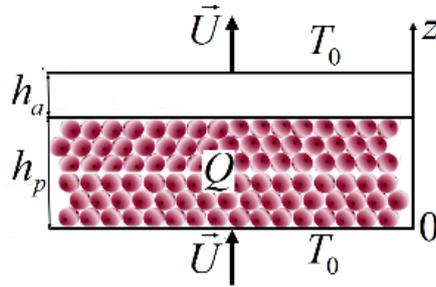


Рис. 1 Двухслойная система «пористая тепловыделяющая среда – воздух» при наличии вертикального сквозного течения

Для описания поведения воздуха используется двухдоменная модель, в которой уравнения конвекции в приближении Буссинеска записываются в каждом из слоев по отдельности [3] с учетом закона Дарси [4]. При обезразмеривании задачи в качестве единиц измерения длины выбрано $[x, y, z] = h_p$, времени - $[t] = bh_p^2 / \chi_{ef}$, скорости - $[\vec{v}] = \chi_{ef} / h_p$, давления $[P] = \rho_0 \nu \chi_{ef} / K$, температуры - $[T] = Q_s h_p^2 / (2\kappa_p)$, где $\chi_{ef} = \kappa_p / (\rho_0 C)_a$, $b = (\rho_0 C)_p / (\rho_0 C)_a$. Отклонение температуры в слое воздуха и в пористой среде от значения на ограничивающих плоскостях при сквозном течении определяется выражениями:

$$\hat{\Theta}_a = \frac{2\phi(1 - Pe - e^{-Pe})(e^{\kappa Pe z} - e^{\kappa Pe d})}{Pe^2(e^{\kappa Pe d} - e^{-Pe})}, \hat{\Theta}_p = \frac{2\phi}{Pe} \left(\frac{(Pe + e^{\kappa Pe d} - 1)(e^{Pe z} - e^{-Pe})}{Pe(e^{\kappa Pe d} - e^{-Pe})} + z + 1 \right),$$

где $Pe = Uh_p / \chi_{eff}$ - число Пекле, $d = h_a / h_p$ - отношение толщин слоев, $\kappa = \kappa_p / \kappa_a$.

Порог возбуждения конвективного движения характеризуется критическим числом Рэля-Дарси Ra_1 , который определяется глобальным минимумом нейтральных кривых $Ra_1(k) = \phi R_1(k)$, получаемых на основе линейного анализа устойчивости вертикального сквозного течения относительно малых пространственных возмущений с волновым числом $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$, где $R_1 = (g\beta Q_s K h_p^3) / (2\nu \kappa_p \chi_{eff})$ - внутреннее число Рэля-Дарси, нормированное на ϕ [4].

РЕЗУЛЬТАТЫ

Методом построения фундаментальной системы решений построены зависимости критических чисел Рэля-Дарси Ra_I и соответствующих волновых чисел k от числа Пекле Pe при различных ϕ и d (Рис. 2).

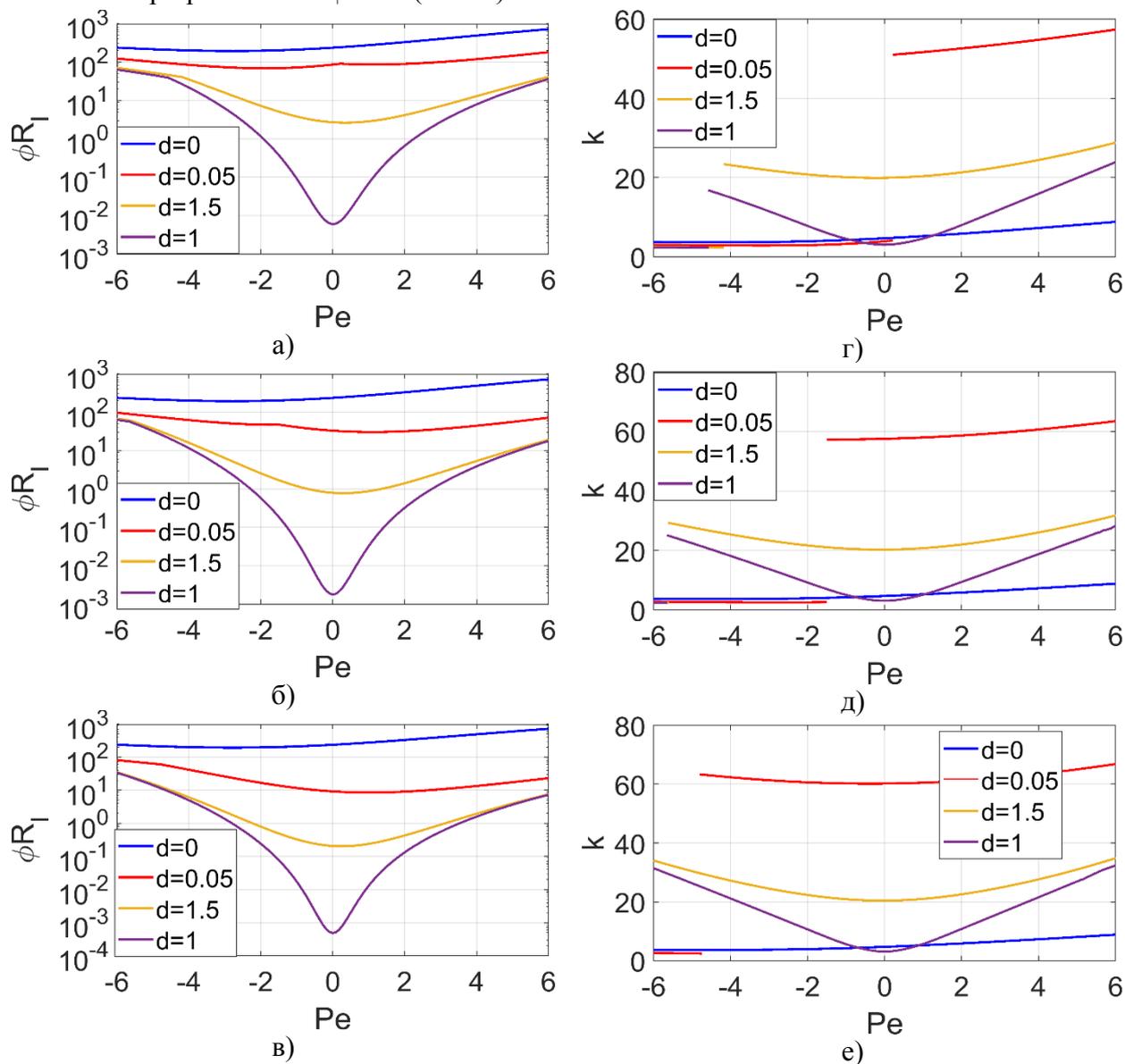


Рис. 2 Зависимость критических чисел Рэля-Дарси Ra_I и соответствующих волновых чисел k от числа Пекле Pe при объемных долях твердой фазы $\phi = 0.5$ (а, г), $\phi = 0.6$ (б, д), $\phi = 0.7$ (в, е) и разных отношений толщин воздушного и пористого слоев d

В отдельно расположенном пористом слое ($d = 0$) наблюдается неустойчивость сквозного течения относительно валов большой длины волны. При этом критические числа Рэля-Дарси и соответствующие длины волн возмущений крайне слабо зависят от объемной доли твердой фазы. При наличии воздушной прослойки над пористым слоем с изменением числа Пекле наблюдается конкуренция крупномасштабной и локальной конвекции. Локальные валы формируются в основном в пределах воздушного слоя, крупномасштабные длинноволновые конвективные течения охватывают оба слоя. При этом на картах устойчивости $Pe - Ra_I$ кривые, соответствующие крупномасштаб-

ной конвекции находятся слева, локальной – справа. При достаточно малой толщине воздушной прослойки и объёмной доли твердой фазы в пористой среде граница между кривыми находится в области положительных чисел Пекле (соответствующим сквозному течению, направленному вверх поперечно слоям). С увеличением толщины воздушного слоя или доли твердой фазы граница смещается в сторону отрицательных чисел Пекле (соответствующим сквозному течению, направленному вниз поперечно слоям), происходит уменьшение критических чисел Рэлея-Дарси и наблюдается смещение влево минимума кривых на картах устойчивости $Re - Ra_1$. Причем указанный минимум находится в области сравнительно малых чисел Пекле. Таким образом, увеличением толщины воздушной прослойки или доли твердой фазы в пористой среде приводит к дестабилизации сквозного течения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование устойчивости вертикального сквозного течения сквозь двухслойную систему «пористая тепловыделяющая среда – воздух» показало, что порог конвективного движения снижается с увеличением толщины воздушного слоя или доли твердой фазы в пористой среде. Влияние скорости сквозного течения на отвод тепла от пористой среды за счет конвективного теплообмена является нелинейным, но преимущественно с увеличением скорости сквозного течения для наступления конвективного теплообмена требуется более высокое тепловыделение в пористой среде.

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-71-10045, <https://rscf.ru/project/21-71-10045/>.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kole N. K., Prasad S. Respiration rate and heat of respiration of some fruits under controlled atmosphere conditions // International journal of refrigeration. – 1994. – Т. 17. – №. 3. – С. 199-204.
2. Бодров В.И., Бодров М.В. Тепломассообмен в биологически активных системах (теория сушки и хранения): учеб. пособие. Нижний Новгород: ННГАСУ, 2013. 145 с.
3. Kolchanova E., Lyubimov D., Lyubimova T. The onset and nonlinear regimes of convection in a two-layer system of fluid and porous medium saturated by the fluid // Transport in Porous Media. 2013. V. 97, N. 1. P. 25–42.
4. Nield D.A., Bejan A. *Convection in Porous Media*. Switzerland: Springer International Publishing, 2017. 988 p.



АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ О РАСПРОСТРАНЕНИИ ЛИНЕЙНЫХ ВОЛН НА ДВУМЕРНОЙ РЕШЕТКЕ

С.А. Сергеев

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

e-mail: sergeevse1@yandex.ru

Рассматривается задача Коши с локализованными начальными данными для уравнения, описывающего распространение линейных волн на двумерной решетке.

Время предполагается непрерывным, а пространственные координаты изменяются на решетке с равномерным шагом h по обоим направлениям.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c_{ij}^2 \frac{1}{h^2} (u_{i+1j} + u_{i-1j} + u_{ij+1} + u_{ij-1} - 4u_{ij})$$

$$u(x, 0) = V(x_{ij} / \mu), \quad \frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = 0$$

В правой части стоит разностная аппроксимация оператора Лапласа с переменным коэффициентом $c(x)$ на решетке, а индексы обозначают номера узлов решетки по каждому направлению. Малый параметр μ является параметром локализации начальной функции.

Поставленной задаче можно сопоставить непрерывную задачу, сужение решения которой на сетку будет совпадать с решением исходной задачи. Для непрерывной задачи можно построить асимптотическое (при $\mu \rightarrow 0$) решение, и, сузив его на решетку, получить асимптотическое решение поставленной задачи.

В зависимости от отношения μ / h могут появляться дисперсионные эффекты, оказывающие влияние на профиль асимптотики решения. В случае, когда это отношение мало, то мы получаем асимптотическое решение волнового уравнения. Если же это соотношение недостаточно мало, то возникают дисперсионные эффекты, приводящие к представлению асимптотики с помощью функций Эйри и их производных. При условии же, что $\mu / h = 1$, возникают сильные дисперсионные эффекты, и асимптотику решения удастся представить в виде произведения тэта-функций Якоби и функций Эйри.

ЛИТЕРАТУРА

1. *V.V. Grushin, S.A. Sergeev, Asymptotics of the Propagation Problem for Linear Waves on Two-Dimensional Lattice and Modified Maslov's Canonical Operator. // Russian Journal of Mathematical Physics, vol. 27, No.1, 2020, pp. 31-47*
2. *С.А. Сергеев, Асимптотика головной волны в задаче Коши для разностной схемы, отвечающей двумерному волновому уравнению с локализованными начальными данными. // Матем. Заметки, т. 109, вып. 6, 2021, сс. 884-900*

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВИХРЕВОГО КЛАСТЕРА, ВОЗНИКАЮЩЕГО НА ФОНЕ ВОЛНОВОГО АТТРАКТОРА В ОСЕСИММЕТРИЧНОМ КОНТЕЙНЕРЕ

*И.Н. Сибгатуллин^{1,2}, А.А. Третьяков¹, Е.В. Ерманюк³,
Н.Д. Шмакова³; М.И. Провидушина²*

¹*ИСП РАН им. В.П. Иванникова; Москва*

²*ИОРАН им. П.П. Ширшова, Москва*

³*Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева; Новосибирск*

Одной из наиболее актуальных задач гео- и астрофизической динамике является описание процесса передачи энергии и импульса во вращающихся жидкостях. Исследование этой задача представляет большой интерес ввиду сложности нелинейных взаимодействий между вихревыми структурами, инерциальными волнами и турбулентностью. Целью нашей работы является применение современных методов анализа когерентных вихревых структур – методов идентификации вихрей, методов снижения размерностей с использованием сингулярных декомпозиций – для анализа структуры течений в аттракторе инерционных волн в осесимметричной геометрии.

В данной работе мы представляем результаты численного исследования нелиней-

ной динамики аттрактора инерционных волн. Обзор современного состояния исследований динамики волновых аттракторов представлен в [1]. Накачка энергии в кольцевую область, имеющую трапециевидальное сечение, осуществляется посредством низко амплитудных колебаний границы области [2]. За счет выбора формы области и частоты возмущающего воздействия удается усилить фокусировку волн, что позволяет достичь развитого режима турбулентного движения. При длительном воздействии в подобных системах могут образовываться когерентные крупномасштабные вихревые структуры в форме ориентированных в аксиальном направлении циклонических вихрей. В эксперименте при нелинейном режиме движения наблюдается концентрация вихревого движения около внутренней поверхности кольцевого жидкого объема, причем в развитом турбулентном режиме можно наблюдать кластер из 8 устойчивых циклонических вихрей [3]. Детальный анализ данных численного моделирования данной системы позволяет сделать вывод, что вихри формируются благодаря взаимодействию нескольких низкочастотных азимутальных волновых мод на фоне осредненного азимутального течения, имеющего сложную зависимость от радиальной координаты [3].

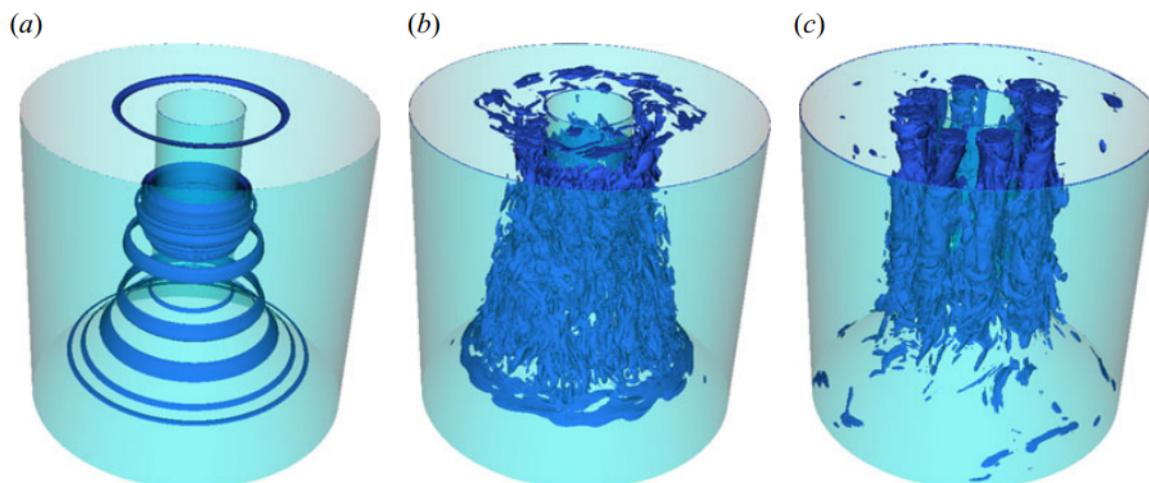


Рис. 1: Визуализация вихрей при численном моделировании с форсингом с амплитудой $a=2.4$ при $t=13,5T_0$, $t=27,1T_0$, $t=389,6T_0$, где T_0 -период вращения.

В настоящей работе выполнено прямое численно моделирование условий эксперимента методом спектральных элементов. Помимо расчетов с граничными условиями и амплитудой возмущающего воздействия, которые непосредственно моделировали условия эксперимента, проведенного в ENS de Lyon, была проведена также серия расчетов с систематической вариацией амплитуды форсинга. Полученные численные результаты в целом хорошо согласуются с результатами физического эксперимента. В частности, на больших временных промежутках (порядка нескольких сотен периодов) в численных расчетах наблюдается формирование кластера циклонических вихрей. Пример визуализации вихрей с помощью лямбда-2 критерия представлен на Рис.1.

Численный расчет с систематической вариацией амплитуды возмущения позволил провести детальный анализ режимов движения. В частности, было показано возникновение триадного резонанса как механизма первичной неустойчивости осесимметричного движения в системе. Кроме того, было обнаружено существование ранее неизвестного промежуточного режима, разделяющего режим триадного резонанса и режим вихревого кластера. Для промежуточного режима характерна статистика плотности распределения вероятности вертикальной компоненты завихренности, характеризующаяся наличием «тяжелых хвостов» распределения. В дополнение к методам пост-

процессинга, развитым в [3], нами развито применение метода главных компонент для идентификации различных видов движений в волновых аттракторах, что позволило наглядно выявить моды, соответствующие бегущим и стоящим волнам, а также отделить динамику крупномасштабных когерентных вихревых структур, возникающих после обратного турбулентного каскада.

Исследование поддержано Министерством Образования, соглашение 075-15-2020-808

ЛИТЕРАТУРА

1. *I.N.Sibgatullin, E.V.Ermanyuk*: Internal and inertial wave attractors: A review. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 60(2):284–302, 2019
2. *I.N.Sibgatullin, E.V.Ermanyuk, A.A.Tretiakov*: Influence of geometry on energy flow and instability in inertial wave attractors for rotating annular frustum. In *Central european symposium on thermophysics 2019 (CEST)*. AIP Publishing, 2019
3. *S. Boury, I.N.Sibgatullin, E.V.Ermanyuk, N.D.Shmakova, P. Odier, S. Joubaud, L. R.M. Maas, and T. Dauxois*. Vortex cluster arising from an axisymmetric inertial wave attractor. *Journal of Fluid Mechanics*, 926:A12, 2021.



ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ И КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ЯВЛЕНИЙ ГАЗОВ И ЖИДКОСТЕЙ В СИСТЕМАХ ДВИГАТЕЛЕЙ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ ДЛЯ УЛУЧШЕНИЯ ИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

В.В. Синявский, В.В. Кремнев, М.Г. Шатров

*Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет
«МАДИ», Москва,
e-mail: sinvlad@mail.ru*

К современным двигателям внутреннего сгорания (ДВС) предъявляются все более жесткие требования с точки зрения высокой мощности, топливной экономичности и экологичности. Поэтому используются все возможные методы совершенствования рабочего процесса и применения внецилиндровых методов снижения токсичности.

В этой связи большое значение имеет изучение волновых и колебательных явлений газов, происходящих в системах впуска и выпуска ДВС, а также волновых явлений жидкости в системах топливоподачи.

Волновые явления возникают во впускной и выпускной системах в связи с открытием и закрытием впускных и выпускных клапанов. Прямые и отражённые волны давления воздуха во впускной системе можно использовать для повышения наполнения цилиндров, что приводит к увеличению мощности двигателя. Для этого длина впускного тракта подбирается так, чтобы волна давления подходила к цилиндру в период окончания открытия впускного клапана и подавала дополнительный воздух в цилиндр. Разработаны системы регулируемой длины впускного тракта, позволяющие на каждой частоте вращения двигателя получать максимальное наполнение.

Волновые явления в системе топливоподачи дизеля необходимо учитывать для получения на всех режимах работы наилучших характеристик впрыскивания и распыливания топлива и минимальной неравномерности циклов [1]. В ДВС, питаемых газом, поскольку газ плохо перемешивается с воздухом, необходимо учитывать пульсации давления во впускной системе и выбрать место установки газовых форсунок так, что-

бы во все цилиндры поступало одинаковое количество газа [2].

Во впускных коллекторах ДВС, кроме волновых явлений, происходят пульсации давления воздуха и газов, которые особенно выражены в ДВС с наддувом [3]. Они вызваны тем, что воздух поступает во впускной коллектор с постоянной скоростью из компрессора, а отбирается цилиндрами неравномерно. Это приводит к появлению пульсаций, форма которых зависит от порядка работы цилиндров, объединённых одним коллектором, размеров коллектора, моментов открытия и закрытия клапанов. Аналогичные явления происходят в выпускном коллекторе, только там газы неравномерно поступают из цилиндров и выходят в турбину с постоянной скоростью.

В этой связи интересно провести сравнительный анализ показателей V-образного 8-цилиндрового дизеля (компоновка V8), и рядного 6-цилиндрового дизеля (компоновка P6) с наддувом при максимально близких условиях, чтобы определить влияние различия пульсаций воздуха и газа в их коллекторах на показатели работы. Схемы размещения систем наддува на дизелях приведены на рис. 1. Из рисунка 1 видно, что для дизеля P6 длина выпускного коллектора оказывается намного меньше и путь, проходимый газами до турбины, - намного короче. В дизеле P6 получается равномерный характер пульсаций давления газа в выпускном коллекторе, что позволяет получить одинаковые условия выпуска во всех цилиндрах. Порядок работы цилиндров дизеля P6 такой, что при объединении одним выпускным коллектором трех цилиндров в случае установки преобразователя импульсов на выпуске из коллектора или в корпусе турбины, газы из первых и вторых трех цилиндров будут минимально воздействовать друг на друга и получится система, близкая к идеально импульсной. В этом случае можно получить равномерный характер пульсаций давления газов в выпускном коллекторе, при этом минимум давления во всех цилиндрах будет приходиться на период принудительного выпуска, что позволит получить минимальную работу выталкивания.

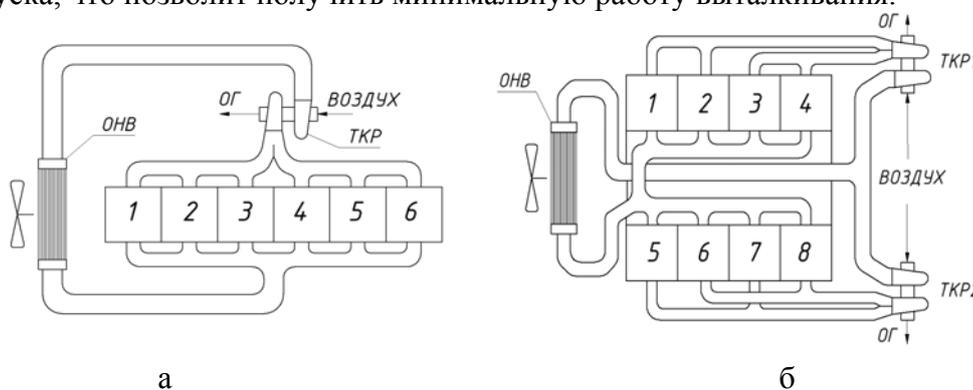


Рис. 1. Схемы размещения систем наддува на дизелях: а - с компоновкой P6; б - с компоновкой V8

В дизеле V₈, как видно из рис. 1, б, в соответствии с порядком работы его цилиндров, каждый выпускной коллектор объединяет цилиндры, имеющие неравномерный интервал работы, и далее два коллектора объединяются, чтобы подвести выпуск из всех 4 цилиндров полублока к турбине. В результате получается неравномерный характер пульсаций давления в выпускном коллекторе, не позволяющий обеспечить во всех цилиндрах минимальное противодавление газов в период выпуска, и работа выталкивания повышается. Пульсации давления воздуха и газов в коллекторах двух дизелей представлены на рисунке 2. Амплитуда пульсаций воздуха во впускном коллекторе намного меньше, чем газов в выпускном, из-за большего объема впускного коллектора.

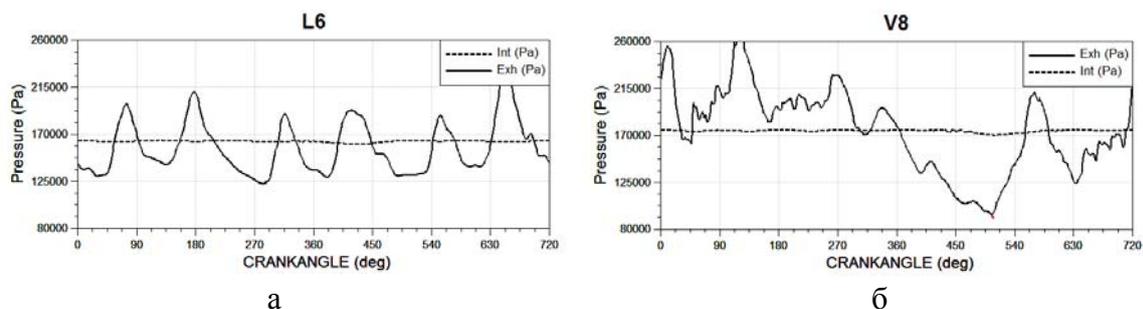


Рис. 2. Пульсации давления воздуха во впускном коллекторе и газов в выпускном коллекторе в дизеле: а – с компоновкой Р6; б – с компоновкой V8

Кроме того, в дизеле Р6 обеспечивается равномерный характер пульсаций давления газа на входе в турбину, в связи с чем снижение КПД турбины из-за пульсаций невелико. У дизеля V8 пульсации носят неравномерный характер, их размах значительно больше, что приводит к более значительному снижению КПД турбины.

Было решено провести сравнительный расчетный анализ показателей работы дизелей Р6 и V8 в максимально близких условиях. Для сравнения выбраны две модели дизеля КАМАЗ – 8-цилиндровая с увеличенным ходом поршня и шестицилиндровая. Оба дизеля имеют близкий рабочий объем (около 12 литров) и расчеты проводились для режима номинальной мощности при частоте вращения 1900 мин⁻¹ и одинаковом коэффициенте избытка воздуха $\alpha=1,5$. Расчеты выполнялись по известной модели ALV BOOST и разработанной в МАДИ модели расчета 4-тактного дизеля с турбокомпрессором [4]. Использовались экспериментальные характеристики турбокомпрессоров. На дизель Р6 устанавливался один турбокомпрессор с высоким КПД, а на дизель V8 – два турбокомпрессора, имеющих меньшие размеры и меньший КПД. Для получения одинаковых значений α немного корректировались величины минимального проходного сечения турбин.

В таблице 1 для дизелей КАМАЗ с компоновкой Р6 и V8 приводится сравнение эффективной мощности N_e , удельного эффективного расхода топлива g_e , средних величин давления наддувочного воздуха p_k и противодавления перед турбиной p_m , работы газообмена $L_{го}$, КПД турбины η_m и частоты вращения ротора $n_{ром}$

Таблица 1

Сравнение показателей работы дизелей Р6 и V8 КАМАЗ

Дизель	N_e	g_e	p_k	p_m	$L_{го}$	η_m	$n_{ром}$
	кВт	г/кВт.ч	МПа	МПа	Дж	–	мин ⁻¹
Р6	259	187,3	0,167	0,154	89	0,66	79600
V8	236	205,2	0,178	0,176	-450	0,61	75600

Из таблицы 1 видно что у дизеля Р6 по указанным причинам получается ниже работа газообмена, что подтверждается лучшим отношением p_k/p_m , выше КПД турбины, что приводит к получению большей величины N_e на 8% и меньшей величины g_e на 8%.

ВЫВОДЫ

1. Рядный 6-цилиндровый дизель по сравнению с V-образным восьмицилиндровым позволяет упростить компоновку системы наддува и при близких условиях сравнения имеет на номинальном режиме на 8% лучшую мощность и топливную экономичность, что вызвано причинами, перечисленными ниже.
2. У дизеля Р6 по сравнению с дизелем V8 удастся приблизиться к идеальной импульсной системе наддува, когда в период выпуска из всех цилиндров в коллекторе

получается минимальное противодавление отработавших газов. Это снижает работу выталкивания.

3. У дизеля Р6 по сравнению с дизелем V8 получается равномерный характер пульсаций давления газа на входе в турбину с меньшей амплитудой, что снижает потери КПД турбины из-за неравномерного давления перед турбиной
4. У дизеля Р6 используется один турбокомпрессор с высоким КПД по сравнению с дизелем V8, где чаще всего используются два турбокомпрессора меньших размеров с более низким КПД.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Shatrov M. G., Dunin A. U., Dushkin P. V., Yakovenko A. L., Golubkov L. N., Sinyavski V. V.* Influence of pressure oscillations in Common Rail injector on fuel injection rate, *Facta universitatis, Series: Mechanical Engineering*, Vol. 18(4), 2020, pp. 579-593. DOI:10.22190/FUME200611042S.
2. *Shatrov M. G., Sinyavski V. V., Dunin A. Y., Shishlov I. G., Vakulenko, A. V.* Method of conversion of high- and middle-speed diesel engines into gas diesel engines // *Facta Universitatis. Series: Mechanical Engineering*. 2017. Vol. 15. No 3. pp. 383-395.
3. *Sinyavski V. V., Shatrov M. G., Kremnev V. V., Pronchenko G.* Forecasting of a boosted locomotive gas diesel engine parameters with one- and two-stage charging systems, *Reports in Mechanical Engineering*, Vol. 1 (1), 2020, pp. 192-198. DOI: <https://doi.org/10.31181/rme200101192s>.
4. *Sinyavski V. V., Shatrov M. G., Dunin A. Y., Shishlov I. G., Vakulenko A. V.* A zero-dimensional model for internal combustion engine simulation and some modeling results. *Proceedings of the International Conference on Engineering Management of Communication and Technology (EMCTECH)*, Vienna, Austria, 2020, pp. 1-6. DOI: 10.1109/EMCTECH49634.2020.9311546.



ЭФФЕКТ НЕСИММЕТРИЧНОГО РАЗВИТИЯ ФИЛЬТРАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ РЭЛЕЯ-ТЕЙЛОРА В ЖИДКОСТИ С БОЛЬШИМ КонтРАСТОМ Вязкости

Е.Б. Соболева

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

e-mail: soboleva@ipmnet.ru

Изучение течений жидкостей и газов в пористых средах (фильтрационных течений) актуально для решения технических и экологических задач, в частности, для определения условий наиболее эффективного и бережного природопользования. Течения жидкостей с большим контрастом вязкости F_μ ($F_\mu = \mu_1 / \mu_2$, где μ_1 и μ_2 – наибольший и наименьший значения коэффициента вязкости) наблюдаются, например, при вытеснении нефти водой; отношение μ_1 / μ_2 нефти и воды может достигать до 200. Наличие большого контраста вязкости при вытеснении более вязкой жидкости другой жидкостью, имеющей меньшую вязкость, приводит к появлению неустойчивости Саффмана-Тейлора [1], которая деформирует границу раздела жидких сред. Неустойчивость Саффмана-Тейлора возникает и в смешивающихся жидкостях, разделенных диффузионным слоем [2].

Стоит отметить, что недавно обнаружен новый эффект большого контраста вязко-

сти в фильтрационных течениях – вследствие неустойчивости Рэля-Гейлора в жидкой системе при $F_\mu > 20$ развитие естественной конвекции происходит несимметрично вдоль вектора силы тяжести [3]. В численном моделировании, выполненном в [3], нижний слой состоял из однокомпонентной жидкости, верхний слой – из этой же жидкости и растворенной в ней примеси. Добавление примеси приводило к увеличению плотности и вязкости раствора; последняя возрастала в зависимости от концентрации примеси экспоненциально. Получено, что в такой системе преобладающее продвижение конвективных «пальцев» происходит вниз (в направлении силы тяжести). В настоящей работе выполняется численное решение задачи в близкой постановке, однако считается, что вязкость раствора уменьшается с добавлением растворимых веществ, поэтому верхний слой оказывается более плотным, но менее вязким.

Фильтрационное течение и массоперенос описываются в рамках гидродинамической модели, которая включает уравнения неразрывности, Дарси и переноса примеси (уравнение конвекции-диффузии) [4]:

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{u} = -\frac{k}{\mu} (\nabla P - \rho g \mathbf{e}) \quad (2)$$

$$\phi \frac{\partial \rho_c}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho_c = \nabla (\phi D \nabla \rho_c) \quad (3)$$

Здесь \mathbf{u} , P , ρ , ρ_c , k , ϕ , μ , D , g , \mathbf{e} – скорость фильтрации, давление, плотность раствора, плотность растворенной примеси, проницаемость и пористость твердой фазы, коэффициенты вязкости раствора и диффузии примеси, модуль ускорения силы тяжести и единичный вектор, сонаправленный с силой тяжести. Параметры k , ϕ , D считаются постоянными. Плотность раствора ρ линейно зависит от количества растворенной примеси: $\rho = \rho_0 + \alpha \rho_c$, где ρ_0 – плотность чистой воды, $\alpha = 0.82$. Вязкость раствора уменьшается экспоненциально: $\mu = \mu_0 \exp(-\Gamma \rho_c / \rho_{c0})$, Γ – константа ($\Gamma > 0$). Здесь ρ_{c0} – начальная плотность примеси в верхнем слое. Исходно система неподвижна; в нижней половине слоя ($y < 0$ задается $\rho = \rho_0$, в верхней половине ($y > 0$) $\rho = \rho_0 + \alpha \rho_{c0}$, на границе между жидкостями имеются малые флуктуации плотности $\Delta \rho = 10^{-2} \rho_0 (r_i - 0.5)$, так что плотность при $y = 0$ определяется следующим образом: $\rho = \rho_0 + 0.5 \alpha \rho_{c0} + \Delta \rho$. Здесь r_i – ряд случайных чисел из диапазона $[0, 1]$.

Система уравнений (1)-(3) приводится к безразмерному виду и решается численно с помощью конечно-разностного авторского кода, успешно применяющегося в течение ряда лет [5-9]. Расчеты выполнены в двумерной прямоугольной области 6×4 с использованием равномерной пространственной сетки 2400×1600 . Число Рэля-Дарси

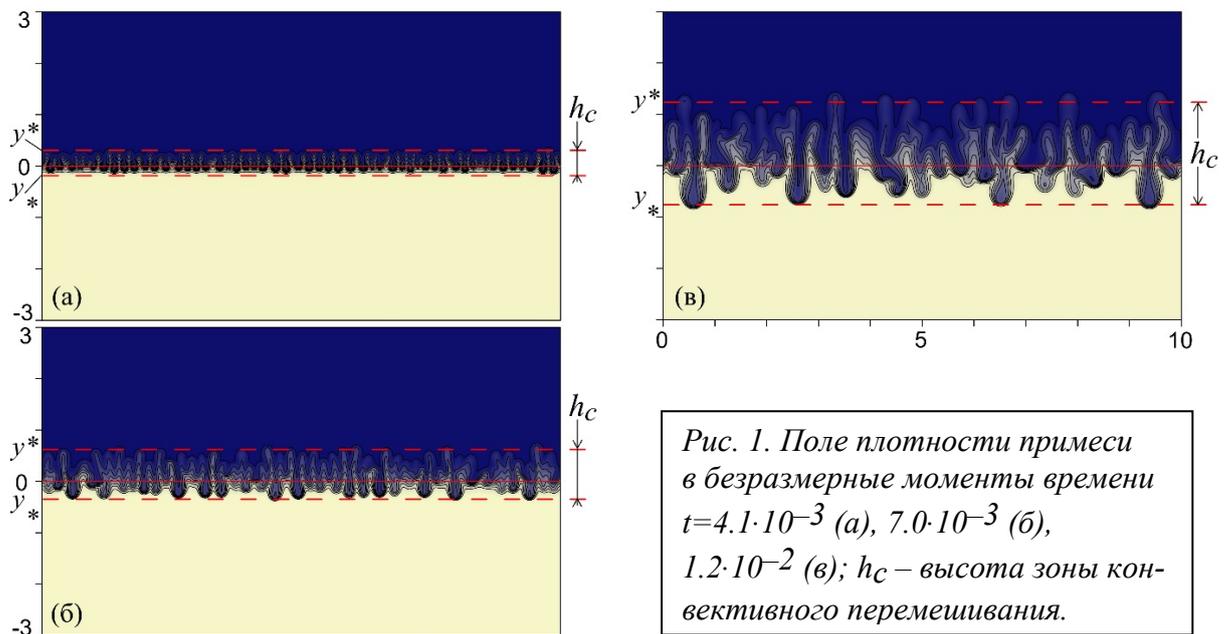
$$\text{Ra} = \frac{\alpha \rho_{c0} g H k}{\phi \mu_0 D} \quad (H \text{ – характерная высота области}) \text{ имеет значение: } \text{Ra} = 10^3. \text{ Использ}$$

зована константа $\Gamma = 3.40$, которая дает контраст вязкости $F_\mu = 30$.

На начальном этапе происходит лишь диффузия примеси из верхнего слоя в нижний. Затем диффузионный слой теряет устойчивость, развивается периодическое конвективное движение, которое со временем перестраивается в стохастическое. На рис. 1 показано поле плотности примеси в различные моменты времени, представлен фраг-

мент расчетной области. Отношение верхней координаты y^* к нижней координате y_* зоны конвективного перемешивания, взятое по модулю, имеет значения: $|y^* / y_*| = 1.35$ (а), 1.74 (б), 1.63 (в). Видно, что происходит преобладающее продвижение конвективных «пальцев» вверх против силы тяжести. Имеется общая закономерность с результатами [3]: более глубоко проникают «пальцы» высоковязкой жидкости в зону жидкости низкой вязкости.

Рассмотрен также случай возрастания вязкости с концентрацией примеси, проанализированы различные зависимости $\mu(\rho_c)$ при больших значениях F_μ . Показано, что, как и в [3], быстрее движутся «пальцы», направленные вниз, а вид функции $\mu(\rho_c)$ существенно влияет на начало и характеристики несимметричного конвективного движения.



БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Автор благодарит Г.Г. Цыпкина за полезные обсуждения. Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (код проекта 21-11-00126).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Homsy G.M.* Viscous fingering in porous media // *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1987. V. 19. P. 271-311.
2. *Manickam O., Homsey G.M.* Fingering instabilities in vertical miscible displacement flows in porous media // *J. Fluid Mech.* 1995. V. 288. P. 75-102.
3. *Sabet N., Hassanzadeh H., Wit A. De, Abedi J.* Scalings of Rayleigh-Taylor instability at large viscosity contrasts in porous media // *Phys. Rev. Lett.* 2021. V. 126. P. 094501.
4. *Bear J., Cheng A.* Modeling Groundwater Flow and Contaminant Transport. New York: Springer. 2010.
5. *Soboleva E.B., Tsyplin G.G.* Numerical simulation of convective flows in a soil during evaporation of water containing a dissolved admixture // *Fluid Dynamics.* 2014. V. 49. No. 5. P. 634-644.
6. *Soboleva E.* Numerical simulation of haline convection in geothermal reservoirs // *Jour-*

- nal of Physics: Conference Series. 2017. V. 891. P. 012105.
7. *Soboleva E.B.* Density-driven convection in an inhomogeneous geothermal reservoir // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2018. V. 127 (part C). P. 784-798.
 8. *Soboleva E.B.* A method for numerical simulation of haline convective flows in porous media applied to geology // Comp. Mathematics and Math. Physics. 2019. T. 59. No. 11. P. 1893-1903.
 9. *Soboleva E.B.* Onset of Rayleigh-Taylor convection in a porous medium // Fluid Dynamics. 2021. V. 56. No. 2. P. 200-210.



О ПРИМЕНЕНИИ ЛАГРАНЖЕВЫХ ВИХРЕВЫХ МЕТОДОВ К РАСЧЕТУ ДВУМЕРНЫХ ТЕЧЕНИЙ

К.С. Сокол, И.К. Марчевский

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Институт системного программирования им. В.П. Иванникова РАН

e-mail: kuz-ksen-serg@yandex.ru

В работе рассмотрены возможности применения чисто лагранжевых вихревых методов вычислительной гидродинамики к моделированию течения вязкой несжимаемой жидкости для различных постановок задач. Рассмотрен метод вязких вихревых доменов, алгоритм которого реализован в авторском программном комплексе VM2D, позволяющем моделировать течения несжимаемой среды вокруг профилей, рассчитывать гидродинамические нагрузки, а также решать сопряженные задачи гидроупругости.

Рассмотрены задачи моделирования обтекания профилей различной формы при различных числах Рейнольдса: задача Блазиуса, обтекание кругового цилиндра при различных числах Рейнольдса, обтекание профиля крыла при числах Рейнольдса 10^4 и 10^5 , обтекание двух близко расположенных круглых цилиндров и обтекание прямоугольных профилей с различным отношением хорды к толщине. Кроме того, рассматривается задача моделирования внутреннего течения в канале с обратным уступом.

Результаты моделирования в модельных задачах позволяют сделать вывод, что метод вязких вихревых доменов может быть эффективно применен для моделирования течений вязкой несжимаемой жидкости для режимов с малыми числами Рейнольдса, когда вклад трехмерных эффектов в потоке незначителен. Также возможно моделирование для более высоких чисел Рейнольдса: численные результаты хорошо согласуются с результатами других исследователей, однако следует учитывать, что двумерная формулировка в этом случае может быть некорректной.

Для хранения и анализа результатов расчетов, которые изначально имеют форму «кадров» (в формате VTK) на разных временных шагах, содержащих информацию о скорости и давлении на пространственной сетке, использован метод POD. Использование POD позволяет значительно уменьшить объем памяти, необходимый для хранения данных. Разумеется, такое сжатие данных сопряжено с некоторыми потерями, и невозможно точно восстановить исходные физические поля, но анализ ошибок показывает, что сохранения 10-20 первых POD-мод (вместо сотен или тысяч исходных кадров) вполне достаточно для того, чтобы обеспечить погрешность около одного процента.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (Проект № 17-79-20445).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гувернюк С.В., Дынникова Г.Я.* Моделирование обтекания колеблющегося профиля методом вязких вихревых доменов // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2007. № 1. С. 3–14.
2. VM2D: Vortex method for 2D flow simulation [Электронный ресурс]. URL: <https://github.com/vortexmethods/VM2D>. (Дата обращения: 01.11.2021).
3. *Lumley J.L.* The Structure of Inhomogeneous Turbulent Flows. In: Yaglom A.M., Tartarsky V.I., Eds., Atmospheric Turbulence and Radio Wave Propagation, 1967. P. 166–177.



ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОНВЕКТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ В СУХОМ И ВЛАЖНОМ ВОЗДУХЕ

С.А. Сомов, А.С. Иванов
ИМСС УрО РАН, Пермь
e-mail: csomov@mail.ru

Современное состояние исследований по данной проблеме.

К 1970-1980 гг конвекция Рэлея-Бенара в замкнутых полостях была хорошо изучена для жидкостей [1] и газов [2], [3]. Неисследованными оставались вопросы, связанные с влиянием геометрии полости на интенсивность конвекции. Ниже приведем некоторые примеры подобных работ.

В работе [4] (2006 год) исследуется конвекция Рэлея-Бенара в воздухе (без учёта его влажности). Эксперимент проводится в прямоугольной ячейке 305x305x914 мм. Одна пара смежных вертикальной и горизонтальной стенок могут нагреваться, а другая пара – охлаждаться. Метод измерений термопарный. Для визуализации конвективных течений внутрь полости запускался дым (метод PIV не применяется). Целью работы заявлено исследование закономерности $Nu = C \cdot Ra^{(0.32)}$. Сделан вывод, что указанная закономерность выполняется, а значение константы C растёт с увеличением средней температуры стенок полости.

Отдельного подробного обсуждения заслуживает цикл экспериментальных работ, выполненных коллективом М. Raoncinì [5]-[9], потому что техника эксперимента (голографическая интерферометрия, термопарный метод), а также применяемая модель установки схожа с тем, что предлагается в нашей работе, а основное отличие [5]-[9] заключается в использовании комнатного (ненасыщенного) воздуха. Второе принципиальное отличие: вертикальный размер полости в работах М. Raoncinì равен 50 мм, что приводит к появлению сложных (минимум двухвальных) конвективных течений, а в нашем эксперименте используется полость высотой 15 мм, что позволяет (в условиях эксперимента) формироваться только базовому ламинарному одновальному течению.

Также изучением свободной конвекции во влажном воздухе продолжительное время занимаются исследователи атмосферы Земли, так как этот процесс играет основную роль в появлении и эволюции облаков, а также в формировании крупномасштабных воздушных течений [10], в том числе тропических циклонов. Значительных результатов в исследовании вопросов, связанных с обтеканием тел в стратифицированных средах, а также течений, индуцированных диффузией, достиг коллектив ИПМех РАН (г. Москва) под руководством проф. Чашечкина (например, [11]-[13]). Эксперимент (теневой шпирен метод), проводимый в ИПМех РАН, дополняется численным моделированием в открытом CFD-пакете OpenFOAM (Я.В. Загуменный), что позволяет

использовать требуемую систему гидродинамических уравнений [13]. Результаты экспериментов и численного моделирования совпадают с высокой точностью, что взаимно подтверждает достоверность и корректность обоих методов исследования.

Проведение эксперимента.

Постановка нашей задачи следующая: исследовать отличительные особенности конвекции сухого и влажного воздуха, вызванных изменением концентрации водяного пара в результате его испарения/конденсации в условиях, приближенных к атмосферным на основе численным оценкам безразмерных газодинамических параметров, характеризующих конвекцию в сухом и влажном воздухе.

Для этого была рассчитана [14], спроектирована и смонтирована экспериментальная установка для исследования конвекции в конвективной ячейке высотой 15 мм с воздухом, который предварительно осушался. В ходе исследования проводилась работа по обработке данных с голографических пластин, часть результатов представлена на рис.1 для разности температур ΔT между холодильником и нагревателем 0, 8, 10 и 16 $^{\circ}\text{C}$, рис.2 при разной средней температуре T_0 и одинаковой ΔT для каждого случая равной 20 $^{\circ}\text{C}$.

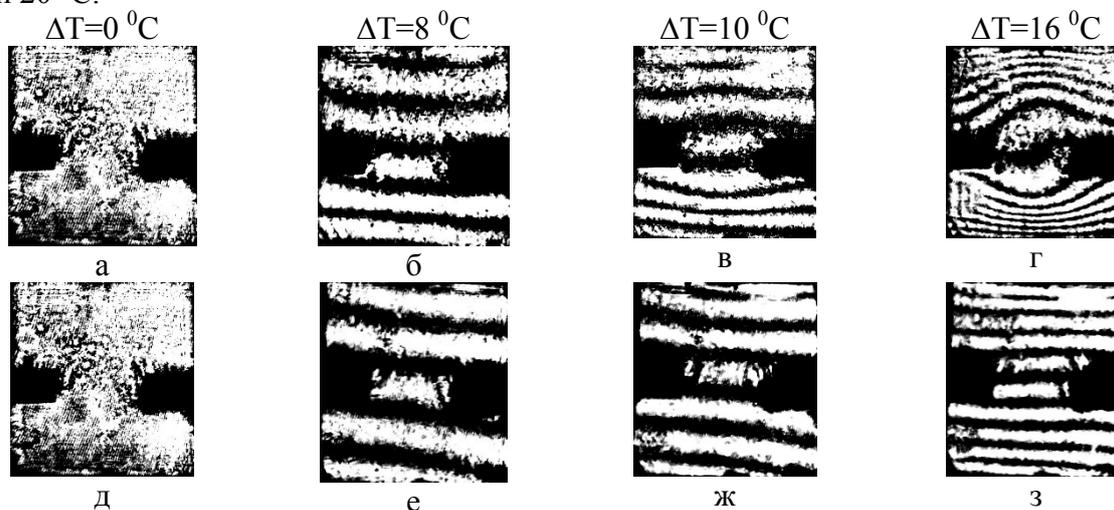


Рис.1. Эволюция конвекции в сухом воздухе для средней температуры 10 $^{\circ}\text{C}$ (а-г) и для 50 $^{\circ}\text{C}$ (д-з) и с разностью температур ΔT между холодильником и нагревателем.

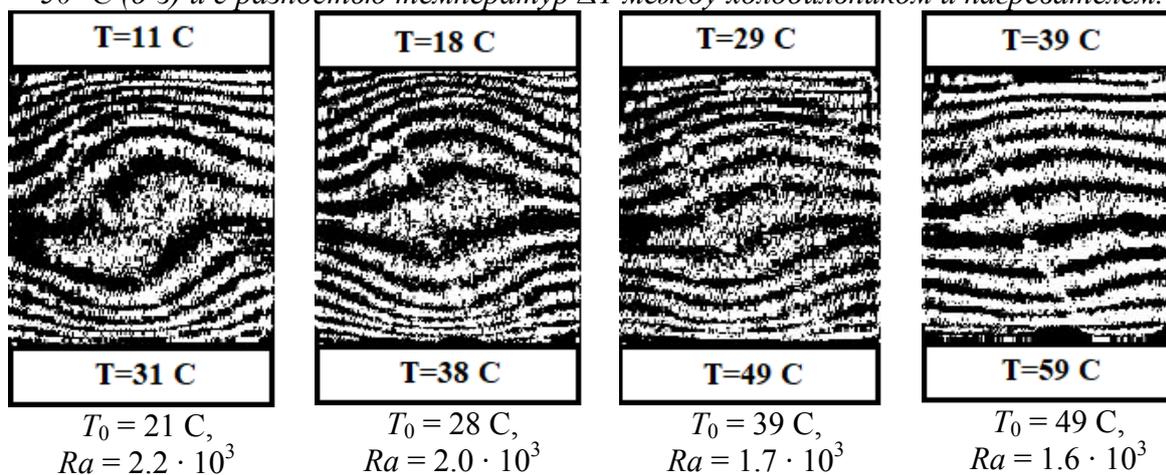


Рис.2. Интерферограммы при разной средней температуре T_0 , ΔT для каждого случая равна 20 $^{\circ}\text{C}$.

Цифровые изображения интерферограмм (рис. 1, 2) дополнительно обрабатываются численно для восстановления поля дифференциального показателя преломления $\Delta n(x, y)$ с использованием системы компьютерной алгебры Mathematica [15]. Само по

себе поле показателя преломления, конечно, не очень информативно, потому что $n = n(T, c)$ является функцией как температуры T , так и концентрации пара c одновременно. Более того, для влажного воздуха невозможно отдельно изучать тепловую конвекцию и концентрационную конвекцию. Наблюдаемое явление представляет собой сложную термоконцентрационную конвекцию, и, к счастью, нет необходимости разделять этот процесс на два, поскольку прямое сравнение экспериментальных измерений для влажного и сухого воздуха может прояснить качественную роль и количественное значение концентрационного числа Рэлея Ra_c и его относительный вес в эффективном числе Рэлея $Ra_E = Ra_T + Ra_c$. Таким образом, $\Delta n(x, y)$ полезно для будущего сравнения с аналогичными данными $\Delta n(x, y)$, полученными при численном моделировании.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости М.: Наука. 1972.
2. *Хауф В., Григуль У.* Оптические методы в теплопередаче. М: Мир. 1973. С. 242.
3. *Зимин В.Д.* Оптические методы исследования прозрачных неоднородностей. Учебное пособие по спецкурсу. Изд. Пермского ун-та. 1976. С. 92.
4. *Wu W., Ewing D., Ching C.Y.* The effect of the top and bottom wall temperatures on the laminar natural convection in an air-filled square cavity // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2006. Vol. 49. Iss. 11–12. p.1999-2008.
5. *Calcagni B., Marsili F., Paroncini M.* Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below // Applied Thermal Engineering. 2005. Vol. 25. Iss. 16. p. 2522-2531.
6. *Corvaro F., Paroncini M.* Experimental analysis of natural convection in square cavities heated from below with 2D-PIV and holographic interferometry techniques // Experimental Thermal and Fluid Science. 2007. Vol. 31. Iss. 7. p. 721-739.
7. *Corvaro F., Paroncini M.* A numerical and experimental analysis on the natural convective heat transfer of a small heating strip located on the floor of a square cavity // Applied Thermal Engineering. Vol. 28. Iss. 1, 2008. p. 25-35.
8. *Corvaro F., Paroncini M.* An experimental study of natural convection in a differentially heated cavity through a 2D-PIV system // International Journal of Heat and Mass Transfer. Vol. 52. Iss. 1–2, 2009. p. 355-365.
9. *Paroncini M., Corvaro F.* Natural convection in a square enclosure with a hot source // International Journal of Thermal Sciences. Vol. 48. Iss. 9. 2009. p. 1683-1695
10. *Мамвеев Л.Т.* Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. Л.:Гидрометеиздат. 1984.
11. *Chashechkin Yu.D., Zagumennyi Ia. V.* Features of Flows past a Horizontal Plate in Stratified and Homogeneous Media // WSEAS Transactions on Fluid Mechanics. 2017. 12(4). p. 33-42.
12. *Chashechkin Yu.D., Zagumennyi Ia. V.* Visualization of stratified flows around a vertical plate: laboratory experiment and numerical simulation // International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements. 2020. 8(2):148-161
13. *Chashechkin Yu. D.* Differential fluid mechanics – harmonization of analytical, numerical and laboratory models of flows. // Mathematical Modeling and Optimization of Complex Structures. Editors: Neittaanmaki Pekka, Repin Sergey, Tuovinen Tero (Eds.). Springer Series “Computational Methods in Applied Sciences” V. 40. 1st ed. 2016. XXI. 328 p. 136 illus., 84 illus. in color. P. 61-91.
14. *Somov S. A., Ivanov A. S.* Experimental Setup for Studying Thermosolutal Convection in Moist Air // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2019. DOI:10.1088/1757-899X/581/1/012016

15. *Somov S. A., Ivanov A. S., Goncharov M. M., Kondrashov A. N.* Experimental study of thermal convection in dry air by holographic interferometry method // J. Phys.: Conf. Ser. 2021



ЧИСЛЕННЫЕ И АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРОВИХРЕВЫХ ТЕЧЕНИЙ МЕЖДУ ДВУМЯ ПЛОСКОСТЯМИ ПРИ БОЛЬШИХ ВЕЛИЧИНАХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

А.П.Степанова¹, А.А.Таранюк¹, Е.А.Михайлов^{1,2}

¹*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова», Москва, e-mail: nastasya_stepanova@mail.ru*

²*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН», Москва, e-mail: ea.mikhajlov@physics.msu.ru*

Одним из самых важных примеров электровихревых течений являются течения между двумя плоскостями. Уравнение Навье – Стокса после перехода к скалярной функции тока приводит к нелинейному уравнению четвертого порядка. В прошлом с помощью методов теории возмущений были построены первое и второе приближения. В настоящей работе представлено третье приближение которое позволяет оценить поведение жидкого металла при больших величинах тока.

В настоящее время электровихревые течения представляют большой интерес для изучения, поскольку играют важную роль в приложениях, связанных, в частности, с задачами электрометаллургии. Они возникают тогда, когда ток переменной плотности распространяется в хорошо проводящей среде. Типичным примером подобной среды является жидкий металл [1, 2].

В данной работе изучается электровихревое течение между двумя плоскостями, играющими роль электродов одинаковой полярности. Ток в таком случае распространяется к бесконечно удаленному электроду. Примерная схема течения показана на рис. 1.

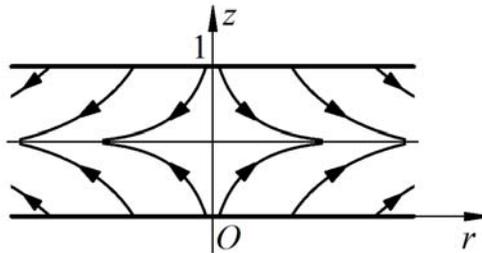


Рис. 1. Схема распространения тока между двумя плоскостями.

УРАВНЕНИЕ ЭЛЕКТРОВИХРЕВОГО ТЕЧЕНИЯ

Если мы рассмотрим стационарную задачу представим скалярную функцию тока в виде $\psi(r, z) = r^2 F(z)$ (класс фон Кармана), то уравнение Навье – Стокса запишется в виде:

$$F \frac{d^3 F}{dz^3} = \frac{d^4 F}{dz^4} + S \left(z - \frac{1}{2} \right). \quad (1)$$

Данное уравнение записано в безразмерных единицах, где каждая из величин измеряется в своих характерных значениях, а S – параметр электровихревого течения, пропорциональный квадрату магнитного числа Рейнольдса. Граничные условия для функции F в таком случае сведутся к виду:

$$F(0) = F(1) = F'(0) = F'(1) = 0.$$

Данная задача решалась нами как с помощью асимптотических методов, так и численно.

ПОСТРОЕНИЕ ТРЕТЬЕГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

Решение задачи мы будем искать в виде разложения по степеням параметра электровихревого течения S :

$$F(z) = S^1 F_1(z) + \dots + S^n F_n(z) + \dots$$

где $F_1(z), \dots, F_n(z), \dots$ – последующие приближения решения. Каждое следующее приближение $F_{m+1}(z)$, может быть построено с помощью предшествующих функций $F_1(z), \dots, F_m(z)$.

Ранее [3, 4] были построены первое и второе приближение, которые обеспечивают приемлемую точность для значений параметра S , не превышающих величин порядка 10^3 . Для больших значений данных параметров (и значительных токов) удобно рассмотреть уравнение для третьего приближения:

$$\frac{d^4 F_3}{dz^4} = F_1(z) \frac{d^3}{dz^3} F_2(z) + F_2(z) \frac{d^3}{dz^3} F_1(z). \quad (2)$$

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ

Для проверки полученного решения, состоящего из первых трёх слагаемых, и определения его области применимости, исходное дифференциальное уравнение также решалось нами численно. Из вычислительных соображений удобно ввести вспомогательную функцию (отметим, что она с точностью до множителя имеет смысл завихренности):

$$W = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2}.$$

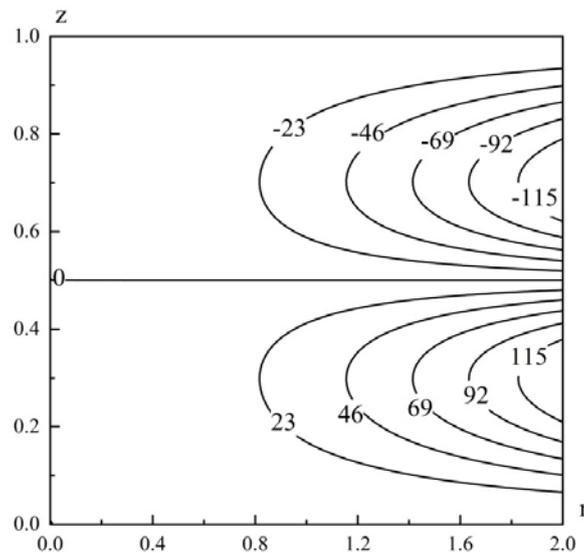


Рис. 2. Функция тока при $S=10^6$.

В таком случае уравнение (1) сведется к виду:

$$\frac{d^2W}{dz^2} - F \frac{dW}{dz} + S \left(z - \frac{1}{2} \right) = 0.$$

Его возможно решать с помощью метода счета на установление с учетом так называемых условий Тома:

$$F \Big|_{z=0} = F \Big|_{z=1} = W \Big|_{z=0} - \frac{2}{h^2} F \Big|_{z=h} = W \Big|_{z=1} - \frac{2}{h^2} F \Big|_{z=1-h} = 0.$$

Результат решения задачи для больших значений тока показан на рис. 2. Данные результаты в целом соответствуют тому, что было получено при решении уравнения (2)

ВЫВОДЫ

Мы построили численное и асимптотическое решения для электровихревых течений, соответствующее большим значениям токов. Показано, что в данном случае необходим учет третьего приближения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бояревич В.В., Фрейберг Я.Ж., Шилова Е.И., Щербинин Э.В.* Электровихревые течения. Рига: Зинатне, 1985.
2. *Ивочкин, Ю.П., Тепляков, И.О., Гусева, А.А., Токарев, Ю.Н.* Численное и экспериментальное исследование структуры закрученного электровихревого течения // Тепловые процессы в технике, 2012. №8. С.345 – 352.
3. *Михайлов, Е.А., Чудновский, А.Ю.* Асимптотическое разложение решения уравнения для медленного осесимметричного электровихревого течения между двумя плоскостями // Сибирский журнал индустриальной математики, 2020. Т.23. С.88 – 100.
4. *Михайлов, Е.А., Чудновский, А.Ю.* Решение задачи об электровихревом течении между двумя плоскостями при различной величине тока // 11-ая международная конференция – школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах». Сб. матер. школы. М.: «ИСПО-принт», 2020. С.120 – 123.



ПЛОСКИЕ ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ МАЛОЙ АМПЛИТУДЫ В ПОЛИДИСПЕРСНОЙ ГАЗОПЫЛЕВОЙ СРЕДЕ С ПЛАВУЧИМИ ЧАСТИЦАМИ: АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ И ЧИСЛЕННОЕ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЕ

*О.П. Стояновская, М.С. Арендаренко, В.В. Григорьев, Е.А. Исаенко, В.В. Лисица,
Т.В. Маркелова, Т.А. Савватеева
Институт гидродинамики им. М.А.Лаврентьева СО РАН,
Новосибирский государственный университет, Новосибирск
e-mail: o.p.sklyar@gmail.com*

Рассмотрена задача о распространении плоских звуковых волн малой амплитуды в среде из несущего изотермического газа и твердых частиц различного размера, сформулированная на основе многожидкостной макроскопической модели среды. В модели дисперсная фаза представляет собой N фракций монодисперсных частиц, для описания динамики каждой фракции используются уравнения сплошной среды, в которой отсутствует собственное давление. Фракции обмениваются импульсами с несущим газом, но

не между собой. На всю смесь действует общее давление, определяемое движением молекул газа, пылевые частицы считаются плавучими.

Аналитическое решение задачи получено с использованием метода Фурье и дисперсионного анализа. В общем случае при произвольном значении времени релаксации решение находится численно с помощью разработанного и опубликованного кода. В частных случаях (бесконечно малого времени скоростной релаксации или релаксионного равновесия и бесконечно большого времени скоростной релаксации или замороженного равновесия) определена эффективная скорость звука в газопылевой среде и с ее помощью получены простые аналитические представления решения задачи [1].

Для монодисперсной смеси численное решение получено с использованием сеточного метода и лагранжева метода гидродинамика сглаженных частиц (Smoothed Particle Hydrodynamics, SPH) [2]. Представлено дисперсионное соотношение для метода SPH.

Работа выполнена за счет средств Российского научного фонда (код проекта 19-71-10026).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Маркелова Т.В., Арендаренко М.С., Исаенко Е.А., Стояновская О.П.* Плоские звуковые волны малой амплитуды в газопылевой среде с полидисперсными частицами // ПМТФ. 2021. Т.62, №4. С. 158-168.
2. *Stoyanovskaya O.P., Grigoryev V.V., Savvateeva T.A., Arendarenko M.S., Isaenko E.A., Markelova T.V.* Multi-fluid dynamical model of isothermal gas and buoyant dispersed particles: monodisperse mixture, reference solution of DustyWave problem as test for CFD-solvers, effective sound speed for high and low mutual drag // International Journal of Multiphase Flow, submitted



НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ГАЗА И АЭРОЗОЛЯ В ЗАКРЫТОЙ ТРУБЕ СО СКАЧКОМ СЕЧЕНИЯ ВБЛИЗИ РЕЗОНАНСА

Л.А. Ткаченко

ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия

e-mail: luda_tkachenko@inbox.ru

Технологические процессы из самых разных отраслей связаны с нелинейными колебаниями среды. При этом под воздействием акустических волн в ограниченных средах возникают не только периодические колебания, но и различные вторичные явления, которые имеют определяющее влияние на динамику среды [1]. Для интенсификации нелинейных колебаний может быть использована система, содержащая трубу переменного сечения, например, с конусным или резким переходниками [2, 3]. Колебания газа в закрытой однородной трубе в безударном и переходном режимах вблизи первой собственной частоты теоретически исследованы в [4, 5], с использованием методов и преобразований из [6]. Интенсивное воздействие волнового поля позволяет решать актуальную задачу акустической коагуляции и осаждения аэрозолей [7]. Ранее проведенные коллективом эксперименты в таких режимах показали, что происходит ускоренное осаждение аэрозоля на резонансной частоте [8, 9]. В данной работе исследуются нелинейные колебания газа, а также осаждение аэрозоля в закрытой трубе со скачком сечения вблизи первой собственной частоты.

Исследования проводились на экспериментальной установке, изготовленной на базе виброгенератора ES-1-150 (Dongling Vibration). Труба состояла из двух секций: нижней – длиной $h = 0.038$ м, диаметром $2R_1 = 0.1$ м и верхней – длиной $L_0 = 1.05$ м, диаметром $2R_0 = 0.036$ м. Поршень совершал колебания в цилиндре, соединенном с нижней секцией трубы. Данная конструкционная особенность позволяла интенсифицировать колебания среды, по сравнению с однородной трубой при тех же условиях. Управление колебаниями осуществлялись при помощи специального программного обеспечения, установленного на компьютер, посредством пьезоэлектрического акселерометра и контроллера. Давление среды измерялось пьезоэлектрическим датчиком 8530C-15 (Briel & Kjaer) у нижнего конца верхней секции трубы. Сигнал с датчика снимался цифровым осциллографом DSO 3062A (Agilent Technologies). В качестве рабочей жидкости использовался аэрозоль DEHS с размером капель 0.863 мкм, который создавался аэрозольным генератором АТМ 225 (ТОPAS). Для исследования осаждения аэрозоля применялся лазер, свет с которого падал перпендикулярно стенке на датчик цифрового люксметра АТТ-1505 (Актаком).

Для аналитического описания вынужденных колебаний газа в трубе воспользуемся уравнениями неразрывности, Навье–Стокса и изменения энтропии [6], которые решаются энергетическим методом [7]

$$\langle \dot{E}_p \rangle = \langle \dot{E}_w \rangle + \langle \dot{E}_n \rangle \quad (1)$$

где $\langle \dot{E}_p \rangle$ – осредненная за период колебаний энергия, которая вводится поршнем в единицу времени; $\langle \dot{E}_w \rangle$, $\langle \dot{E}_n \rangle$ – скорости диссипации энергии за счет пристеночных и нелинейных потерь, соответственно. Вычисления дают

$$\langle \dot{E}_w \rangle = \rho_0 c_0^3 h_0^2 b, \quad b = 1,982 \frac{\pi}{R \sqrt{\rho_0 \omega / \mu}} \left(1 + \frac{\kappa - 1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right), \quad (2)$$

$$\langle \dot{E}_n \rangle = \rho_0 c_0^3 h_0^3 d, \quad d = 2(\kappa + 1) \left\{ \frac{1}{3} \cos^3 \Delta_0 + \left(\frac{2r}{\pi} \right)^2 (1 - \varepsilon^{1/2}) \cos \Delta_0 \right\}, \quad (3)$$

соответственно для пилообразной волны энергия, вводимая поршнем, составляет 3/4 от полной энергии и равна

$$\langle \dot{E}_p \rangle = \rho_0 c_0^3 h_0 \varepsilon a, \quad a = \frac{3}{4} \frac{\kappa + 1}{2} \left(\cos \Delta_0 + \frac{\cos 3\Delta_0}{3} \right), \quad (4)$$

где h_0 – искомая функция, ω – циклическая частота, Pr – число Прандтля, κ – показатель адиабаты, ρ_0 – плотность, c_0 – скорость звука, μ – коэффициент динамической вязкости, $\Delta_0 = \arcsin r$, ε – параметр, который характеризует амплитуду колебаний газа, r – безразмерная частота в расчетах используются приведенные длина трубы и амплитуда смещения поршня $L = L_0 + m^2 (L_1 + l_0)$, $l = m^2 l_0$, $m = R_1 / R_0$.

Расчет размаха колебаний давления газа выполним энергетическим методом [7]. Подставив уравнения (2) – (4) в (1) придем к выражению

$$h_0^2 + m h_0 - n \varepsilon = 0, \quad (5)$$

где $m = b/d$, $n = a/d$. Решение уравнения (5) относительно h_0 дает безразмерную амплитуду колебания давления

$$\Delta p = 2\rho_0 c_0^2 h_0. \quad (6)$$

Из записанных осциллограмм определено, что форма волны давления газа на всех исследуемых амплитудах и частотах возбуждения сохраняет непрерывный вид и экспериментальная резонансная частота 128 Гц совпадает с расчетной. Результаты теоретических расчетов (6) хорошо согласуются с экспериментальными данными при колебаниях на амплитудах l_0 менее $0.25 \cdot 10^{-3}$ м. При этом полученные значения в 1.5 раз больше, чем для однородной трубы такого же радиуса [8].

Числовая концентрация капель аэрозоля монотонно уменьшается со временем. При отсутствии колебаний характерное время осаждения аэрозоля равно 600 с. При колебаниях на частоте равной резонансной этот процесс завершается за 50 секунд. Это связано с тем, что в условиях настоящих экспериментов в резонансе возникает два торoidalных вихря в верхней и нижней половинах трубы, которые вовлекают капли аэрозоля в движение, приводя к их сиянию и ускоренному осаждению на стенках трубы. В однородной трубе [8] процесс осаждения происходит в 2.5 раза медленнее.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-11-20070).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ганиев Р.Ф., Украинский Л.Е.* Нелинейная волновая механика и технологии. Волновые и колебательные явления в основе высоких технологий. – М.: Ин-т комп. иссл.; НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2011. – 780 с.
2. *Zaripov R.G., Ilgamov M.A.* Nonlinear gas oscillations in a pipe // *J. Sound and Vibr.* 1976. V.46, No.2. P.245–257.
3. *Min Q.* Generation of extremely nonlinear standing-wave field using loudspeaker-driven dissonant tube // *JASA.* 2018. V. 143. P. 1472–1476.
4. *Медников Е.П.* Акустическая коагуляция и осаждение аэрозолей. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 263 с.
5. *Галиуллин Р.Г., Зарипов Р.Г., Галиуллина Э.Р., Давыдов Р.И.* Резонансные колебания газа в закрытой трубе в области перехода к ударным волнам // *ИФЖ.* 2000. Т. 73, № 2. С. 27–32.
6. *Ткаченко Л.А., Зарипов Р.Г.* Нелинейные колебания газа в закрытой трубе в безударно-волновом режиме // *Изв. вузов. Авиаци. техн.* 2013. №1. С. 28–32.
7. *Keller J.* Resonant oscillations in closed tubes: the solution of Chester's equation // *J. Fluid Mech.* 1976. V. 77, № 2. P. 279–304.
8. *Губайдуллин Д.А., Зарипов Р.Г., Ткаченко Л.А.* Экспериментальное исследование коагуляции и осаждения аэрозоля в закрытой трубе в безударно-волновом режиме // *ТВТ.* 2012. Т.50, №4. С.603–605.
9. *Губайдуллин Д.А., Зарипов Р.Г., Ткаченко Л.А., Шайдуллин Л.Р.* Экспериментальное исследование коагуляции и осаждения газовзвеси в закрытой трубе при переходе к ударно-волновому режиму // *ТВТ.* 2017. Т. 55, № 3. С.484–486.



ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ КОАГУЛИРУЮЩЕГО АЭРОЗОЛЯ В РЕЗОНАТОРЕ ДЛЯ ДВУХМЕРНОЙ ПОСТАНОВКИ

Д.А. Тукмаков

Федеральный исследовательский центр Казанский научный центр российской академии наук, Казань

e-nail: tukmakovda@imm.knc.ru

Многие природные явления и технические процессы связаны с движением сплошных сред, являющихся неоднородными по своим механическим и физико-химическим свойствам [1-13]. Движение несущей среды описывается системой уравнений Навье-Стокса [8,9] для сжимаемого теплопроводного газа с учетом межфазного силового взаимодействия и теплообмена:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla^i (\rho_i \mathbf{V}_i) = 0, \quad (i=1, \dots, n) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_1 V_1^k}{\partial t} + \nabla^i (\rho_1 V_1^k V_1^i + \delta_{ik} p - \tau_{ik}) = - \sum_{j=2}^m F_{jk} + \sum_{j=2}^m \alpha_j \nabla^k p, \quad (i, k=1, 2), \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho_j V_j^k}{\partial t} + \nabla^i (\rho_j V_j^i V_j^k) = F_{jk} - \alpha_j \nabla^k p, \quad (j=2, \dots, n, i, k=1, 2), \quad (3)$$

$$\frac{\partial (e_1)}{\partial t} + \nabla^i (V_1^i (e_1 + p - \tau_{ii}) - V_1^k \tau_{ki} - \lambda \nabla^i T) = - \sum_{j=2}^n Q_j - \sum_{j=2}^n |F_{jk}| (V_1^k - V_j^k) + \left(\sum_{j=2}^n \alpha_j \right) \nabla^k (p V_1^k) \quad (4)$$

$$\frac{\partial (e_j)}{\partial t} + \nabla^k (e_j V_j^k) = Q_j, \quad (j = 2, \dots, n, k = 1, 2), \quad (5)$$

$$p = (\gamma - 1)(e_1 - \rho_1(u_1^2 + v_1^2)/2), \quad e_1 = \rho_1 I + \rho_1(u_1^2 + v_1^2)/2, \quad \rho_i = \alpha_i \rho_{i0}, \quad e_i = \rho_i C_{pi} T_i$$

Здесь $\mathbf{V}_i = [u_i, v_i]$ – вектор скорости компонент смеси, τ_{ij} – тензор вязких напряжений несущей компоненты:

$$\tau_{11} = \mu \left(2 \frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{22} = \mu \left(2 \frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{12} = \mu \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right), \quad D = \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y}.$$

Уравнение (1) описывает непрерывность плотности несущей среды и средней плотности фракций дисперсной фазы ($i > 1$). Уравнения (2) и (3) описывают законы сохранения компонент вектора импульса несущей среды и фракций дисперсной фазы соответственно. Уравнения (4) и (5) описывают законы сохранения полной энергии газа и тепловой энергии фракций дисперсной фазы.

Сила межфазного взаимодействия включает в себя силу аэродинамического сопротивления, силу Архимеда и силу присоединенных масс [1]. Здесь p , ρ_1 , u_1 , v_1 – давление, плотность, декартовы составляющие скорости несущей среды в направлении осей x и y соответственно; T_1 , e_1 – температура и полная энергия газа; α_i , ρ_i , T_i , C_{pi} , e_i , u_i , v_i – объемное содержание фракции дисперсной фазы, средняя плотность, физическая плотность, температура, теплоемкость, внутренняя энергия, декартовы составляющие скорости фракций дисперсной фазы, F_{jk} – составляющие вектора силового взаимодействия фракций дисперсной фазы и несущей среды, $k=1, 2$; Q_j – тепловой поток между j -ой фракцией дисперсной фазы и несущей средой, $j=2 \dots n$, [1,2]:

$$F_{xi} = \frac{3}{4} \frac{\alpha_i}{(2r_i)} C_{di} \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_i)^2 + (v_1 - v_i)^2} (u_1 - u_i) + \alpha_i \rho_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \right)$$

$$\begin{aligned}
& +0.5\alpha_i\rho_1\left(\frac{\partial u_1}{\partial t}+u_1\frac{\partial u_1}{\partial x}+v_1\frac{\partial u_1}{\partial y}-\frac{\partial u_i}{\partial t}-u_i\frac{\partial u_i}{\partial x}-v_i\frac{\partial u_i}{\partial y}\right), \\
F_{yi} & =\frac{3}{4}\frac{\alpha_i}{(2r_i)}C_d\rho_1\sqrt{(u_1-u_i)^2+(v_1-v_i)^2}(v_1-v_i)+\alpha_i\rho_1\left(\frac{\partial v_1}{\partial t}+u_1\frac{\partial v_1}{\partial x}+v_1\frac{\partial v_1}{\partial y}\right) \\
& +0.5\alpha_i\rho_1\left(\frac{\partial v_1}{\partial t}+u_1\frac{\partial v_1}{\partial x}+v_1\frac{\partial v_1}{\partial y}-\frac{\partial v_i}{\partial t}-u_i\frac{\partial v_i}{\partial x}-v_i\frac{\partial v_i}{\partial y}\right), \\
C_{di} & =\frac{24}{Re_{i1}}+\frac{4}{Re_{i1}^{0.5}}+0.4, \quad M_{i1}=\left|\bar{V}_1-\bar{V}_i\right|/c, \\
Re_{i1} & =\rho_1\left|\bar{V}_1-\bar{V}_i\right|2r_i/\mu, \quad Pr=C_p\mu/\lambda, \quad Q_i=3\alpha_i\alpha_i^T(T_1-T_i)/r_i, \quad i=2,..n
\end{aligned}$$

Одним из важных параметров динамики многофазных сред является объёмное содержание дисперсной фазы, отношение объема компоненты смеси к общему объёму смеси- $\alpha_i=V_i/V$, при этом физическая плотность материала дисперсной фазы представляется неизменной. Для описания процесса коагуляции частиц использовалась математическая модель столкновительной коагуляции [4]:

$$\frac{dm_i}{dt}=\sum_{j=1}^{i-1}k_{ij}N_jm_j, \quad \frac{dN_i}{dt}=-N_i\sum_{j=i+1}^nk_{ij}N_j, \quad (6)$$

В уравнении (6) m_i и N_i – масса и концентрация частиц i -ой фракции,

$$\alpha_i=\frac{4}{3}\pi N_i r_i^3, \quad \theta_j=\arctg(v_j/u_j), \quad k_{ij}=\frac{\pi}{4}(d_i+d_j)^2\left[u_i\cos(\theta_j)+v_i\sin(\theta_j)-\sqrt{u_j^2+v_j^2}\right],$$

Изменение составляющих скорости i -ой фракции дисперсной фазы определяется следующими уравнениями:

$$\frac{du_i}{dt}=\frac{1}{m_i}\sum_{j=1}^{i-1}k_{ij}(u_j-u_i)m_jN_j, \quad \frac{dv_i}{dt}=\frac{1}{m_i}\sum_{j=1}^{i-1}k_{ij}(v_j-v_i)m_jN_j, \quad \frac{d}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}+u_i\frac{\partial}{\partial x}+v_i\frac{\partial}{\partial y},$$

Температура частиц i -ой фракции после поглощения более мелких частиц находится из уравнения:

$$T_i^*=\frac{1}{C_i m_i^*}\left(\sum_{j=1}^{i-1}k_{ij}N_j C_j m_j T_j+C_i m_i T_i\right).$$

Наличие в газок капельном потоке процессов коагуляции характеризуется безразмерным параметром числом Вебера- рассматривается число Вебера $We_i=2\rho_1 r_i\left|\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_i\right|^2/\sigma$, где σ -коэффициент поверхностного натяжения жидкости из которой сформированы капли аэрозоля, ρ_1 - плотность несущей среды. В моделируемых процессах относительные числа Вебера для фракций дисперсной фазы имеют значение меньше критического $We_{кр}\approx 10$. Для составляющих скорости компонент смеси задавались однородные граничные условия Дирихле. Для остальных функций динамики многофазной смеси задавались однородные граничные условия Неймана. Система уравнений динамики многофазной среды (1)-(5) решалась двухэтапным явным конечно разностным методом Мак-Кормака, позволяющим получать решения второго порядка точности [14].

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 19-01-00442, а также за счет гранта президента РФ № МК-297.2020.1

ЛИТЕРАТУРА

1. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. Ч.1 Наука, 1987. 464с.
2. *Кутушев А.Г.* Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра. 2003. 284 с.
3. *Федоров А.В., Фомин В.М., Хмель Т.А.* Волновые процессы в газозвесах частиц металлов/2015. Новосибирск. 301 с.
4. *Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П., Худяков В.А.* Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания: справочник в 5-ти томах. Т. 1 Методы расчета. Москва: Изд-во ВИНТИ, 1971 267 с.
5. *Покусаев Б.Г., Таиров Э.А., Таирова Е.В., Некрасов Д.А., Васильев С.А.* Исследование равновесной скорости звука парожидкостной среды с зернистым слоем с учетом теплофизических свойств засыпки Известия Московского государственного технического университета МАМИ. 2012. Т. 4. № 2. С. 47-55.
6. *Тонконог В.Г., Коченков А.Г., Кусюмов С.А.* Кавитационный парогенератор для опреснительной установки//Труды Академэнерго. 2011. № 2. С. 33-39.
7. *Лян И. П., Пановко Г.Я.* Моделирование динамики сыпучей среды на вибрирующей шероховатой поверхности с помощью метода крупных частиц // Машиностроение и инженерное образование, 2018, №3, С.39-47.
8. *Тукмаков А.Л.* Зависимость механизма дрейфа твердой частицы в нелинейном волновом поле от ее постоянной времени и длительности прохождения волновых фронтов// Прикладная механика и техническая физика. 2011. Т. 52. № 4. С. 106-115.
9. *Тукмаков А.Л., Баянов Р.И., Тукмаков Д.А.* Течение полидисперсной газозвеси в канале, сопровождающееся коагуляцией в нелинейном волновом поле //Теплофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22. № 3. С. 319-325.
10. *Тукмаков Д.А.* Численное моделирование движения и отражения ударных волн высокой интенсивности в неоднородной среде// Физика и техника высоких давлений, 2019, №4, С. 18-26.
11. *Тукмакова Н.А., Тукмаков Д.А.* Методика приведения к канонической форме уравнений в частных производных применительно к описанию нестационарного процесса в двухфазной смеси// Ученые записки Орловского государственного университета, 2020, №2, С.245-247.
12. *Тукмаков Д.А.* Математическое моделирование взаимодействия ударной волны с электрически заряженной запылённой средой//Многофазные системы. 2020. Т. 15. № 1-2. С. 101.
13. *Тукмаков Д.А.* Численная модель течения аэрозоля, обусловленного взаимодействием частиц и газа// Сложные системы, 2021, №1, С. 64-71.
14. *Флетчер К.* Вычислительные методы в динамике жидкостей В 2-х томах, Т.2, Москва: Мир, 1991, 552 с.



**ЭФФЕКТЫ КОНЦЕНТРАЦИИ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ
В КАНАЛАХ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ**

С.Ф. Урманчеев

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, г. Уфа

e-mail: said52@mail.ru

Течение дисперсных систем таких, как суспензии или эмульсии может сопровождаться спонтанным изменением расхода. Этот феномен представляет собой проблему,

интерес к которой может быть вызван созданием новых технологий в химической промышленности, энергетике, нефтегазовой отрасли, медико-биологических исследованиях. Обычно в этих случаях речь идёт о многократном снижении объёма протекающей смеси или её компонентов за счёт изменения гидравлического сопротивления канала. Многолетние исследования этого явления способствовали пониманию ряда аспектов его возникновения, но представлений о характере процесса, необходимых для решения прикладных задач, достичь, пока не удалось. Из достаточно обширного перечня публикаций выделим несколько работ, в которых отмечены основные черты описываемого явления. Работа [1] связана с исследованием процесса блокировки течения, связанным с образованием арочной структуры, состоящей из твёрдых частиц, в зоне резкого уменьшения сечения. Следует отметить, что авторам удалось обнаружить значение числа Рейнольдса, при котором блокировка не происходит. Блокировка не обязательно может быть связана с сужением канала. В прямолинейных микротрубках также могут сформироваться структуры, приблизительно напоминающие арочные [2]. В рассмотренных статьях авторы имели дело с течением суспензий, однако при течении сыпучих сред образование арочных структур наблюдалось и гораздо в более ранних работах. Здесь важно подчеркнуть, что при течении дисперсных систем образование свода из совокупности частиц является следствием трения между ними.

При течении водонефтяных эмульсий также был обнаружен эффект блокировки потока [3]. Однако в этом случае картина формирования структуры оказалась значительно более сложной, а процесс течения полностью не прекращался, из-за чего авторы предложили для явления термин «динамическое запираение». Особенности течения здесь обусловлены сжимаемостью частиц дисперсной фазы. При достижении некоторого критического значения сжимающей силы капли эмульсии коалесцировали и, далее, имели возможность просачиваться через капилляр.

Представленная работа посвящена теоретическому исследованию ламинарного течения дисперсной системы в каналах переменным сечением, в частности, при равномерно сужающемся и со скачкообразным изменением сечения. Математическая модель течения двухфазного потока основана на уравнениях механики многофазных сред с учётом сил межфазного взаимодействия [4] и трения частиц при контакте по закону Кулона-Мора. Таким образом в математическую модель течения жидкости, содержащей дисперсные частицы, были внесены условия, позволяющие учесть образование скоплений частиц в областях, в которых проявляется скоростная неравновесность фаз, например, при искривлении линий тока дисперсионной фазы.

С другой стороны, была рассмотрена возможность слипания частиц. При этом обеспечение возможности сближения частиц до расстояний действия сил, способствующих коагуляции, осуществлено за счёт введения малых конечных возмущений скорости движущихся частиц. Данный механизм позволил получить структуры, состоящие из дисперсных частиц даже в случае канала с прямолинейными стенками. Причём формирование этих структур происходило так же, как и в случае сужающихся каналов, в виде арочных сводов.

Для учёта сил, вызывающих сжатие капель эмульсии, были использованы результаты работы [5].

Аналогичные явления, связанные с изменением расхода жидкости, были отмечены при течении термовязких жидкостей [6]. Однако вместо областей с высокой концентрацией частиц дисперсной фазы, сопротивление потоку жидкости оказывали области с высокой вязкостью, образующиеся в соответствии с характером зависимости вязкости от температуры на локализованном участке с интенсивным теплообменом.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Госзадания 2019-2022 № 0246-2019-0052

ЛИТЕРАТУРА

1. *Poesio P., Ooms G., Ten Cate A., Hunt J.C.R.* Interaction and collisions between particles in a linear shear flow near a wall at low Reynolds number // *Journal of Fluid Mechanics*. 2006. Vol.555. P. 113-130.
2. *Sharp K.V., Adrian R.J.* On flow-blocking particle structures in microtubes // *Microfluidics and Nanofluidics*. 2005. No.1. P. 376-380.
3. *Ахметов А.Т., Саметов С.П.* Особенности течения дисперсии из микрокапель воды в микроканалах// *Письма ЖТФ*. 2010. Том 36, вып.22. С. 21-28.
4. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. Ч.1. – М.: Наука. 1987. – 464 с
5. *Воробьев Н.А., Валиев А.А., Ахметов А.Т., Урманчиев С.Ф.* Распределение физических параметров высококонцентрированной эмульсии при установившемся течении в канале переменного сечения // *Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова*. 2016. Т.11, №2. С. 278-283.
6. *Kireev V.N., Nizamova A.D., Urmancheev S.F.* The hydraulic resistance of thermoviscous liquid flow in a plane channel with a variable cross-section // *Journal of Physics: Conference Series*, 2019. Volume 1158, Issue 3, No. 032014



**КОНВЕКТИВНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ДВУХСЛОЙНОЙ СИСТЕМЫ
РЕАГИРУЮЩИХ ЖИДКОСТЕЙ В УСЛОВИЯХ РАВНОМЕРНОГО
ВРАЩЕНИЯ**

В.Ю. Уточкин, Д.А. Браун, Р.Р. Сираев

*Пермский Национальный Исследовательский Политехнический Университет, Пермь
e-mail: vladimir.utochkin.97@mail.ru*

В последние десятилетия все более актуальной становится проблема взаимосвязи между химическими реакциями и конвективным движением в жидкой среде. Это связано как с важностью расчета усредненных характеристик конвекции для приложений химической промышленности, так и с необходимостью развития исследовательского аппарата синергетики – науки, занимающейся вопросами спонтанного усложнения динамики физических систем. В условиях протекания реакции концентрации компонентов смеси с течением времени изменяются, соответственно чему меняется и распределение плотности. Данный механизм служит источником конвективной неустойчивости в многокомпонентной жидкости. В зависимости от физико-химических свойств системы в ней могут возникнуть как совершенно новые типы хемоконвективных движений, так и классические неустойчивости.

Задачи реакции-диффузии представляют собой отдельную область исследований с многочисленными публикациями даже вне контекста механического движения. При этом кинетика реакций, изучаемых в рамках такого подхода, является весьма разнообразной. В связи с этим в исследованиях влияния реакций на движение жидкости обычно рассматриваются наиболее простые реакции с хорошо изученной кинетикой. Реакция нейтрализации кислоты основанием вида $A + B \rightarrow C$ является идеальным кандидатом на эту роль. Несмотря на то, что это реакция второго порядка с нелинейным поведением, ее кинетика достаточно проста, что обеспечивает указанной реакционной схе-

ме большую популярность.

В работе [1] приведена классификация ключевых неустойчивостей, которые могут возникнуть в условиях протекания реакции нейтрализации между двумя смешиваемыми растворами. Авторам удалось найти решение уравнений реакции-диффузии в асимптотике большого времени и описать множество сценариев развития неустойчивости в зависимости от скоростей диффузии растворов, их плотностей и начальных концентраций. В последние несколько лет [2-5] было показано, что классификация [1] нуждается в дополнении по крайней мере еще двумя уникальными режимами. Один из режимов представляет собой квазипериодическую последовательность вихрей, которые развиваются в формируемой процессами реакции-диффузии потенциальной яме [2]. Другой сценарий характеризуется чрезвычайно быстрым движением скачка плотности в направлении инерционного поля, вслед за которым развивается интенсивная конвекция в спутном потоке [3].

Работы [2-5] были ориентированы на исследование развития неустойчивости в статическом поле силы тяжести. Влияние же пространственно-неоднородного инерционного поля на хемоконвекцию до сих пор остается неизученным. В настоящей работе указанные сценарии исследуются для случая реагирующих растворов во вращающейся ячейке Хеле-Шоу (рис. 1). В рассматриваемых условиях сила Кориолиса считается пренебрежимо малой, поэтому воздействие вращения на неоднородную по плотности среду осуществляется только за счет центробежной силы. В данном случае инерционное поле меняется с расстоянием от оси вращения и контролируется величиной угловой скорости, что приводит к увеличению числа степеней свободы и количества управляющих параметров системы по сравнению со случаем статической гравитации.

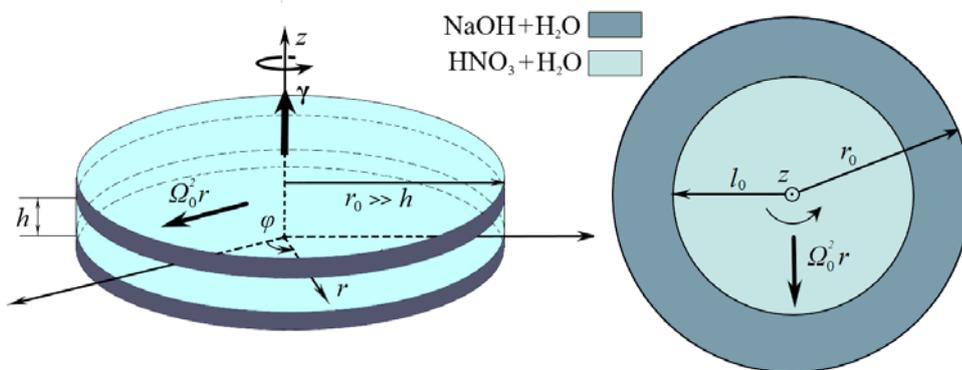


Рис. 1. Схематическое изображение ячейки Хеле-Шоу

Основные нелинейные режимы конвекции изучаются численно. Начальная конфигурация представляет собой два коаксиальных слоя смешиваемых водных растворов азотной кислоты HNO_3 и гидроксида натрия NaOH , разделенных тонкой диффузионной границей. Приведение жидкостей в контакт в начальный момент времени инициирует реакцию нейтрализации второго порядка с образованием соли NaNO_3 на фронте. В работе демонстрируются изменения в поведении системы в зависимости от скорости вращения, расположения начальной контактной поверхности между растворами и начальных концентраций. Показано, что в зависимости от начальных концентраций растворов в системе могут осуществиться различные режимы неустойчивости. Зависимость коэффициентов диффузии компонентов смеси от их концентрации приводит к возникновению потенциальной ямы в профиле плотности. Под действием инерционного поля в ней может развиваться конвективное движение в виде периодической последовательности хемоконвективных ячеек (рис. 2).

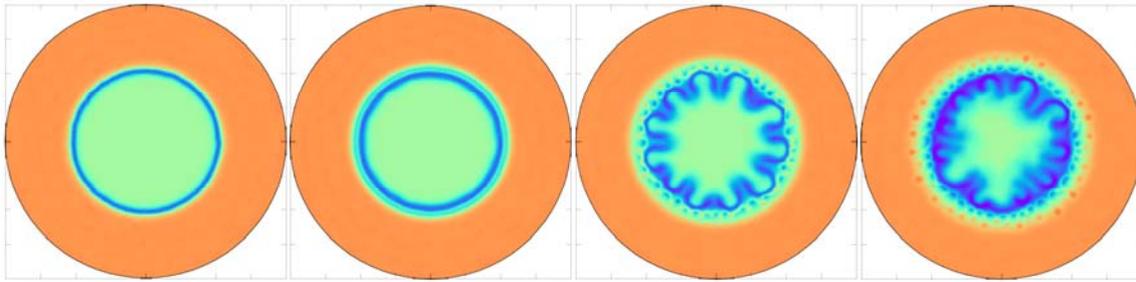


Рис. 2. Распределение плотности в последовательные моменты времени. Демонстрируется формирование системы конвективных ячеек в потенциальной яме.

При достаточном удалении поверхности начального контакта растворов от оси вращения примыкающая к оси область жидкости становится неустойчивой. Развивающееся в данной области движение носит название неустойчивости диффузионного слоя. Свойственное данной неустойчивости крупномасштабное вихревое движение формирует радиальные направления для доставки кислоты из центра к фронту реакции, что оказывает модулирующее воздействие на систему ячеек. Периодичность структуры в потенциальной яме может нарушаться как с ростом угловой скорости, так и с удаленностью поверхности изначального контакта растворов от оси вращения.

При изменении начальных концентраций режим ячейистой конвекции сменяется волной плотности, быстро распространяющейся к периферии ячейки Хеле-Шоу (рис. 3).

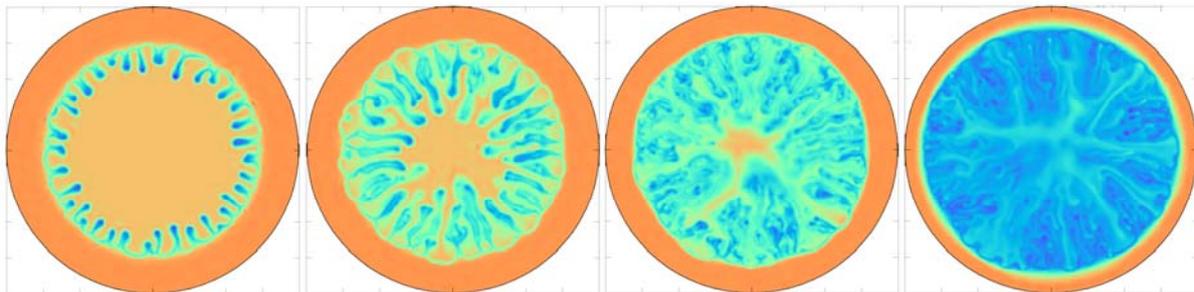


Рис. 3. Распределение плотности в последовательные моменты времени. Демонстрируется распространение скачка плотности к периферии ячейки Хеле-Шоу.

Аналогично предыдущему случаю, концентрации растворов задаются с целью обеспечения устойчивости системы к возмущениям Рэлея-Тейлора в начале эволюции. Однако для режима интенсивной конвекции необходимо, чтобы плотность раствора кислоты превышала плотность реакционной зоны. В этом случае реакционный фронт всплывает к оси вращения, индуцируя вокруг себя вторичные вихри и усиливая конвекцию, что приводит к перемешиванию во всей области за потенциальным барьером. В поперечном сечении поле плотности имеет вид ступенчатой функции с резким падением в области реакционного фронта. За счет интенсивного вихревого движения в области с пониженной плотностью данный скачок очень быстро распространяется в направлении инерционного поля, что позволяет провести аналогию с ударной волной. Структура течения позади скачка неоднородна: в центральном слое появляется разветвленная система каналов, которые осуществляют доставку кислоты к фронту реакции. В работе показано, что скорость распространения волнового фронта растет с увеличением перегрузки. Границы существования указанных режимов в зависимости от параметра вращения и расстояния до оси найдены с помощью прямого численного моделирования.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 19-11-00133).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Trevelyan P.M.J., Almarcha C., De Wit A.* Buoyancy-driven in-stabilities around miscible $A+B \rightarrow C$ reaction fronts: a general classification // *Phys. Rev. E.* 2015. Vol. 91. No. 2. 023001.
2. *Bratsun D., Kostarev K., Mizev A., Mosheva E.* Concentration-dependent diffusion instability in reactive miscible fluids // *Phys. Rev. E.* 2015. Vol. 92. No. 1. 011003(R).
3. *Bratsun D., Mizev A., Mosheva E., Kostarev K.* Shock-wave-like structures induced by an exothermic neutralization reaction in miscible fluids // *Phys. Rev. E.* 2017. Vol. 96. No. 5. 05310
4. *Mizev A., Mosheva E., Bratsun D.* Extended classification of the buoyancy-driven flows induced by a neutralization reaction in miscible fluids. Part 1. Experimental study // *J. Fluid Mech.* 2021. Vol. 916. A22.
5. *Bratsun D., Mizev A., Mosheva E.,* Extended classification of the buoyancy-driven flows induced by a neutralization reaction in miscible fluids. Part 2. Theoretical study // *J. Fluid Mech.* 2021. Vol. 916. A23.



ВОЛНОВАЯ ДИНАМИКА ПОКРЫТОЙ ОБОЛОЧКОЙ КАПЛИ В ВЯЗКОУПРУГОЙ ЖИДКОСТИ

Ю.В. Федоров

*Институт механики и машиностроения ФИЦ КазНЦ РАН, Казань
e-mail: kopperfildd@ya.ru*

В последнее время большой интерес представляет изучение эмульсий с фазовым сдвигом (PCE), обладающих следующей особенностью. Под действием ультразвука внутри капля жидкости образуются пузырьки пара или газа. Этот процесс известен как акустическое испарение каплей (ADV) [1]. Использование данных эмульсий имеет огромный потенциал в биомедицине [2, 3], поскольку, в отличие от обычных газовых микропузырьков, капли жидкости могут быть достаточно маленькими и долгоживущими, и могут спокойно протекать через тонкие капилляры. К примеру, при использовании эхографической визуализации капли жидкости, протекающие через сосудистую систему опухолей, могут испаряться и использоваться в качестве контрастных веществ для получения изображения внутренней структуры опухоли [4, 5]. Помимо использования в диагностике, эмульсии PCE также хорошо зарекомендовали себя в эмболотерапии [1]. Образующиеся при испарении каплей жидкости пузырьки пара приобретают такое объемное расширение, что могут препятствовать питанию кровеносных сосудов и повреждать опухолевые клетки голоданием [6, 7]. Эмульсии с фазовым сдвигом (PCE), как правило, изготавливают из каплей перфторуглерода (PFC), заключенных в альбуминовую оболочку [8] для того, чтобы предотвратить их быстрое растворение в сосудистой системе. Выбор данного вещества PFC связан с низкой температурой кипения, ниже, чем температура человеческого тела [9]. Однако, из-за оболочки каплей и поверхностного натяжения давление внутри включения больше, чем давление насыщающего пара. Следовательно, эмульсии с фазовым сдвигом остаются метастабильными при физиологической температуре и не могут самопроизвольно испаряться. Для испарения таких каплей нужна дополнительная акустическая энергия. Рассмотрению тепломассообмена капли жидкости внутри которой находится пузырек пара посвящены, в

частности, работы [10, 11], а в работе [12] произведен дополнительный учет упругой оболочки включения.

РЕЗУЛЬТАТЫ

В настоящей работе получено модифицированное уравнение Релея-Плессета, учитывающее радиальные колебания покрытой вязкоупругой оболочкой сферической капли жидкости, в центре которой находится парогазовый пузырек, и находящейся во внешней вязкоупругой жидкости. Уравнение радиальных колебаний получено следующим образом. Записаны уравнения неразрывности и импульса в сферической системе координат с учетом тензора напряжений и при наличии центральной симметрии. Уравнение импульса проинтегрировано от значения радиуса парогазового пузырька до бесконечности. В этом случае интервал интегрирования распадается на три интервала. Первый интервал интегрирования соответствует параметрам внутреннего слоя жидкой фазы, второй – параметрам вязкоупругой оболочки, третий – параметрам несущей жидкости. Задаются тензоры напряжений для внутреннего и внешнего слоя жидкости, а также для вязкоупругой оболочки. Вязкоупругость несущей жидкости и оболочки учитывается на основе линейной реологической модели Зенера, в частных случаях которой, имеют место модели Кельвина-Фойгта и Максвелла. Ставятся граничные условия между движущимися слоями включения с учетом сил поверхностного натяжения и процесса фазовых превращений. После необходимых математических преобразований находится уравнение радиальных колебаний включения. Таким образом, на основе полученного модифицированного уравнения Релея-Плессета проведен расчет радиальных колебаний сложного включения. Численное решение уравнения получено методом Рунге-Кутты 5 порядка с автоматическим выбором шага. Указано влияние фазовых превращений, параметров вязкоупругой оболочки, внутреннего и внешнего слоя жидкости, различных реологических моделей (Кельвина-Фойгта, Максвелла, Зенера) на динамику включения. Для случая пульсаций чистого пузырька пара перфторуглерода (PFC) дано сравнение теории с имеющимися в литературе экспериментальными данными. Более подробно с выводом уравнения радиальных колебаний включения при отсутствии фазовых превращений можно ознакомиться в работах [13-15].

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 21-71-00025).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kripfgans O.D., Fowlkes J.B., Miller D.L., Eldevik O.P., Carson P.L.* Acoustic droplet vaporization for therapeutic and diagnostic applications // *Ultrasound Med. Biol.* 2000. V. 26. P. 1177-1189.
2. *Sheeran P.S., Dayton P.A.* Phase-change contrast agents for imaging and therapy // *Curr. Pharm. Des.* 2012. V. 18. P. 2152-2165.
3. *Lin C.J., Pitt W.G.* Acoustic droplet vaporization in biology and medicine // *BioMed. Res. Int.* 2013. P. 404361.
4. *Kawabata K., Yoshizawa A., Asami R., Azuma T., Yoshikawa H., Watanabe H., Sasaki K., Hirata K., Umemura S.* Site-specific contrast imaging with locally induced microbubbles from liquid precursors // *IEEE Ultrasonics Symposium.* 2006. P. 517-520.
5. *Matsuura N., Williams R., Gorelikov I., Chaudhuri J., Rowlands J., Hynynen K., Foster S., Burns P., Reznik N.* Nanoparticle loaded perfluorocarbon droplets for imaging and therapy // *IEEE Ultrasonics Symposium.* 2009. P. 5-8.
6. *Kripfgans O.D., Fowlkes J.B., Woydt M., Eldevik O.P., Carson P.L.* In vivo droplet vaporization for occlusion therapy and phase aberration correction // *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr.* 2002. V. 49. P. 726-738.

7. *Kripfgans O.D., Orifici C., Carson P., Ives K., Eldevik O., Fowlkes J.* Acoustic droplet vaporization for temporal and spatial control of tissue occlusion: A kidney study // *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr.* 2005. V. 52. P. 1101-1110.
8. *Rapoport N.* Phase-shift, stimuli-responsive perfluorocarbon nanodroplets for drug delivery to cancer // *WIREs Nanomed. Nanobiotechnol.* 2012. V. 4. P. 492-510.
9. *Sheeran P.S., Luo S.H., Mullin L.B., Matsunaga T.O., Dayton P.A.* Design of ultrasonically-activatable nanoparticles using low boiling point perfluorocarbons // *Biomaterials.* 2012. V. 33. P. 3262-3269.
10. *Doinikov A.A., Sheeran P.S., Bouakaz A., Dayton P.A.* Vaporization dynamics of volatile perfluorocarbon droplets: A theoretical model and in vitro validation // *Med. Phys.* 2014. V. 41. P. 102901.
11. *Park S., Son G.* Numerical investigation of acoustic vaporization threshold of microdroplets // *Ultrasonics Sonochemistry.* 2021. V. 71. P. 105361.
12. *Lacour T., Guedra M., Brasier T., Coulouvrat F.* A model for acoustic vaporization dynamics of a bubble/droplet system encapsulated within a hyperelastic shell // *J. Acoust. Soc. Am.* 2018. V. 143. P. 23-37.
13. *Gubaidullin D.A., Gubaidullina D.D., Fedorov Yu.V.* The influence of heat transfer on the acoustics of a liquid with encapsulated bubbles // *Lobachevski Journal of Mathematics.* 2020. V. 41. №. 7. P. 1202-1205.
14. *Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В.* Волновая динамика покрытых оболочкой включений в вязкоупругой среде // *ПМТФ.* 2020. Т. 61. № 4. С. 22-30.
15. *Gubaidullin D. A., Fedorov Yu. V.* Acoustics of a viscoelastic medium with encapsulated bubbles // *Journal of Hydrodynamics.* 2021. V. 33. №. 1. P. 55-62.



ТЕМПЕРАТУРНОЕ И КОНЦЕНТРАЦИОННОЕ РАССЛОЕНИЯ ЖИДКОСТИ, ВЫЗВАННЫЕ КОНВЕКТИВНЫМИ ТЕЧЕНИЯМИ

А.И. Федюшкин

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

e-mail: fai@ipmnet.ru

Для ряда процессов с конвективным перемешиванием жидкостей важным аспектом является возникновение температурного или концентрационного расслоения в объёме жидкости. Для разных приложений такое расслоение может иметь, как позитивное, так и негативное значения. Такие процессы тепломассообмена могут иметь место, как в земных условиях, так и в условиях микрогравитации [1], например, это задачи хранения жидкого ракетного топлива в баках; процессы получения однородных материалов из расплавов и растворов; очистка воздуха в помещениях от загрязнений, задымлений, а также от мелкодисперсных жидких включений, зараженных вирусами, в частности, от COVID-19.

В данной работе приводятся результаты численного моделирования конвективных течений и обсуждаются нелинейные особенности тепломассопереноса, приводящие к температурному и концентрационному расслоению. Представленные в данной работе результаты получены на основе численных решений полных уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска. В работе также представлены сравнения численных и экспериментальных данных.

Одним из примеров проявления нелинейности ламинарных течений является не-монотонная закономерность зависимости температурного или концентрационного рас-

слоения от интенсивности перемешивания жидкости или газа, то есть существование максимума неоднородности в зависимости от интенсивности движения жидкости (от безразмерных параметров, характеризующих интенсивность перемешивания для той или иной задачи) [2, 3]. Данный эффект проявился в космическом эксперименте МА-150, выполненного по программе «Союз-Аполлон», при кристаллизации германия, в котором радиальная неоднородность легирующей примеси была в несколько раз больше, чем в аналогичном образце, полученном в земном эксперименте [5].

Ранее проведенные эксперименты на Земле и в космосе по программе EURECA (1992,1993гг.) по кристаллизации фосфатов кальция из растворов показали, что размер кристаллов гидроксиапатита, выращенных в условиях невесомости, в десять - сто раз больше, чем у их земных аналогов [6]. Результаты численного моделирования кристаллизации фосфатов кальция в термостате показали возможные конвективные механизмы переноса компонент реакции на Земле и в условиях микрогравитации [7].

При горизонтальной кристаллизации полупроводниковых материалов в ампуле или в лодочке также важно распределение примеси поперёк слитка. В данной работе для задачи о конвекции в горизонтальном слое при подогреве сбоку для разных чисел Рэлея и Прандтля показано перераспределение начальной горизонтальной температурной неоднородности в распределение температуры с образованием температурного расслоения по вертикали слоя с устойчивой стратификацией, а также показано образование стационарных противотоков, направленных навстречу основному течению [8-10].

Для улучшения температурной и концентрационной однородности в жидкости необходимо управлять конвективным теплообменом. Одним из способов управления конвективным теплообменом может быть применение вибрационного воздействия на жидкость. В данной работе приводятся результаты моделирования конвективного теплообмена при вибрационном воздействии на жидкость для разных гравитационных условий. Показано влияние управляемых вибраций на теплообмен, направление конвективного течения и на толщины пограничных слоев в расплаве при выращивании монокристаллов [11-15].

Конвективное течение и распределение температуры (концентрации) имеют взаимное влияние, которое при определённых параметрах может проявляться по-разному и с разной степенью. Например, в условиях невесомости в двухслойной системе «газ-жидкость» распределение температуры может влиять не только на структуру термокапиллярного конвективного течения, но и перераспределять расположение жидкой и газовой фаз. В работе [16] численно решена задача о метастабильном положении границы раздела двухслойной системы «вода-воздух» при подогреве сбоку при наличии термокапиллярной конвекции и влиянии силы тяжести на положение границы раздела. При боковом нагреве двухслойной системы «воздух-вода» в объеме со свободными стенками, граница раздела за счет термокапиллярной конвекции может поворачиваться на 90° и принимать устойчивое (энергетически выгодное) положение, параллельное нагреваемой стенке (изотермам). Гравитационная конвекция (даже при наличии термокапиллярной конвекции) обладает стабилизирующим фактором для горизонтального положения свободной границы.

Анализ результатов рассмотренных задач, говорит о том, что нелинейные особенности ламинарных течений жидкостей могут оказывать существенное влияние на температурное и концентрационное расслоение даже при медленных течениях жидкости и величина расслоения может иметь немонотонный характер в зависимости от интенсивности конвективного течения.

Работа выполнена по теме гос. задания № АААА-А17-117021310375-7 и при поддержке гранта РФФИ 20-04-60128.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Полежаев В.И.* Гидромеханика и процессы тепломассообмена в условиях микрогравитации: история, этапы развития и современные направления фундаментальных и прикладных исследований. Препринт ИПМех РАН № 779, Москва, 2005. 62с.
2. *Полежаев В.И., Белло М.С., Врезуб Н.А., Дубовик К.Г., Лебедев А.П., Никитин С.А., Павловский Д.С., Федюшкин А.И.* Конвективные процессы в невесомости. -М., Наука, 1991. 240 с.
3. *Полежаев В.И., Федюшкин А.И.* Гидродинамические эффекты концентрационного расслоения в замкнутых объемах. Механика жидкости и газа. 1980. № 3. С. 11 – 18.
4. *Федюшкин А.И., Пунтус А.А.* Нелинейные особенности ламинарных течений жидкости на Земле и в невесомости. Труды МАИ 102, 1-20, 2018.
5. *Земсков В. С., Титков А. Н, Белокурова И. Н., Шульпина И. Л., Сафаров В. И., Кутловый П. И.* Особенности распределении кремния и сурьмы в кристаллах твёрдых растворов германий – кремний – сурьма, полученных в в эксперименте «Универсальная печь» по программе «Союз – Аполлон» // Физика и химия обработки материалов. 1977. - № 5. С. 135 - 139.
6. *Lundager Madsen H.E., Christensson F., Chernov A.A., Polyak L.E., Suvorova E.I.* Crystallization of Calcium Phosphate in Microgravity // Adv.Space Res. 1995. V. 16. P. 65-68.
7. *Федюшкин А. И.* Влияние конвекции на кристаллизацию фосфата кальция в термостате в земных и космических условиях // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2020. № 4. С. 35–46.
8. *Кирдяшкин А.Г., Полежаев В.И. Федюшкин А.И.* Тепловая конвекция в горизонтальном слое при боковом подводе тепла. // ПМТФ, 1983, № 6. С. 122-128.
9. *Кирдяшкин А. Г., Полежаев В. И., Федюшкин А. И.* Тепловая конвекция в горизонтальном слое при боковом подводе тепла. В кн.: «Гидроаэромеханика и космические исследования». - М.: Наука, 1985. -С. 170-187.
10. *Федюшкин А. И.* Влияние чисел Рэлея, Прандтля и граничных условий на конвективные течения жидкости в горизонтальных слоях // Математическое моделирование и численные методы. 2020. № 1. С. 28–44.
11. *Fedyushkin A.I.* Heat and mass transfer during crystal growing by the Czochralski method with a submerged vibrator. 2019. Journal of Physics: Conference Series, IOP Publishing (Bristol, UK, England), V. 1359, P. 012054 DOI: 10.1088/1742-6596/1359/1/012054.
12. *Fedyushkin A. I., Burago N. G., Puntus A. A.* Convective heat and mass transfer modeling under crystal growth by vertical Bridgman method // Journal of Physics: Conference Series. 2020. Vol. 1479. P. 012029. DOI: 10.1088/1742-6596/1479/1/012029.
13. *Федюшкин А. И.* Влияния управляемых вибраций на гидродинамику и теплоперенос при росте кристаллов методом зонной плавки // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: сборник трудов Международной научной конференции, Воронеж, 11-13 ноября 2019 г. Научно-исследовательские публикации Воронеж, 2020. С. 1141–1148.
14. *Федюшкин А. И.* Влияние вибраций на пограничные слои в задачах свободной и вынужденной конвекции // Материалы XIII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАГ'2020), 6–13 сентября 2020г., Алушта. - М.: Издательство МАИ. 2020. С. 594–596.
15. *Fedyushkin, A. I.* Numerical simulation of gas-liquid flows and boiling under effect of vibrations and gravity. J. Phys.: Conf. Ser. 1479 012094. – 2020. DOI:10.1088/1742-6596/1479/1/012094.

16. *Fedyushkin A. I.* The effect of convection on the position of the free liquid surface under zero and terrestrial gravity // *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. Vol. 1675. P. 012039. DOI: 10.1088/1742-6596/1675/1/012039.
17. *Федюшкин А. И.* Метастабильная неустойчивость положения свободной поверхности жидкости в условиях невесомости // *Волны и вихри в сложных средах: 11-ая международная конференция - школа молодых ученых, 1-3 декабря 2020 г., Москва: Сборник материалов школы. –М: ООО «ИСПО-принт», 2020. С. 186–189.*



ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКТИВНЫХ ПОТОКОВ ВОЗДУХА В БОЛЬШИХ ПРОМЫШЛЕННЫХ ЗДАНИЯХ ДЛЯ АНАЛИЗА И ОПТИМИЗАЦИИ ЕСТЕСТВЕННОЙ ВЕНТИЛЯЦИИ В НИХ

А.И. Федюшкин

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

e-mail: fai@ipmnet.ru

Для поддержания необходимых санитарных температурных условий и удаления загрязненного воздуха во всех современных производственных помещениях используются системы вентиляции. Естественнo-конвективная вентиляция является наиболее экономичной и эффективной, особенно в случаях, когда температура внутри вентилируемого здания гораздо выше, чем снаружи корпуса. Такие условия часто существуют в производственных помещениях с большими тепловыделяющими установками, находящимися внутри здания, например, в литейных цехах, в корпусах электролиза алюминия и выращивания кристаллов, в котельных и в других. Для выполнения экологических норм и создания комфортных условий при работе людей в таких производственных корпусах часто возникает потребность в увеличении эффективности естественнo-конвективной вентиляции, не прибегая к принудительной вентиляции, то есть без дополнительных энергозатрат. Важнейшими факторами для эффективной естественной вентиляции промышленных зданий являются геометрия, форма и конструкция аэрационных фонарей. В данной работе представлены и проанализированы результаты математического моделирования, полученные на основе решения уравнений Рейнольдса для турбулентного течения воздуха. Анализ результатов численного моделирования вентиляции промышленных зданий с различными, наиболее часто используемыми, аэрационными фонарями [1, 2] показал, возможность проведения оценки эффективности естественнo-конвективной вентиляции промышленного корпуса и выбора оптимального типа аэрационного фонаря для существующего корпуса или при проектировании нового здания.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. В здании электролиза вследствие большого тепловыделения от электролизеров доминирующим конвективным течением воздуха будет подъемно-опускное движение с выходом воздуха через аэрационный фонарь и подсосом свежего воздуха снизу через специальные отверстия. Структура основного конвективного течения воздуха в корпусе цеха электролиза алюминия имеет периодический характер по длине корпуса с периодом равным расстоянию между электролизерами. Поэтому в трехмерной математической модели в качестве расчетной области взят не весь корпус, а только часть корпуса с одним или двумя электролизерами и с периодическими граничными условиями для искомых функций на фронтальных и

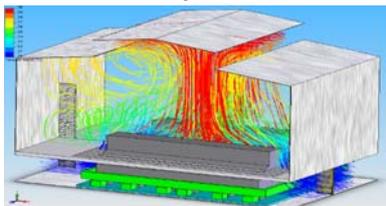


Рис. 1. 3D модель корпуса электролиза с фонарем «ВАМИ»

тыльных плоскостях, как показано на рис. 1. В двумерных (2D) моделях расчетная область представляла вертикальное поперечное сечение корпуса, проходящее через середину электролизера. В данной работе рассмотрено более десяти моделей аэрационных фонарей (и их модификаций), известных производителей, таких как «ВАМИ», «COLT», «Тюльпан», широко используемых для естественной вентиляции промышленных зданий [1, 2]. Предполагалось, что вне корпуса в зоне аэрационных фонарей внешний поток ветра отсутствует. Геометрия двумерной базовой математической модели была следующей: это здание шириной 27м, высотой корпуса от 19 до 24м (в зависимости от типа аэрационного фонаря), высота расчетной области 33м, крыша двухскатная с наклоном 1 : 6. В 3D модели размер вдоль корпуса были равны 7.5м (с одним электролизером) и 15м (с двумя электролизерами), а ширина и высота были такими же, как и в 2D моделях. 3D расчеты конвективного теплопереноса от нагретого электролизера (с тепловыделением $0 < q < 720 \text{ кВт}$) позволили определить диапазон массового расхода воздуха $0 < M < 10 \text{ кг/с}$, поступающего в здание. В двумерной базовой модели электролизер учитывался заданием постоянного потока воздуха ($M = 1, 3, 5, 7$ и 10 кг/с на квадратный метр, эквивалентным потоку от нагретого электролизера), равномерно вдуваемыми снизу. Расчетные сетки для разных геометрий фонарей были, как равномерными, так и неравномерными - адаптивными по геометрии здания и фонаря и динамическими по градиенту скорости и имели размер от 0.5млн до 1.2млн ячеек.

Математическая модель. Течение сжимаемого воздуха в производственном корпусе электролиза моделировалось на основе численного решения RANS-уравнений Навье-Стокса и неразрывности с $k-\omega$ SST моделью турбулентности с использованием различных пристеночных функций. Выбор пристеночных функций проводился на основе анализа результатов тестовых расчетов задачи [5]. Для граничных условий предполагалось, что все твердые стенки адиабатические с условиями прилипания и непротекания. На приточных отверстиях в стенах корпуса ставились условия заданного полного давления, равного атмосферному. На выходных отверстиях вентиляционного фонаря задавалось фиксированное статическое атмосферное давление. Вентиляция рассматривалась для летних условий в отсутствии ветра. Температура втекающего в корпус воздуха задавалась равной 20.5°C . Использовались следующие граничные условия для параметров втекающего турбулентности потока воздуха: степень турбулизации $T_u = 5\%$, масштаб турбулентности $T_l = 0.07 * H_{\text{корпуса}} = 1.61 \text{ м}$ (где $H_{\text{корпуса}}$ – высота здания). Источником естественной вентиляции является тепловыделение на стенках электролизеров, равное 390 и 702 кВт (два варианта). Напольные решетки в математической модели трактовались как полностью открытое для протока воздуха пространство. Детали используемых разных математических моделей турбулентности и результаты их тестирования на задаче [5] были представлены в работах [3, 4]. Лучшее согласие с экспериментальными данными [5] было получено при использовании $k-\omega$ SST модели. В данной работе рассчитаны коэффициенты пропускной эффективности для моделей аэрационных фонарей «ВАМИ», «COLT» и «Тюльпан» [1, 2].

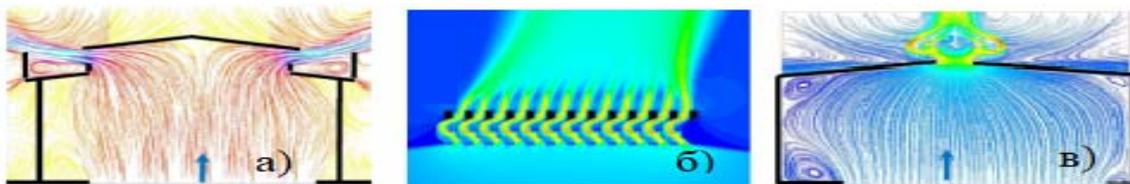


Рис. 2. Структуры течений воздуха для некоторых вариантов фонарей: а) «ВАМИ», б) фонарь «COLT» (увеличенная область), в) фонарь «Тюльпан»

В качестве критерия вентиляционной эффективности аэрационного фонаря выбран безразмерный коэффициент истечения C_D (discharge factor) либо коэффициента пропускания: $k=1/C_D^2$, характеризующие способность аэрационного фонаря пропускать воздушный поток и зависящий только от его конструкции. Коэффициент истечения C_D характеризует пропускную способность аэрационного фонаря (на единицу площади входа) при заданной величине перепада давления ΔP : $Q = C_D(L_{throat} H) \sqrt{2\Delta P / \rho}$, где $Q = M / \rho$ – объемный расход воздуха через фонарь, $S=L_{throat} H$ – площадь входного проточного сечения (произведение ширины устья L_{throat} на длину фонаря H), ΔP – вытяжка (перепад давления через фонарь), ρ – плотность воздуха. Аэрационные фонари могут устанавливаться по всей длине здания. Длина фонаря H может равняться практически длине корпуса, а может быть гораздо меньше, это зависит от типа фонарей и конкретного расположения фонарей. Величина C_D изменяется в диапазоне: $0 \leq C_D \leq 1$, причем, $C_D = 0$ – это случай, когда нет отверстия, а $C_D = 1$ – это случай, когда наверху здания сплошное отверстие без крыши и фонаря. Произведение $C_D \cdot L_{throat}$ характеризует эффективность (пропускную способность) фонаря на единицу длины здания и позволяет сравнивать фонари разных типов при работе в одинаковых условиях без привязки к конкретному зданию, то есть, когда $H\sqrt{2\Delta P / \rho} = const$.

РЕЗУЛЬТАТЫ. Для определения значений среднего объемного расхода воздуха Q , возникающего в секции корпуса вследствие конвекции от тепловыделяющего электролизера, при характерных значениях тепловыделения ($q = 702$ кВт) были проведены численные расчеты конвективного теплообмена в 3D постановке с использованием модели «ВАМИ», представленной на рис. 1. На рис 1 показаны траектории движения отмеченных частиц воздуха в объеме и цветом окрашены изотермы.

Результаты численного моделирования в виде траекторий течений воздуха показаны на рис. 2, показывающие влияние особенностей конструкций фонарей на течение воздуха через аэрационные фонари. Из результатов параметрических расчетов были определены максимальные значения C_D для каждого из рассмотренных типов фонарей: «ВАМИ», «COLT», «Тюльпан».

Сравнение численных результатов C_D с экспериментальными данными производителей фонарей показало хорошую точность численных математических моделей [3, 4]. На рис.3 приведена зависимость пропускной способности фонарей $C_D L_{throat}$ в зависимости от ширины устья фонаря L_{throat} . Показано, что пропускная способность аэрационных фонарей по-разному зависит от ширины устья. Например, для достижения одинаковой пропускной способности для разных типов фонарей (горизонтальная линия на рис.3) устье под фонарь должно иметь следующие размеры: «ВАМИ» – 12м, «Тюльпан» – 3.7м, «COLT» – $7/0.6=11.6$ м. Таким образом для достижения определенной пропускной способности можно прогнозировать ширину и конструкцию аэрационного фонаря для вентиляции каждого конкретного здания.

ВЫВОДЫ. Определив из результатов численного моделирования, коэффициент C_D можно прогнозировать (не привязываясь к конкретному промышленному зданию), какие из аэрационных фонарей обладают одинаковой пропускной способностью, что позволяет выбрать из них наиболее эффективный. Показано, что одинаковая пропускная способность может быть у аэрационных фонарей с различной шириной устья. Таким образом проанализировав различные аэрационные фонари с помощью численного моделирования, можно оценить и оптимизировать эффективность естественно-конвективной вентиляции промышленного здания.

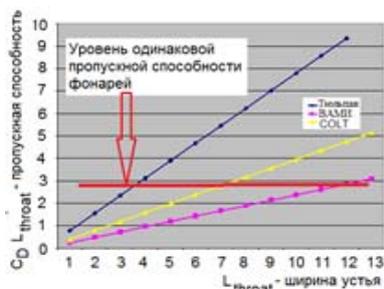


Рис. 3. Пропускная способность фонарей в зависимости от ширины устья

Работа выполнена при финансовой поддержке государственной программы по теме АААА-А20-120011690131-7.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соловей Ю.М. Основы строительного дела. -М.: Стройиздат, 1989г. 429 с.
2. Zefyr Group, - Top Barn Business Centre, Holt Heath, Worcestershire, - United Kingdom, Сетевой ресурс: www.zefyrgroup.com.
3. Федюшкин А.И. Чурбанов А.Г. Анализ пропускной эффективности различных типов аэрационных фонарей при вентиляции промышленных зданий. Препринт ИПМех РАН, № 1093, Москва, 2015, 54 с.
4. Федюшкин А.И. Численное моделирование и анализ эффективности естественной вентиляции промышленных зданий. ПМТФ, 2020, т.61, №6.
5. Ergin-Ozkan S. Mokhtarzadeh-Dehghan M.R., Reynolds A.J. Experimental study of natural convection between two compartments of a stairwell. Int. J. Heat Mass Transfer, v. 38, 1995. p. 2159-2168.



ОЦЕНКА РАЗМЕРА КАПЕЛЬ ВОДЫ, ОБРАЗУЮЩИХСЯ ПРИ ИСТЕЧЕНИИ ВОДЯНОЙ СТРУИ В РАСПЛАВЛЕННЫЙ СВИНЕЦ

Д.В. Финошкина, В.И. Мелихов, О.И. Мелихов
Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва
e-mail: dfinosh@gmail.com

Разработка новых проектов атомных электростанций требует рассмотрения ранее не анализировавшихся схем взаимодействия расплава с теплоносителем в аварийных ситуациях. Один из таких случаев возникает при аварии с разрывом теплообменных трубок парогенератора в реакторах со свинцовым теплоносителем [1], когда вода под высоким давлением истекает из разрыва в жидкий свинец в виде струи, в результате чего могут формироваться условия для паровых взрывов [2]. Исходное состояние потенциально взрывоопасной многофазной смеси в этом случае отличается от традиционного, которое образуется при проливе струи расплава в сосуд с водой. Для анализа развития парового взрыва в данной системе необходимо оценить параметры образующейся смеси, в первую очередь, размер диспергированных капель воды, чему посвящено настоящее исследование. Предполагается, что после разрыва теплообменной трубки и последующих переходных процессов сформируется истекающая в жидкий свинец струя воды, на поверхности из-за кипения образуется паровая пленка, разделяющая струю воды и жидкий свинец. Исследование выполнено методом линейного анализа устойчивости течения трехфазной системы: струя воды, паровая пленка, окружающая струю, и жидкий свинец, занимающий остальное пространство. Определены параметры наиболее быстро растущего возмущения и характеристики образующихся капель воды.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

Рассматривается цилиндрическая струя воды с постоянной скоростью U_1 , направленной вдоль оси z . Цилиндрическая паровая пленка с внутренним радиусом a и внешним радиусом b отделяет струю воды от бесконечного объема расплавленного свинца. Пар и расплав имеют постоянные скорости U_2 и U_3 , параллельные скорости струи. Плотности воды, пара и расплава постоянны и обозначаются как ρ_1 , ρ_2 и ρ_3 .

Здесь и далее нижние индексы $1, 2, 3$ относятся к воде, пару и расплаву, соответственно. Расплавы, пар и вода предполагаются идеальными несжимаемыми жидкостями, а их течения – потенциальными.

На границы раздела вода-пар и пар-расплав накладываются малые гармонические возмущения с частотой ω и волновым числом k . На межфазных поверхностях формулируются условия равенства сил со стороны каждой фазы, и условия, связывающие скорости фаз с движением поверхности. Полученные уравнения линеаризуются. В результате получается однородная система линейных уравнений относительно неизвестных констант, условие разрешимости которой приводит к дисперсионному уравнению:

$$\begin{aligned} & [I_{01}(a)\rho_1(\omega - kU_1)^2 - \sigma_{12}k(k^2 - a^{-2})]\{K_{01}(b)[H_1(a)+H_0(b)]\rho_2(\omega - kU_2)^2 \\ & + [K_{01}(b)\rho_3(\omega - kU_3)^2 - \sigma_{23}k(k^2 - b^{-2})][H_1(b) - H_1(a)]\} + K_{01}(a)\rho_2(\omega - kU_2)^2 \\ & \{K_{01}(b)[H_0(b) - H_0(a)]\rho_2(\omega - kU_2)^2 + [K_{01}(b)\rho_3(\omega - kU_3)^2 - \sigma_{23}k(k^2 - b^{-2})] \\ & [H_0(a) + H_1(b)]\} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $I_{01}(x) = I_0(x) / I_1(x)$, $K_{01}(x) = K_0(x) / K_1(x)$, $H_0(x) = I_0(x) / K_0(x)$, $H_1(x) = I_1(x) / K_1(x)$, I_0, I_1, K_0, K_1 – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода нулевого и первого порядков. σ_{12} и σ_{23} – коэффициенты поверхностного натяжения для воды и расплава, соответственно.

В настоящей работе из (1) определялось волновое число k_{\max} , которому соответствовала максимальная положительную мнимая часть круговой частоты – $\text{Im}(\omega)_{\max}$. Возмущение такой длины имеет самый быстрый рост и является доминирующим. Оно определяет размер образующихся капель воды и время их образования.

РЕЗУЛЬТАТЫ

В расчетах использовались значения параметров реактора БРЕСТ-ОД-300 [3]. Давление в парогенераторе – 8 бар, вода и пар считались насыщенными, и при таком давлении рассчитывались их плотности, а также коэффициент поверхностного натяжения. С учетом возможного частичного разрыва трубки радиус струи принимался равным $a = 5$ мм. Истечение жидкости является критическим. Критический расход воды для исследуемых параметров был оценен в [3], что позволило выбрать диапазон изменения скорости струи: $U_1 = 5 - 20$ м/с. Предполагалось, что в стационарном состоянии свинец неподвижен ($U_3 = 0$). Толщина паровой пленки и скорость пара U_2 в расчетах варьировались.

После определения k_{\max} и $\text{Im}(\omega)_{\max}$ диаметр образовавшейся капли воды d рассчитывался как $d = \lambda_{\max} / 2 = \pi / k_{\max}$ [4] и характерное время образования капли $\tau = 1 / \text{Im}(\omega)_{\max}$. Длина распада струи оценивалась как $L = U_1 \tau$ [5].

Результаты варьирования толщины паровой пленки $\delta = b - a$ представлены в Табл. 1 для значений параметров $U_1 = 5$ м/с и $U_2 = 0$.

В первой строке Табл. 1 приведены результаты расчета задачи о распаде струи воды в паровой среде. В последней строке Табл. 1 приведены результаты расчета задачи о дроблении струи воды в жидком свинце, а коэффициент поверхностного натяжения равен сумме этих значений для воды и свинца.

Фактически даже при толщине паровой пленки 1 мм (в 10 раз меньше диаметра водяной струи) взаимодействие становится таким же, как и в случае разрыва струи во-

ды в паре. Только при очень малых толщинах пленки (что, конечно, не реализуется в реальности) процесс распада струи воды начинает приближаться к предельному случаю дробления в жидком свинце.

Таблица 1. Варьирование толщины паровой пленки

δ , мм	λ_{\max} , мм	d , мм	τ , мс	L , см
∞	4.07	2.033	3.63	1.81
10	4.07	2.033	3.63	1.81
1	4.07	2.033	3.16	1.58
0.3	3.4	1.702	1.54	0.77
0.1	2.13	1.067	0.7	0.35
0.01	0.69	0.347	0.13	0.06
0.001	0.22	0.109	0.04	0.02
0	0.22	0.109	0.04	0.02

Скорость водяной струи является одним из ключевых факторов, который влияет на размер образующихся капель воды и время их образования. Этот параметр также варьировался в расчетах. Толщина паровой пленки была выбрана $\delta = 1$ мм. Скорость паровой пленки определялась как $U_2 = (U_1 + U_3) / 2$. Скорость водяной струи варьировалась от 5 до 20 м/с. Результаты этих расчетов представлены в Табл. 2.

Таблица 2. Варьирование скорости водяной струи

U_1 , м/с	λ_{\max} , мм	d , мм	τ , мс	L , см
5	12.39	6.19	11.95	5.97
10	4.35	2.17	3.16	3.16
20	1.01	0.5	0.42	0.84

При скорости водяной струи 5 м/с образуются капли воды диаметром 6,19 мм, что сопоставимо с диаметром струи. Это означает, что в этом случае распад струи воды происходит в варикозном режиме [4]. При скорости водяной струи 20 м/с образуются капли воды диаметром 0,5 мм, что намного меньше диаметра струи. Струя дробится в режиме распыления по механизму обдирки с образованием капелек сразу за разрывом.

Таким образом, дробление струи воды, движущейся с большой скоростью в жидком свинце, приводит к образованию многофазной смеси, в которой капли воды, окруженные пузырьками пара, располагаются в сплошном жидком свинце. Такие смеси наблюдались в экспериментах [6].

Линейный анализ устойчивости струи воды в жидком свинце показал, что при высоких скоростях ее разрушение происходит в режиме распыления. Капли воды, образующиеся при дроблении струи, имеют размер менее 1 мм. Уменьшение скорости водяной струи приводит к увеличению размеров образующихся капель и увеличению времени их образования. Установлено сильное влияние паровой пленки на исследуемый процесс. При толщине 1 мм и более распад водяной струи происходит так же, как и в паре без присутствия жидкого свинца. Относительно небольшой размер капель воды, образующихся при дроблении струи, ограничивает их дальнейшее дробление, необходимое для инициирования парового взрыва. В то же время относительно крупные капли воды, образующиеся при малых скоростях струи, могут фрагментироваться под действием волны детонации и способствовать ее распространению.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках проекта № 21-19-00709.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Alemberti A., Smirnov V., Smith C.F., Takahashi M.* Overview of lead-cooled fast reactor activities // *Progress in Nuclear Energy*. 2014. Vol. 77. P. 300-307.
2. *Iskhakov A.S., Melikhov V.I., Melikhov O.I.* Hugoniot analysis of energetic molten lead-water interaction // *Annals of Nuclear Energy*. 2019. Vol. 129. P. 437-449.
3. *Исхаков А.Ш.* Определение динамических воздействий на внутренние конструкции парогенератора реакторной установки с ТЖМТ при разрыве теплообменной трубки. Канд. дис. НИУ «МЭИ». 2019. С. 200.
4. *Мелихов В.И., Мелихов О.И., Якуш С.Е.* Гидродинамика и теплофизика паровых взрывов. М.: Издательство «ИПМех РАН», 2020. С. 276.
5. *Левич В.Г.* Физико-химическая гидродинамика. М.: ГИФМЛ, 1959. С. 699.
6. *Безносков А.В., Пинаев С.С., Давыдов Д.В.* Экспериментальные исследования характеристик контактного теплообмена свинцовый теплоноситель-рабочее тело // *Атомная энергия*. 2005. Т. 98. № 3. С. 182-187.



ВОЛНЫ НА СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ СЛОЯ ФЕРРОЖИДКОСТИ, ЛЕЖАЩЕГО НА ЖИДКОЙ ПОДЛОЖКЕ

К.А. Хохрякова¹, Е.В. Колесниченко²

¹ *Лаборатория динамики дисперсных систем, Институт механики сплошных сред
УрО РАН, 614013, г. Пермь, ул. Ак. Королева, 1, РФ.
e-mail: bca@icmm.ru² kev@icmm.ru*

В слое магнитной жидкости с изначально гладкой поверхностью существуют случайные возмущения гравитационно-капиллярной природы, которые приводят к возмущению магнитного поля и, как следствие, перераспределению магнитного давления. Таким образом, в стационарном ортогональном магнитном поле возникает так называемая неустойчивость Розенцвейга [1]. На характер развития неустойчивости поверхности оказывают влияние различные факторы, такие как ориентация магнитного поля относительно поверхности, различная толщина слоя жидкости, физико-химические свойства жидкости и др. Они же позволяют определить критические значения параметров неустойчивости системы, такие как H_c и k_c , [2], при которых наблюдается смена топологии системы (рис. 1, а, б).

Источником возмущений свободной поверхности магнитной жидкости наряду с механическим воздействием может быть и внешнее электромагнитное поле [3]. Если магнитное поле будет периодически меняться во времени, то на свободной поверхности магнитной жидкости будет возбуждаться периодическое движение из-за того, что давление в любой точке магнитной жидкости пропорционально напряженности в ней [4]. При периодическом изменении напряженности поля $H = H_m \cos(2\pi vt)$ свободная поверхность магнитной жидкости, как поверхность постоянного давления, будет представлять из себя систему холмов и впадин, соответствующих максимуму и минимуму магнитного поля. При включении осциллирующего поля вследствие действия ponderomotorной периодически меняющейся силы происходит отклик слоя магнитной жидкости, выражающийся в периодических колебаниях поверхности. Поскольку слой фер-

рождкости в пристеночной зоне кюветы благодаря мениску обладает меньшим фактором размагничивания, чем в центре кюветы, то здесь колебательное движение развивается раньше. Кроме того, вблизи границы кюветы действуют касательные напряжения, возникающие из-за неоднородности поля [5]. В этой ситуации колеблющийся мениск является источником бегущих по поверхности слоя феррожидкости волн в виде концентрических окружностей (рис. 1, в) с максимальной амплитудой в центре кюветы. С ростом частоты колебаний внешнего магнитного поля бегущая волна сменяется на стоячую (см. рис. 1, г).



Рис. 1. Свободная поверхность слоя феррожидкости на жидкой подложке при амплитуде напряженности магнитного поля $H_m = 0,9 H_c$ и частоте $\nu = 0$ Гц (а); $H_m = H_c$, $\nu = 0$ Гц (б); $H_m = 2 H_c$, $\nu = 5$ Гц (в); $H_m = 1,8 H_c$, $\nu = 7$ Гц (г). Диаметр кюветы 59.0 мм; толщина слоя феррожидкости $h = 3.3$ мм

Подобрав оптимальный режим «частота – амплитуда», а также вариант освещения поверхности слоя для усиления контрастности между холмами и впадинами удалось проанализировать несколько реализаций эксперимента. Длина волны λ определялась как пространственный период волнового процесса, который оставался неизменным по мере распространения волны от периферии к центру полости. Для получения данных по длинам волн отснятые в ходе эксперимента кадры обрабатывались вручную в программе Comel.

Для обработки результатов отбирались кадры с выраженным волновым рисунком, на которых определялся наиболее удачный по освещению сектор поверхности. Проходя по радиусу выбранного сектора от центра к периферии, составлялся график усредненной интенсивности, соответствующей отклонению поверхности от равновесия в данный момент времени. Применение Фурье анализа позволяло определить период наиболее ярко выраженного периодического возмущения. Таким образом, определялась длина волны на свободной поверхности слоя жидкости. Для компьютерной обработки полученных данных использовалась свободная программная система для математических вычислений GNU Octave, использующая совместимый с MATLAB язык высокого уровня.

На рис. 2 показана зависимость длины как бегущей, так и стоячей волны от частоты осцилляции поля. Хорошо видно, что длина волны уменьшается с ростом частоты колебаний магнитного поля. Отметим, что вид зависимости $\lambda(\nu)$ определяется диаметром кюветы (кривые 1–3, 4–6 описываются одним корневым законом) и практически не зависит от амплитуды напряженности поля.

Для спектра полученных в эксперименте стоячих волн в указанных кюветах наблюдается идентичный вид зависимости безразмерного волнового числа $k = 2\pi h/\lambda$ от безразмерной частоты магнитного поля $G = 2\pi\nu(h/g)^{1/2}$, где ν – частота осцилляции напряженности магнитного поля, h – толщина слоя феррожидкости, λ – длина волны, g – ускорение свободного падения (рис. 3).

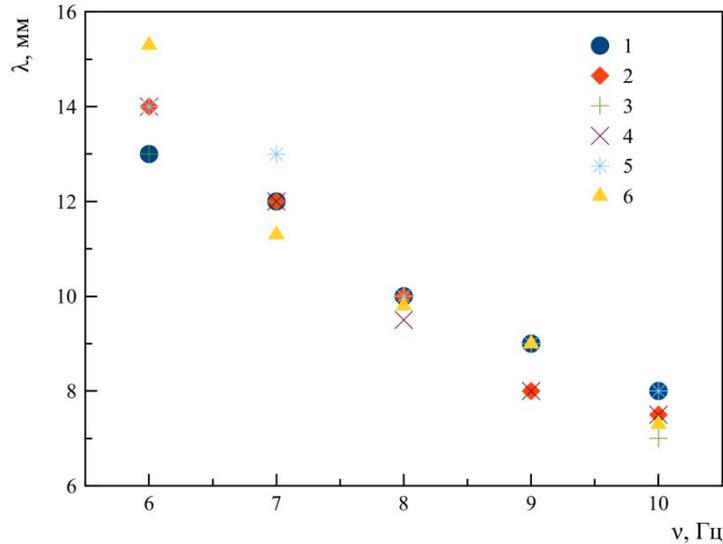


Рис. 2. Длина волны на свободной поверхности слоев магнитной жидкости ($h = 3.5; 4.0; 4.5$ мм) в зависимости от частоты ν осциллирующего магнитного поля в кюветах $D = 89.0$ мм (1–3) и $D = 59.4$ мм (4–6).

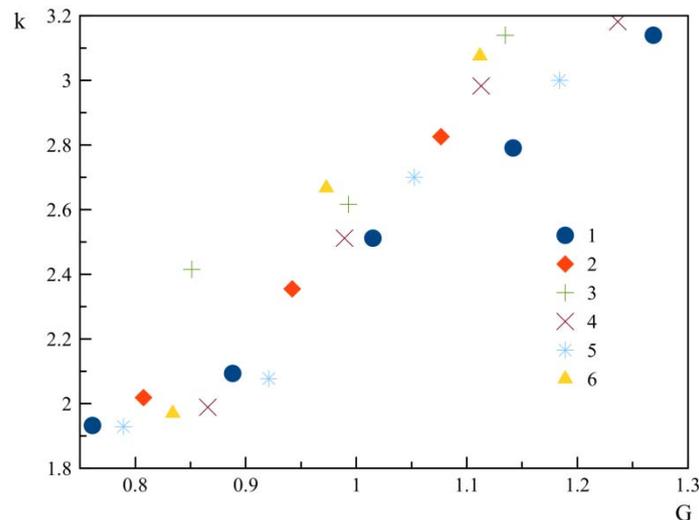


Рис. 3. Зависимость волнового числа k от частоты колебаний магнитного поля в безразмерном виде G на свободной поверхности слоев магнитной жидкости ($h = 3.5; 4.0; 4.5$ мм) в кюветах $D = 89.0$ мм (1–3) и $D = 59.4$ мм (4–6).

Результаты, полученные в ходе исследования, позволяют расширить представление об эволюции в магнитном поле многослойных систем с участием феррожидкости, в том числе в области сильных деформаций, а также формируют базу данных для верификации существующих математических моделей поведения слоя магнитной жидкости с двумя свободными границами в условиях действия силы тяжести.

ЛИТЕРАТУРА

1. Cowley, M. D. The interfacial stability of a ferromagnetic fluid / M. D. Cowley and R. E. Rosensweig // J. Fluid Mech. – 1967. – Vol. 30. – P. 671.
2. Rosensweig, R. E. Ferrohydrodynamics / R. E. Rosensweig // Cambridge University Press. – Cambridge 1985. – 344 pp.

3. *Mahr, T.* Magnetic Faraday–Instability / T. Mahr and I. Rehberg // *Europhysics Letters EPL.* – 1998. – Vol. 43. – P. 23.
4. *Berkovsky, B.M.* Magnetic Fluids: Engineering Applications / B.M. Berkovsky, V.F. Medvedev and M.S. Krakov // Oxford University Press, 1993. – 243 p.
5. *Lebedev, A. V.* Entrainment of a thin film of ferrocolloid by a rotating magnetic field / A. V. Lebedev // *Magneto hydrodynamics.* – 1991. – Vol. 27, № 4. – P. 461–462.



ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ФРОНТА ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА ПРИ ИНЖЕКЦИИ ВОДЫ В ГЕОТЕРМАЛЬНЫЙ РЕЗЕРВУАР

Г.Г. Цыпкин

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

e-mail: tsypkin@ipmnet.ru

Рассматривается задача инжекции воды в высокотемпературный геотермальный резервуар, насыщенный перегретым паром. Методом нормальных мод проведено исследование устойчивости фронта фазового перехода, движущегося с постоянной скоростью. Полученное дисперсионное уравнение исследуется численно. Представлены дисперсионные кривые, иллюстрирующие переход к неустойчивости, который происходит при увеличении проницаемости и начальной температуры, а также при уменьшении начального давления.

Актуальность исследования течений в высокотемпературных пластах обусловлена как эксплуатацией геотермальных систем с целью извлечения тепла глубоко залегающих проницаемых пород, так и изучением природных процессов, происходящих в недрах Земли [1]. При эксплуатации геотермальных резервуаров, содержащих перегретый пар, вода закачивается в породы с последующим извлечением образующегося пара. При аналитических расчетах таких систем и получении оценок основных параметров, как правило, предполагается, что существует плоская поверхность, разделяющая области, насыщенные жидкой и газовой фазой [2]. В [3] экспериментально исследовалась устойчивость фронта кипения при инжекции жидкости в пористую среду. Найдено, что в случае относительно низкой температуры пористой среды поверхность фронта кипения остается регулярной, а при увеличении температуры неустойчивость приводит к образованию пальцев. В [4] изучалась устойчивость фронта кипения при падении давления в трещине низкопроницаемых высокотемпературных пород. Предполагалось, что при описании распространения малых возмущений область за фронтом можно считать полубесконечной. В настоящей работе, следуя [4], представлено исследование устойчивости фронта инжекции воды в высокотемпературные породы.

РЕШЕНИЕ ТИПА БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ

Рассмотрим одномерный полубесконечный геотермальный пласт, насыщенный перегретым паром с температурой T_0 и давлением P_0 . Пусть в точке $x=0$, моделирующей закачивающую скважину, поступает вода при постоянном расходе. Тогда формируются две области, насыщенные водой и паром, разделенные фронтом фазового перехода.

Тепломассоперенос в обеих областях описывается законами сохранения массы, энергии, законом Дарси и уравнениями состояния воды и пара. Для вывода условий на поверхности фазового перехода используются балансовые соотношения и уравнение Клаузиуса–Клапейрона, представляющее собой связь между давлением и температу-

рой. Ранее было показано, что в высокопроницаемых пластах скорость температурного фронта много меньше скорости жидкости и за фронтом образуется область постоянной температуры, значение которой определяется из условий на поверхности раздела. Поэтому конвективным переносом можно пренебречь и основные уравнения приводятся к уравнениям диффузии массы и энергии.

Если в одномерном плоском случае использовать условие постоянства скорости инъекции жидкости, то фронт будет двигаться с постоянной скоростью, а задача допускает решение типа бегущей волны, зависящее от координаты $\zeta = x - Vt$.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЯ

Для исследования устойчивости решения в виде бегущей волны воспользуемся методом нормальных мод. Пусть $P = P(\zeta, z, t) = P_{st} + \delta P$, $T = T(\zeta, z, t) = T_{st} + \delta T$. Возмущения поверхности раздела имеет вид: $\eta = \eta'(\zeta) \exp(i\kappa z + \sigma t)$, $\eta' = \text{const}$, а возмущения давления и температуры в виде $\delta P = P(\xi) \exp(i\kappa z + \sigma t)$, $\delta T = T(\xi) \exp(i\kappa z + \sigma t)$. Для возмущений такого вида определяем выражения для амплитуд возмущений, учитывая затухание возмущений на $+\infty$ и $-\infty$. Находим решения для $P(\xi)$ и $T(\xi)$ и подставляем в соотношения на фронте. Из условия нетривиальности решения полученной однородной системы уравнений получаем дисперсионное соотношение $D(K, \Sigma) = 0$, которое исследовалось численно. Здесь K и Σ – приведенные к безразмерному виду волновое число κ и декремент σ .

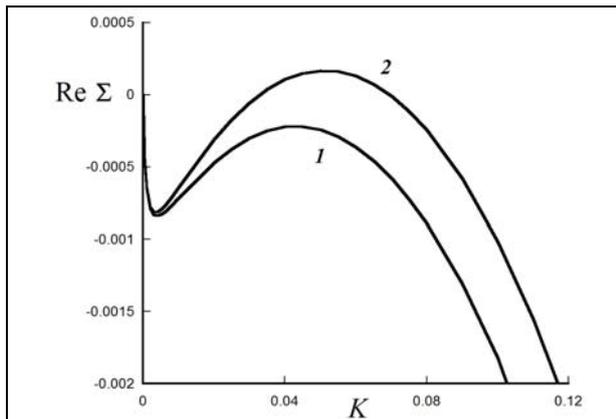


Рис. 1. Зависимость вида дисперсионных кривых от начального давления. Кривые 1, 2: $P_0 = 1.33, 1.3$ МПа

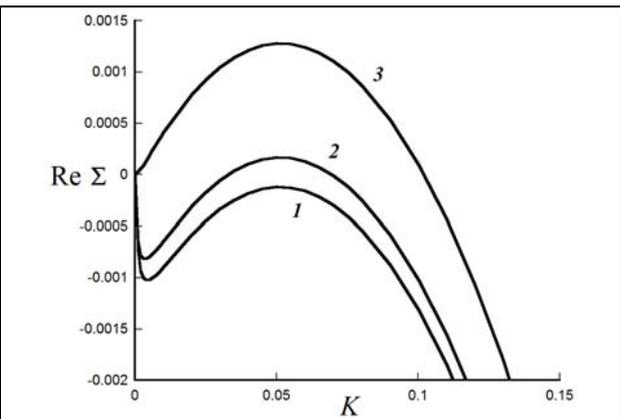


Рис. 2. Эволюция дисперсионных кривых при увеличении проницаемости. 1 - 3: $k = 4 \times 10^{-15}, 5 \times 10^{-15}, 10^{-13} \text{ м}^2$

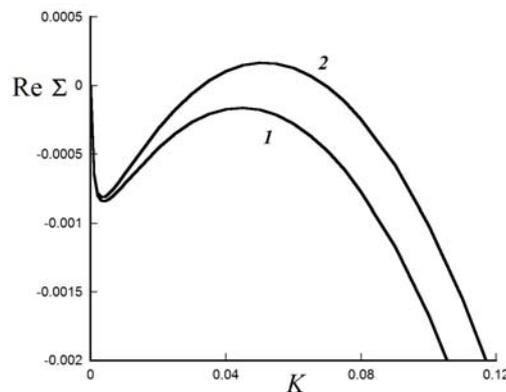


Рис. 3. Переход к неустойчивости при увеличении начальной температуры резервуара. 1, 2 – $T_0 = 579, 580$ К

Расчеты дисперсионных кривых показывают (рис. 1), что переход к неустойчивости происходит при уменьшении начального давления. Естественно предположить, что этот переход вызван увеличением скорости фронта из-за падения давления в резервуаре. Аналогичное поведение дисперсионных кривых наблюдается при увеличении проницаемости пород (рис. 2) и при повышении начальной температуры геотермального резервуара (рис. 3). В последних двух случаях изменения параметров также увеличивают скорость движения фронта фазового перехода.

Как показали численные эксперименты, в режиме конденсации фронт фазового перехода всегда устойчив, а в режиме испарения может быть как устойчивым, так и неустойчивым. Переход к неустойчивости всегда реализуется при конечных волновых числах, значения которых зависят от проницаемости пород. Коротковолновые возмущения, как для устойчивых режимов, так и для неустойчивых быстро затухают при всех значениях физических параметров задачи.

Таким образом, переход от устойчивого к неустойчивому режиму происходит при увеличении скорости фронта из-за роста проницаемости пород и температуры геотермального резервуара, а также уменьшения начального давления пара. Полученные результаты на качественном уровне хорошо согласуются с результатами экспериментов [3].

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 21-11-00126.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Grant M., Bixley P.F.* Geothermal reservoir engineering. London: Acad. Press, 2011. 378p.
2. *Pruess K., Calore C., Celati R., Wu Y.S.* An analytical solution for heat transfer at a boiling front moving through a porous medium // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1987. V.30. № 12. P. 2595–2602.
3. *Fitzgerald S.D., Woods A.W.* The instability of a vaporization front in hot porous rock // *Nature.* 1994. V. 367. P. 450–453.
4. *Tsytkin G.G., Il'ichev A.T.* Superheating of water and morphological instability of the boiling front moving in the low-permeability rock // *Int. J. Heat and Mass Transfer.* 2021. V. 167. 120820.



ИНЖЕНЕРНАЯ МАТЕМАТИКА ТЕЧЕНИЙ ЖИДКОСТЕЙ

Ю.Д. Чашечкин

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

e-mail: chakin@ipmnet.ru

Рост интереса к объективизации оценки состояния и тенденций изменения окружающей среды – атмосферы и гидросферы, развитию природоохранных «зеленых» технологий сопровождается повышением требований к точности исследований динамики и структуры течений жидкостей и газов. В механике жидкостей, объединяющей прикладную математику и экспериментальную физику, традиционно развиваются модели сплошной среды, хотя факт дискретного атомно-молекулярного строения вещества надежно установлен. Цель данного доклада – обсуждение основ теории течений и свойств компонентов, обеспечивающих связь процессов на малых и крупных макроскопических масштабах. Основу описания составляют законы сохранения вещества,

импульса и энергии, применяемые в соответствии с общими принципами (законами, аксиомами) философии науки.

Развивая теорию познания, Аристотель [1] сформулировал первую группу законов философии науки (бинарной логики), в которую вошли следующие **принципы**:

– **тождества** – понятие должно употребляться в одном и том же значении в ходе рассуждений;

– **непротиворечивости** – «вместе существовать и не существовать нельзя» или «нельзя говорить верно, вместе утверждая и отрицая что-нибудь»

– **исключенного третьего** – «А или не-А истинно, третьего не дано»

Анализируя природу объективности при описании природы, Г.В. Лейбниц, считавший, что «Великой основой математики является принцип непротиворечивости, т.е. положение о том, что суждение не может быть истинным и ложным одновременно», следуя Аристотелю, Декарту и ряду других предшественников, расширил ряд принципов философии науки. В дальнейшем список Лейбница неоднократно дополнялся, сокращался, модифицировался и сегодня включает следующие Принципы:

– **Содержательности** (определимости сути) изучаемого предмета (объекта, понятия, метода, положения, в рассматриваемых и независимых категориях). Основу механики составляют аксиоматически определенные математические и физические понятия числа, множества, пространства и времени, движения, материи (вещества и его свойств, жидкости или газа), течения;

– **Тождества** (сохранения содержания понятия в процессе изучения свойства среды и процессов);

– **Непротиворечивости** (два противоречащих свойства не могут быть одновременно истинными или ложными);

– **Единственности** содержания понятия. Из двух противоречащих суждений одно истинно, другое ложно, а третьего не дано («Закон исключённого третьего»). Одновременно могут развиваться независимые описания сложного объекта с различными (в том числе противоречивыми свойствами) – например, дуализм «точечная частица» – распределенная в пространстве волна;

– **Достаточного основания** (понятие должно иметь историю изучения и независимое подтверждение содержательности);

– **Минимальной достаточности** («Не следует множить сущее без необходимости», «Не умножай число сущностей сверх меры», «Бесполезно меньшее делать посредством большего», «Благословен Господь, сделавший всё трудное ненужным и всё нужное – нетрудным!») (Г. Сковорода), «Из всех объяснений наилучшее – самое простое»);

– **Причинности** (изменения свойств объекта, происходящие под действием внутренне присущих факторов или внешних воздействий, – следствие предшествующего состояния и причина будущего);

– **Полноты** (модель должна описывать известные свойства объекта изучения с гарантированной оценкой погрешности и обладать потенциалом включения вновь открываемых закономерностей).

В соответствии с изложенными принципами для решения основной задачи механики: описания структуры и динамики течений жидкостей или газов – самосогласованного изменения их состояния и положения в пространстве – необходимо:

– Дать определение объекта исследования и выбрать характеризующие его физические величины.

– Выбрать методы изучения свойств изучаемого объекта и процессов в ходе их изменения.

- Привести примеры изучения выбранных явлений различными независимыми методами и показать согласованность полученных результатов с оценкой погрешности расчетов, точности измерений изучаемых явлений, степени соответствия теории данным опытов.

Общую основу построения теории и методики экспериментальных исследований течений жидкостей и газов в инженерной механике составляют **законы сохранения в модели сплошной среды** (дифференциальные представления конечных величин).

В математике условие сохранения расстояния определяет один из видов преобразования пространства в себя – преобразование *движения* [2], совпадающее с понятием *течения идеальной жидкости постоянной плотности* [3,4].

В механике **законы сохранения**, обобщающие исторический опыт описания явлений, отражают фундаментальные свойства существования и неизменности материи (ее преобразования изучаются в других разделах науки: радиоактивные превращения - в ядерной физике), здесь они рассматриваться не будут. Движения изучаются исходя из концепции однородности пространства и времени.

Традиционно механика жидкостей и газов развивается в приближении «сплошной среды». Однако методология «сплошной среды» с непрерывными значениями самих физических величин и их производных на произвольных масштабах не согласуется с современными представлениями о дискретном строении вещества. Атомно-молекулярные свойства выражены на масштабах порядка $10^{-8}...10^{-7}$ см, ядерно-нуклонные – на масштабах порядка 10^{-13} см. На промежуточных масштабах порядка $10^{-7}...10^{-6}$ см, – размерах атомно-молекулярного кластера [5], одновременно проявляется влияние и атомно-молекулярных свойств вещества [6], и их макроскопических свойств (например, в форме внутренней энергии, ее латентной потенциальной части, проявляющейся в поверхностном натяжении [7]).

Распределение внутренней энергии и давления в приповерхностном слое определяют состояние среды – жидкое или газообразное, и активно влияет на структуру и динамику протекающих процессов, в частности, динамику океана и атмосферы. При этом выбор описания на основе масштабнo инвариантных законов сохранения позволяет логически переходить от модели дискретной среды к непрерывной с сохранением смысла характеризующих величин. При этом устанавливаются естественные границы применимости модели сплошной среды – размеры изучаемых явлений l_f должны превышать масштабы молекулярного кластера $l_f > \delta_c \sim 10^{-6}...10^{-5}$ см.

Основу рассматриваемых инженерных науки составляют универсальные законы сохранения – **вещества** (полной массы или плотности ρ и ингредиентов), а также мер движения – **импульса** \mathbf{p} и **полной энергии** E_t и их инфинитезимальные аналоги. *Подвижность* атомов, молекул и их объединений – кластеров, макроскопических «жидких частиц», крупных структурных компонентов, приводит к непрерывному изменению распределения вещества в пространстве и тензора инерции, соответственно. Вследствие изменения момента инерции и неоднородной диссипации импульса, момент количества движения не является инвариантом течения и далее не рассматривается.

Основной параметр состояния и динамики течений жидкости или газа – *полная энергия* E_t , включающая механическую (кинетическую и потенциальную) и внутреннюю энергию, определяемую равновесными термодинамическими параметрами (для описания выбран потенциал Гиббса [8]). Внутренняя энергия содержит доступную потенциальную поверхностную, химическую, электромагнитную и другие виды энергии.

Хотя потенциалы характеризуют термодинамически равновесные состояния, их применение к описанию характеристик неравновесных процессов оправдывается малостью отклонений состояния систем от равновесных. Большие отклонения от равновесных значений учитываются введением быстрых локализованных источников, определяющих изменений энергии в ходе атомно-молекулярных процессов.

Учет полной энергии позволяет рассмотреть действующие механизмы ее передачи в течениях, включающие перенос с локальной скоростью потока v_i , с групповой скоростью волн c_w , медленными диффузионными процессами с характерной скоростью c_d и достаточно быстро в ходе локализованных прямых атомно-молекулярных процессов c_a (например, на размерах молекулярного кластера при уничтожении свободной поверхности при слиянии жидкостей [9]).

Молекулярный перенос инвариантных величин описывается собственными закономерностями, включающими соответствующие диссипативные коэффициенты переноса импульса – кинематической вязкости ν , тепла – температуропроводности κ_T и вещества – диффузии κ_s . Распространение электромагнитных и акустических волн, электрического тока, которое характеризуется собственными материальными константами, здесь рассматриваться не будет.

Учет независимых механизмов передачи энергии позволяет прояснить различие размерности конфигурационного пространства - трехмерного ортогонального евклидова пространства, вводимого с системой координат \mathbb{R}_3 и пространства задачи более высокой размерности и отличия математического и физического определения движения.

В теории жидкостей (газов) используются понятия *числа, множества, пространства, сплошной среды* и ее *течений* – изменений динамического состояния и физических свойств.

Математический базис теории течений составляют *вещественные числа*, свойства которых здесь определены априорно. Правила классификации составляющих элементов множеств – “собрания определенных и различимых между собой объектов, мыслимых как единое целое”, выполнения операций с ними приведены в ряде книг и справочников [2]. В механике один из основных видов множеств – математически определенное векторное пространство, составляет основу описания физических явлений.

Движение, как математическая (геометрическая) операция, определяется как *непрерывное ортогональное преобразование пространства в себя с параметром t , при котором сохраняются расстояния между точками и относительное расположение объектов* [2]. При этом определитель, составленный из коэффициентов матрицы a_{ik} , равен $\|a_{ik}\| = +1$. Ортогональное преобразование с определителем $\|a_{ik}\| = -1$, не сохраняющее ориентацию фигур, задает отражение относительно некоторой оси. Движению в евклидовом пространстве соответствует группа преобразований, включающая *независимые* подгруппы перемещений и вращений. Преобразования, задаваемые группой движений, изучает элементарная геометрия.

Пространство движений – четырехмерное (три координаты \mathbb{R}_3 и время t). Введение универсальной скорости (мировой константы – скорости света c) позволяет привести все величины к одной размерности. На практике эта процедура выражается введением единого эталона – «времени-длины».

В описании течений жидкостей, которое проводится в приближении сплошной среды, используется понятие плотности ρ , которое вводится аксиоматически как про-

изводная потенциала Гиббса G . В равновесных условиях $G = -sT + VP$, здесь s – энтропия, T – температура, $V = 1/\rho$ – удельный объем, P – давление [8]. Плотность жидкостей и газов $\rho = \rho(P, T, S_i)$ зависит от других термодинамических величин – давления, температуры, концентрации растворенных и взвешенных частиц S_i . Обе величины, потенциал G и плотность ρ , образующие уравнения состояния, в механике жидкостей считаются независимыми. Введение новых физических величин существенно расширяет размерность функционального пространства задачи, которое превышает размерность пространства движений метрического пространства.

Течение определяется как *перенос импульса \mathbf{p} , вещества с плотностью ρ , и полной энергии E_t , который сопровождается самосогласованными изменениями физических величин, как входящими в уравнения движения, состояния или переноса физических полей и волн*. Течения описываются аксиоматически введенными фундаментальными уравнениями переноса, дифференциальными формами законов сохранения, впервые приведенными в трактате [10], вышедшем в 1944 и многократно повторенными в других книгах и учебниках. В случае малых градиентов система уравнений имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} G = G(P, S, T) = G(\mathbf{x}, t), \rho = \rho(P, S, T) = \rho(\mathbf{x}, t) \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla_j (p^j) = Q_\rho \\ \frac{\partial (p^i)}{\partial t} + \left(\nabla_j \frac{p^j}{\rho} \right) p^i = -\nabla^i P + \rho g^i + \nu \Delta (p^i) + 2\varepsilon^{ijk} p^j \Omega_k + Q^i \\ \frac{\partial \rho T}{\partial t} + \nabla_j \cdot (p^j T) = \Delta (\kappa_T \rho T) + Q_T \\ \frac{\partial \rho S_i}{\partial t} + \nabla_j \cdot (p^j S_i) = \Delta (\kappa_S \rho S_i) + Q_{S_i} \end{array} \right. \quad (1)$$

Источники $Q_\rho, Q^i, Q_T, Q_{S_i}$ отражают вклад внешних воздействий и внутренних атомно-молекулярных процессов, в частности конверсии энергии. Здесь g^i – ускорение свободного падения, Ω – угловая скорость глобального вращения, ν, κ_T, κ_S – коэффициенты кинематической вязкости, температуропроводности и диффузии. Размерность пространства задачи (1) высокая и, в зависимости от выбора числа влияющих величин, меняется от двенадцатой до пятнадцатой.

Как показывает расчет инфинитезимальных групп, набор симметрий системы (1), включающий операторы сдвига по времени и пространству, поворота, и преобразования Галилея соответствует базовым принципам физики [11]. Распространенные преобразования системы – линеаризация, редукция (приближение пограничного слоя), осреднение (модели турбулентности), изменяющие групповые свойства системы (1), характеризуются собственными наборами симметрий, как расширенными, так и крайне скудными. Соответственно, каждая из моделей описывает изменения собственных величин, не тождественных величинам, входящими в систему (1). Для индикации различия параметры в модельных системах, при выводе которых нарушены условия **тождественности** (например, не сохраняются инфинитезимальные симметрии) должны обозначаться собственными символами. Для сохранения внутреннего единства описания дальнейшие преобразования системы (1) должны проводиться с учетом всей совокупности общих принципов философии науки.

Периодические решения системы (1), построенные с учетом условия совместно-

сти, в линейном приближении описывают волны и лигаменты – тонкие прослойки и волокна, задающие структуру среды [11]. В нелинейном приближении все структурные компоненты взаимодействуют между собой [12], лигаменты рвутся на отдельные пряди, образующие вихри. Свойства полного решения (1) задают требования к методикам опытов и кодам расчетов, результаты которых допускают прямое сравнение и количественную оценку их согласованности, составляющей основу **инженерной математики** – эмпирической науки о принципах выбора символов, правил операций и критериев контроля точности и ее экспериментальных аналогов – инженерной механики и технической физики [13].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аристотель*. Физика. 2014. Комкнига. 214 с.
2. *Мантуров О.В., Солнцев Ю.К., Соркин Ю.И., Федин Н.Г.* Толковый словарь математических терминов. М.: Просвещение. 1964. 539 с.
3. *Serrin J.* Mathematical Principles of Classical Fluid Mechanics. Handbuch der Physik, Band VIII/1, Berlin. Ge. 1959. P.125-263.
4. *Mase G. E.* Theory and problems of continuum mechanics. N. Y.: McGraw-Hill, USA. 1964. 270 p.
5. *Eisenberg D., Kauzmann W.* The structure and properties of water. Oxford University Press, England. 2005. 308 p.
6. *Teschke, O., de Souza, E.* Water molecule clusters measured at water/air interfaces using atomic force microscopy // Physical Chemistry Chemical Physics. 2005. 7(22). P. 3856–3865.
7. *Gibbs, J.W.* Elementary principles in statistical mechanics. C. Scribner's and sons: New York. 1902. 207 p.
8. *Feistel R., Harvey A. H. Pawlowicz R.* International Association for the Properties of Water and Steam. Advisory Note No. 6: Relationship between various IAPWS documents and the International Thermodynamic Equation of Seawater - 2010 (TEOS-10). 2016. P. 1–5.
9. *Чашечкин Ю.Д.* Пакеты капиллярных и акустических волн импакта капли // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2021. № 1(94). С. 73–92.
10. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. Гидродинамика и теория упругости. М. : ОГИЗ. ГИТТЛ. 1944. 624 с.
11. *Chashechkin Yu.D.* Singularly perturbed components of flows – linear precursors of shock waves // Math. Model. Nat. Phenom. 2018. V. 13. No. 2. P. 1–29.
12. *Chashechkin Yuli D.* Conventional partial and new complete solutions of the fundamental equations of fluid mechanics in the problem of periodic internal waves with accompanying ligaments generation // Mathematics. 2021. V. 9. No. 586. <https://doi.org/10.3390/math9060586>
13. *Chashechkin Y.D.* Foundations of engineering mathematics applied for fluid flows // Axioms. 2021. V. 10. 286. <https://doi.org/10.3390/axioms10040286>.



ЛИГАМЕНТЫ И ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ВНУТРЕННИЕ ВОЛНЫ В ЛИНЕЙНОМ И СЛАБОНЕЛИНЕЙНОМ ПРИБЛИЖЕНИЯХ

Ю.Д. Чашечкин

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН Москва, Россия
e-mail: yulidch@gmail.com*

Периодические внутренние волны – распространенный компонент динамики стратифицированных природных систем – гидросферы и атмосферы, изучаются теоретически (аналитически и численно) и экспериментально в природных и лабораторных условиях. Расчеты волн проводятся в приближении идеальной и вязкой жидкости, в неподвижных и вращающихся средах, где они дополняются инерциальными волнами. Основой теоретических исследований, как правило, выбираются модельные уравнения соответствующих видов волн, как конститутивные, так и полученные на основе редукции системы фундаментальных уравнений. Для внутренних волн таким является волновое уравнение, при выводе которого используется приближение Буссинеска и проводится линеаризация определяющей системы в приближении несжимаемости среды [1].

Коническая симметрия пучка трехмерных периодических внутренних волн с действительной частотой ω и комплексным волновым числом $\mathbf{k} = \mathbf{k}_1 + i\mathbf{k}_2$, характеризующим структуру поля и пространственное затухание, предопределяет выбор источника в форме осциллирующего диска [2], вертикальной плоскости или цилиндра [3]. Детальный анализ полного решения задачи излучения волн показал, что одновременно с волнами образуются лигаменты – относительно тонкие и протяженные компоненты, поперечный масштаб которых задается диссипативными коэффициентами (кинематической вязкостью ν для скорости или коэффициентом диффузии κ_s) и частотой волны ω , и составляет $\delta_\omega^\nu = \sqrt{\nu / \omega}$ в поле скорости и $\delta_\omega^{\kappa_s} = \sqrt{\kappa_s / \omega}$ в распределении возмущений солёности. Число лигаментов определяется рангом системы и при учете только эффектов вязкости равно четырем, и шести при дополнительном учете эффектов диффузии. И регулярные, и сингулярные решения описываются функциями одного вида, отличающимися соотношениями между действительными и мнимыми частями в показателях экспонент. В регулярных решениях, характеризующих волны, действительная часть много больше мнимой, а в сингулярных они одного порядка. Детальный анализ математических особенностей построения решений задачи излучения волн с учетом вязкости выполнен в [4]. Сравнение полных решений с экспериментом выполнено в [5].

Новые механизмы генерации внутренних волн обусловлены возможностью нелинейного взаимодействия лигаментов и волн между собой, с течениями или остаточными движениями, в которые переходят внутренние волны, когда частота возмущения ω превышает частоту плавучести среды N . Здесь в качестве источника волн рассматривается бесконечная неподвижная вертикальная плоскость, часть которой совершает сложное двумерное движение, представляющее собой суперпозицию двух вертикальных колебаний с частотами ω_1 и ω_2 . Задача рассматривается в двумерной постановке, эффектами диффузии пренебрегается. Невозмущенное распределение плотности считается экспоненциальным с постоянной частотой плавучести N . При этом от нуля отлична только вертикальная компонента скорости поверхности

$$U(z, t) = U_1(z)e^{-i\omega_1 t} + U_2(z)e^{-i\omega_2 t} \quad (1)$$

Уравнения движения вязкой несжимаемой стратифицированной жидкости в пренебрежении эффектами диффузии в двумерном случае имеют вид [5]

$$(\rho_0 + \rho) \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} - \nu \Delta \mathbf{v} \right] = -\nabla P - \rho g \mathbf{e}_z, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla \rho = 0, \quad \nabla \mathbf{v} = 0 \quad (2)$$

Здесь $\rho_0(z) = \rho_{00} e^{-z/\Lambda}$ – невозмущенное распределение плотности, Λ – масштаб плавучести, ρ – возмущение плотности, \mathbf{v} – скорость, ν – кинематическая вязкость, P – давление, за вычетом гидростатического, g – ускорение силы тяжести, \mathbf{e}_z – единичный орт в направлении вертикальной оси z , $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial z^2$ – оператор Лапласа. Граничными являются условия прилипания на плоскости

$$v_x(x=0, z, t) = 0, \quad v_z(x=0, z, t) = U(z, t) \quad (3)$$

и затухания возмущений на бесконечности.

В приближении слабой нелинейности решение задачи в первом порядке теории возмущений представляется в виде суммы решений линеаризованной системы (2) с граничными условиями (3) и неоднородной линеаризованной системы. Поправки к функции тока $\tilde{\Psi}$ ($\tilde{u}_x = \tilde{\Psi}_z$, $\tilde{u}_z = -\tilde{\Psi}_x$), определяются решениями уравнения

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} \Delta + N^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial}{\partial t} \Delta^2 \right] \tilde{\Psi} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial f^x}{\partial z} - \frac{\partial f^z}{\partial x} \right) + \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial m}{\partial x} \equiv F \quad (4)$$

Волновые числа $k_{jw}(k)$ и $k_{jl}(k)$ удовлетворяют дисперсионному уравнению

$$\omega_j^2 (k_j^2 + k^2) - N^2 k_j^2 + i\omega_j \nu (k_j^2 + k^2)^2 = 0. \quad (5)$$

При подстановке решений (5) в правой части (4) появляются члены, имеющие различные комбинационные частоты: 0 , $2\omega_1$, $2\omega_2$, $\omega_1 \pm \omega_2$. Для расчета генерации волн с разностной частотой $\Omega = \omega_1 - \omega_2$ решение (4) ищется в виде

$$\tilde{\Psi} = \frac{1}{2} \left[\psi(x, z) e^{-i\Omega t} + \psi^*(x, z) e^{i\Omega t} \right],$$

(звездочка означает комплексное сопряжение).

Решения дисперсионного уравнения (4) для волн $\kappa_w(\kappa)$ и лигаментов $\kappa_l(\kappa)$ имеют вид [6]

$$\kappa_w = |\kappa| \operatorname{tg} \theta + \frac{i\nu |\kappa|^3}{2N \cos^5 \theta}, \quad \kappa_l = (i-1) \operatorname{ctg} \theta \sqrt{\frac{\Omega}{2\nu}} \quad (6)$$

(здесь $\theta = \arcsin(\Omega / N)$ – угол, который составляют пучки внутренних волн с горизонтом).

Рассмотрена генерация волн полосой шириной a , когда $S(z) = \vartheta(a/2 - |z|)$, где ϑ – единичная функция Хевисайда, совершающей двухчастотные осцилляции с амплитудами b_1 и b_2 . Тогда функция тока решения имеет следующий вид [6]

$$\psi = -\frac{3\omega b_1 b_2}{4\pi \kappa_b} \int_{-\infty}^{+\infty} \sin \frac{\kappa a}{2} e^{i\kappa_w x} e^{i\kappa z} d\kappa \quad (7)$$

При рассмотрении только одного пучка, распространяющегося в первом квадранте, в сопутствующей системе координат (p, q) (с осью q , направленной вдоль пучка), из (7) следует выражение для вертикальных смещений h частиц в пучке [6]

$$h(p, q) = \frac{3\omega b_1 b_2 (1+i) \sin^2 \theta}{8\pi \Omega} \sqrt{\frac{2\nu}{\Omega}} \int_0^\infty \kappa \sin \frac{\kappa a \cos \theta}{2} \exp \left(i\kappa p - \frac{\nu \kappa^3 q}{2N \cos \theta} \right) d\kappa \quad (8)$$

Амплитуда смещений на оси одномодального пучка, который возбуждается движением узкой полосы ($a < \sqrt[3]{g\nu} / N$) на больших расстояниях от источника ($q \gg 2Na^3 \cos \theta / \nu$), пропорциональна произведению амплитуд колебаний, средней частоты и ширины полосы.

$$h_m(q) = \frac{\omega a b_1 b_2 \cos^2 \theta}{4\pi q} \sqrt{\frac{\sin \theta}{\nu N}} \quad (9)$$

Оценка высоты смещений $h_m(q)$ в случае $q = 20$ см, $N = 1$ с⁻¹, $a = b_1 = b_2 = 1$ см, $\theta = 45^\circ$, $\omega = 10$ с⁻¹, дает значение $h_m(q) \approx 2$ мм, доступное для наблюдения в лаборатории.

Развитая методика вычислений позволяет рассчитать параметры волновых пучков для других комбинационных частот: удвоенной, суммарной и нулевой.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена по теме государственного задания (госрегистрация № АААА-А20-120011690131-7).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лайтхилл Дж.* Волны в жидкостях. М.: Мир, 1981. 598 с.
2. *Чашечкин Ю. Д., Васильев А. Ю., Бардаков Р.Н.* Тонкая структура пучков трехмерных периодических внутренних волн // Доклады АН 2004. Том 397. № 3. С. 404–407.
3. *Кустович А.В. и Чашечкин Ю.Д.* Тонкая структура конического пучка периодических внутренних волн в стратифицированном океане и атмосфере // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2014. Т. 50. №. 1. С. 117–125.
4. *Voisin B.* Near-field internal wave beams in two dimensions // J. Fluid Mech. 2020. V. 900-A.3. vol. 900, A3.
5. *Chashechkin Yu.D.* Singularly perturbed components of flows – linear precursors of shock waves // Math. Model. Nat. Phenom. 2018. Vol. 13. No. 2. P. 1–29.
6. *Chashechkin Yuli D.* Conventional partial and new complete solutions of the fundamental equations of fluid mechanics in the problem of periodic internal waves with accompanying ligaments generation // Mathematics. 2021. V. 9. No. 586.



ПЕРЕНОС ВЕЩЕСТВА КАПЛИ В ПОЛЕ ГРАВИТАЦИОННО-КАПИЛЛЯРНЫХ ВОЛН

Ю.Д. Чашечкин

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
e-mail: chakin@ipmnet.ru, yulidch@gmail.com*

Интерес к изучению процессов переноса вещества падающих в жидкость капель, механизмов формирования вихрей, волокнистая структура которых была отмечена уже в первых публикациях [1], заметно вырос в последние годы. В опытах прослежена эволюция тонкой структуры течений на первых микросекундах процесса слияния, динамика выброса в атмосферу групп тонких брызг, разделения капли на отдельные волокна [2]. После полного слияния капли на поверхности каверны и венца остается полосчатый рисунок, в котором вещество капли сохраняется на границах ячеек [3].

На последующем, более продолжительном интервале происходит переформирование картины течения, образуются тонкие петли, группы вихрей [4], короткие кольцевые волны, охватывающие течение и в глубоком, и в мелком слое принимающей жидкости [5]. После вырождения быстрых компонентов более тяжелая окрашенная жидкость постепенно опускается под действием сил инерции и плавучести и трансформируется в структурированный вихрь, порождающий каскад вторичных вихревых колец [1].

Картина слияния зависит от динамического состояния принимающей жидкости, которая может быть покрыта бегущими волнами, осциллировать с различной частотой, равномерно двигаться или вовлекаться в вихревое течение. Поверхность капли искажают низкочастотные колебания и короткие капиллярные волны [6].

Теория капиллярных волн стала развиваться в конце XIX века, когда У. Томсон математически проанализировал собственные наблюдения картины волн впереди и позади рыболовной лески с борта дрейфующей яхты. Результаты теории капиллярных волн в идеальной жидкости [7] вошли в основные трактаты по гидродинамике [8].

Полное дисперсионное уравнение для периодических возмущений с частотой ω и волновым вектором k на поверхности вязкой однородной жидкости имеет вид [9]

$$2k \left(\omega^2 k_i - gk^2 - \sigma k^4 + 2i\omega \nu k_i (3k^2 - k_i^2) \right) - (k_i^2 + k^2) \left(\omega^2 - gk - \sigma k^3 + 2i\omega \nu k^2 \right) = 0$$

и описывает собственно волны и сопутствующие тонкие течения – лигаменты (σ и ν – коэффициенты поверхностного натяжения и кинематической вязкости, g – ускорение свободного падения). Регулярное решение уравнения переходит в дисперсионное соотношение Томсона, описывающее поверхностные волны [15]. Сингулярному решению с волновым числом k_i соответствуют тонкие течения, влияющие на образование газовых пузырьков и генерацию звуковых пакетов [10].

Основная часть экспериментальных исследований переноса вещества капли посвящена изучению погружающихся вихрей в покоящейся жидкости [1, 4, 8]. Во вращающейся жидкости капля растекается с образованием спиральных рукавов и винтовых линий. Научный и прикладной интерес представляет изучение переноса вещества капли, свободно падающей на регулярную взволнованную поверхность. Опыты выполнены в диапазоне параметров, соответствующих образованию всплеска в покоящейся жидкости [5, 10].

Методическую основу работы составляет система фундаментальных уравнений переноса массы, компонент вещества, импульса и энергии, которые здесь не приводятся [8]. При этом учитывается действие нескольких механизмов передачи энергии, как кинетической со слиянием капли, так и быстро освобождающейся доступной потенциальной поверхностной энергии (ДППЭ), сосредоточенной в шаровом слое толщиной порядка размера молекулярного кластера $\delta \propto 10^{-6}$ см и объемом V_σ [6] при уничтожении свободной поверхности сливающихся жидкостей.

В набор физических величин, определяющих динамику и структуру капельных течений, входят параметры контактирующих сред (индексами обозначены капля d , принимающая t жидкость, воздух a): плотности ρ_d , ρ_t и ρ_a (далее $\rho_{d,t,a}$), кинематические $\nu_{d,t,a}$ и динамические $\mu_{d,t,a}$ вязкости; полные σ_d^a , σ_t^a и нормированные коэффициенты поверхностного натяжения $\gamma = \sigma_d^a / \rho_d$, $\gamma = \sigma_t^a / \rho_t$ (здесь принималось $\gamma = \sigma / \rho = 73 \text{ см}^3 / \text{с}^2$ при температуре $T = 20^\circ \text{C}$); ускорение свободного падения g , диаметр D , площадь поверхности S_d , объем V , масса M , скорость U в момент кон-

такта, кинетическая энергия $E_k = MU^2 / 2$ и ДППЭ капли $E_\sigma = \sigma S_d$, плотности компонентов энергии $W_E = E_k / V_d$, $W_\sigma = E_\sigma / V_\sigma$. В данной серии опытов капли диаметром $D = 0.5$ см свободно падали из дозатора с высоты $H = 85$ см. Контактная скорость составляет $U = 370$ см/с, компоненты энергии $E_k = 1.3 \cdot 10^4$ эрг, $E_\sigma = 57.3$ эрг, и их плотности $W_k = 67.5 \cdot 10^3$ эрг/см³, $W_\sigma = 1.5 \cdot 10^7$ эрг/см³.

Опыты выполнены на стенде ЭСП из состава ГФК ИПМех РАН [24], включающем прозрачный бассейн $1.5 \times 0.4 \times 0.6$ м³ м, волнопродуктор поверхностных волн собственного изготовления, дозатор капель, осветительную и регистрирующую аппаратуру. Рабочая полоса частот волнопродуктора $1 < f < 70$ Гц, размах колебаний до 3 мм. Условия опытов отмечены на Рис. 1, в зависимостях частоты $f = \omega / 2\pi$, групповой $c_g = \partial\omega / \partial k$ и фазовой скорости $c_{ph} = \omega / k$ от длины волн λ .

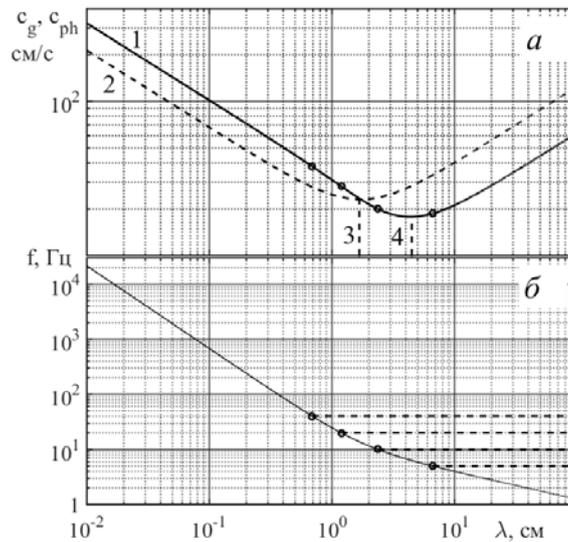


Рис. 1. Условия опытов в зависимости групповой c_g (кривая 1) и фазовой скорости c_{ph} (2) – (а) и частоты $f = f(\lambda)$ – (б) от длины волн λ ; метки 3 и 4 минимальные значения фазовой ($c_{ph} = c_g = 23.13$ см/с) и групповой ($c_g^{\min} = 17.77$ см/с) скорости волн.

В ходе опытов вначале проводилась регистрация картины растекания окрашенной капли, падающей на невозмущенную поверхность, которая, как оказалось, количественно и качественно согласуется с данными опытов [3, 4]. В ходе продолжительной выдержки внесенная краска размывалась процессами диффузии и остаточными движениями в бассейне. После установления стационарного поля плоских волн последовательно включались камера и дозатор капель. Регистрация прекращалась, когда один из компонентов поверхностного течения выходил за границы поля наблюдения.

Картина растекания капли, упавшей на взволнованную поверхность, на начальном этапе практически совпадает с наблюдаемой в невозмущенной жидкости [3, 4] и слабо зависит от частоты базовых поверхностных волн.

В поле высокочастотных поверхностных волн (Рис. 2, $f = 10$ Гц, $\lambda = 2.4$ см) сохраняется общая структура начальной фазы картины течения. Кольцевая капиллярная волна и пять более быстрых (и более коротких волн, видимых на теневой проекции), представлены на Рис. 2б. Формирующийся всплеск окружен группой коротких капиллярных волн, которым соответствует яркое светлое кольцо на тени течения.

Выход кольцевых капиллярных волн из поля зрения при $t = 0.34$ совпал с окончанием перестройки каверны и всплеска в окрашенное пятно первичного контакта, которое смещается прямолинейно $s_p = u_p t + c_p$ в направлении, составляющем угол $\theta = -26.9^\circ$ с групповой скоростью волн c_g .

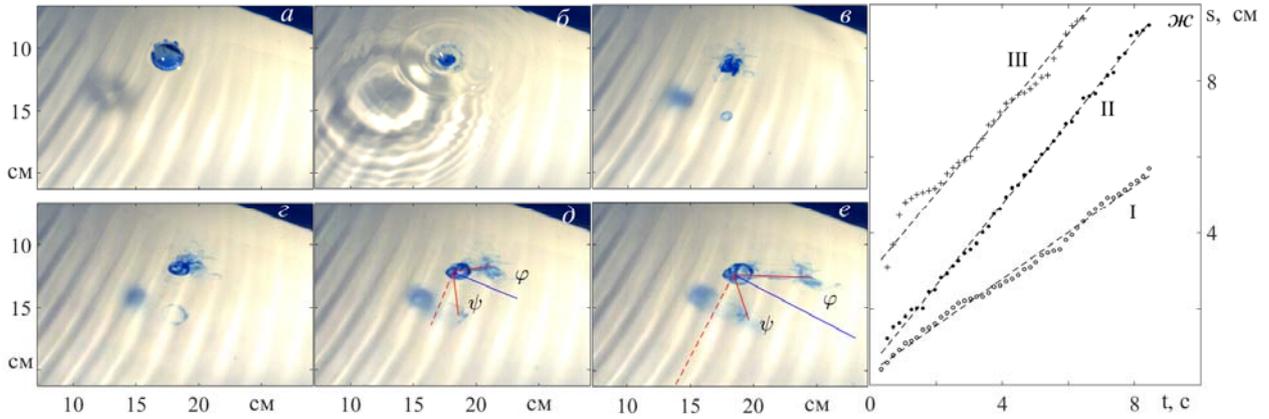


Рис. 2. Эволюция картины растекания окрашенной капли в поле плоских волн ($f = 10 \text{ Гц}$, $\lambda = 2.4 \text{ см}$, $c_g = 20.1 \text{ см/с}$): а – е) – $t = 0.04, 0.2, 1.1, 2.5, 4.3, 7.6 \text{ с}$, ж) – кривые (I – III) – перемещения первичного пятна, передней кромки диполя и центра кольца

При $t = 0.52 \text{ с}$ от пятна, окруженного системой волокон, отделяется погружающееся вихревое кольцо, диаметром $d_r = 0.63 \text{ см}$, и приповерхностный диполь, тонкие волокна в котором постепенно собираются в отдельные группы – пряди. Кольцо перестраивается ($d_r = 1.1 \text{ см}$ $t = 1.1 \text{ с}$, Рис. 2в), при $t = 2.5 \text{ с}$ в нем наблюдаются прозрачные перетяжки и окрашенное утолщение. Достигая дна, кольцо останавливается, теряет регулярную форму (Рис. 5д), начинает расширяться и размываться.

Со временем волокнистая структура главного пятна становится еще более контрастной, длина приповерхностной струйки растет. В интервале $7.6 < t < 11 \text{ с}$ планарная петля трансформируется в сложную волокнистую структуру (Рис. 2е), график зависимости длины которой от времени показан на Рис. 2ж. Быстрая эволюция тонкой структуры течения служит свидетельством влияния тонких лигаментов [9] на динамику переноса и перераспределения вещества.

Горизонтальные перемещения компонентов аппроксимируются линейными функциями с постоянной горизонтальной компонентой скорости $s_i = u_i t + c_i$. Основное пятно окрашенной жидкости – остаток области слияния капли, движется со средней скоростью $u_p = 0.6 \text{ см/с}$ (Рис. 2ж, кривая I). Передняя кромка приповерхностного диполя (кривая II на Рис. 2ж), перемещается со средней в среднем $u_d = 1.1 \text{ см/с}$ (на начальном участке $u_d(0) = 7.6 \text{ см/с}$), в направлении, составляющем $\varphi = 60^\circ$ и 31.4° с групповой скоростью при $t = 4.3$ и 7.6 с . Здесь на начальном участке наиболее быстро движется вихревое кольцо ($u_r(0) = 7.6 \text{ см/с}$, в среднем $u_r = 1.1 \text{ см/с}$, $c_r = 2.9 \text{ см}$. – кривая III на Рис. 2ж) под углом $\psi = -55.7^\circ$ и -30.2° к групповой скорости при $t = 4.3$ и 7.6 с .

Структура течения сохраняет основные свойства во всем диапазоне длин волн. Во всех случаях вещество капли переносится во взволнованной жидкости неравномерно с образованием нескольких независимо движущихся компактных вихревых элементов со сложной внутренней волокнистой структурой.

Образование волокон связывается с неоднородностью распределения компонен-

тов энергии внутренней энергии, включающей доступную потенциальную энергию в течениях со свободной поверхностью, и химической энергии, обусловленной неоднородностью распределения концентрации растворенных веществ, а также различием темпа передачи или освобождения энергии.

Источник финансирования. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 19-19-00598). Эксперименты проведены на стенде ЭСП УИУ «ГФК ИПМех РАН».

Автор благодарен к.т.н. В.Е. Прохорову за помощь в проведении экспериментов и обработке данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Thomson J.J., Newall H.F. On the formation of vortex rings by drops falling into liquids, and some allied phenomena // Proc. R. Soc. London. 1885. V. 29. P. 417–436.
2. Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю. Распад капли на отдельные волокна на границе области контакта с принимающей жидкостью // Доклады РАН. Физика, Технические науки. 2021. Т. 497. С. 31–35.
3. Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю. Полосчатые структуры в картине распределения вещества капли по поверхности принимающей жидкости // Доклады РАН. Физика, Технические науки. 2018. Т. 481. № 2. С. 145–150.
4. Чашечкин Ю.Д. Эволюция тонкоструктурного распределение вещества свободно падающей капли в смешивающихся жидкостях // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2019. Т. 55. № 3. С. 67 – 77.
5. Ersoy N. E., Eslamiana M. Capillary surface wave formation and mixing of miscible liquids during droplet impact onto a liquid film // Phys. Fluids. 2019. V. 31. 012107.
6. Thomson W. Hydrokinetic solutions and observations // Phil. Mag. 1871. V. 42. P. 362–377.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. Гидродинамика и теория упругости. Т. 3. М.–Л. ОГИЗ. ГИТТЛ. 1944. (и все последующие издания)
8. Кистович А.В., Чашечкин Ю.Д. Динамика гравитационно-капиллярных волн на поверхности неоднородно нагретой жидкости // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2007. Т. 43. № 1. С. 109–116.
9. Чашечкин Ю.Д. Пакеты капиллярных и акустических волн импакта капли // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2021. № 1(94). С. 73–92.
10. УИУ “ГФК ИПМех РАН”: <http://www.ipmnet.ru/uniquequip/gfk/#equip>.
11. Chashechkin, Yuli D. Conventional partial and new complete solutions of the fundamental equations of fluid mechanics in the problem of periodic internal waves with accompanying ligaments generation // Mathematics. 2021. V. 9. No.586.



ЭНЕРГЕТИКА, ДИНАМИКА, СТРУКТУРА И АКУСТИКА ИМПАКТА КАПЛИ

Ю.Д. Чашечкин

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
e-mail: yulidch@gmail.com

В последнее десятилетие все большее внимание уделяется изучению динамики процессов передачи вещества и энергии при растекании свободно падающей капли в принимающей жидкости [1, 2]. Изучаются картины слияния как смешивающихся, так и

несмешивающихся жидкостей. Научный и практический интерес также вызывает изучение механизмов генерации волн, как капиллярных, замеченных еще в первых опытах в конце позапрошлого века [3], так и звуковых, которые вначале были зарегистрированы в воздухе [4], а с появлением гидрофонов – и в воде [5]. Уже первые полученные результаты, показавшие возможность использования данных гидроакустических измерений импакта капли для определения интенсивности осадков в удаленных регионах и местоположения технических систем в толще океана [6], способствовали развитию техники измерений.

Число теоретических и экспериментальных работ по изучению процессов отрыва, свободного падения, контакта со свободной поверхностью, растекания капли, переноса вещества в толщу принимающей жидкости, формирования гравитационно-капиллярных и акустических волн, тонких структур распределения вещества, вихрей растет достаточно быстро, обзоры даже по отдельным темам включают сотни работ. В динамике компактного объекта, удобного для лабораторных и численных исследований, выражены и макроскопические (гидродинамические) явления, и физические (волны различных типов), и атомно-молекулярные явления, обусловленные неоднородностью распределения физических параметров около поверхности раздела фаз [7, 8].

В последние годы описание гидродинамических процессов проводится на основе определений жидкости как подвижной среды, равновесное состояние которой характеризуется распределениями термодинамических потенциалов, их производных – термодинамических величин (плотности, энтропии, давления, температуры, концентрации растворенных веществ и взвешенных частиц), коэффициентов молекулярного переноса (кинематической вязкости, температуропроводности и диффузии), параметров переноса волн (скорость звука, света), зарядов (электропроводность) и полей (диэлектрическая и магнитная проницаемости). Течение жидкости определяется как внутренне присущий или вынужденный совместный перенос вещества, импульса и энергии.

Совокупность уравнений состояния и дифференциальных уравнений переноса физических величин образуют систему фундаментальных уравнений высокого ранга, которая дополняется физически обоснованными начальными и граничными условиями. В силу сложности определения условий разрешимости и свойств полного решения системы уравнений, недостаточной полноты эксперимента эволюция картины течений остается недостаточно изученной. В данной работе основное внимание уделено описанию результатов экспериментальных исследований влияния переноса и конверсии внутренней энергии на динамику и тонкую структуру течений импакта капли. Опыты выполнены на стендах ГФК ИПМех РАН [9].

В процессе слияния свободно падающей капли с жидкостью возмущаются все три контактирующие среды – принимающая жидкость, капля и воздушная прослойка, толщина которой может составлять и несколько метров при отрыве капли, и несколько микрометров перед началом собственно процесса слияния. При этом воздух может вытесняться из области контакта, если подлетающая капля имеет выпуклую форму, а может сохраняться в центральной впадине и образовывать тонкий диск, разделяющий две жидкости. При этом контактные поверхности сред могут быть гладкими, а могут быть покрыты мелкими возмущениями, как вершина формирующегося всплеска в [1].

Обычно методической основой исследования капельных течений служит система уравнений Навье-Стокса в приближении постоянной плотности, в которой учитывается поверхностное давление. Недавние экспериментальные исследования тонкой структуры течений [2] и теоретическое изучение физической природы уравнений состояния жидкостей и газов, показали особую роль энергии в динамике течений [3]. Теоретически обоснована целесообразность анализа распределения свободной энтальпии – потенциала Гиббса, который положен в основу определения всех термодинамических ве-

личин – плотности, энтропии, давления, концентрации компонентов [3].

Внутренняя энергия, как и другие потенциалы, распределена в жидкости неравномерно, их значения резко меняются в слоях с большими градиентами физических величин. В окрестности свободной поверхности доступная потенциальная поверхностная энергия сосредоточена в слое толщиной порядка размера молекулярного кластера ($\delta_\sigma \sim 10^{-6}$ см). При слиянии жидкостей свободная поверхность уничтожается и свободная энергия освобождается за короткие времена $\tau \sim \delta_\sigma / U \sim 10^{-8}$ с при характерной скорости слияния $U \sim 1.0$ м/с, типичной для лабораторных исследований импакта капли в режиме образования всплеска, формируя в пространстве тонкие области с высокой плотностью энергии и градиентами термодинамических величин [10]. При образовании новой свободной поверхности образуются тонкие области с дефицитом внутренней энергии и энергии механического движения. В течениях, включающих освобождение или формирование доступной потенциальной поверхностной энергии, важную роль играют процессы прямого преобразования энергии в ходе быстро протекающих атомно-молекулярных взаимодействий.

Значение энергий и состояние контактных поверхностей существенно влияет на динамику капли, которая может отразиться, зависнуть на контактной поверхности или отскочить с потерей части вещества [10]. Периодограмма последовательности процессов отражения и отскока капли приведена на Рис. 1

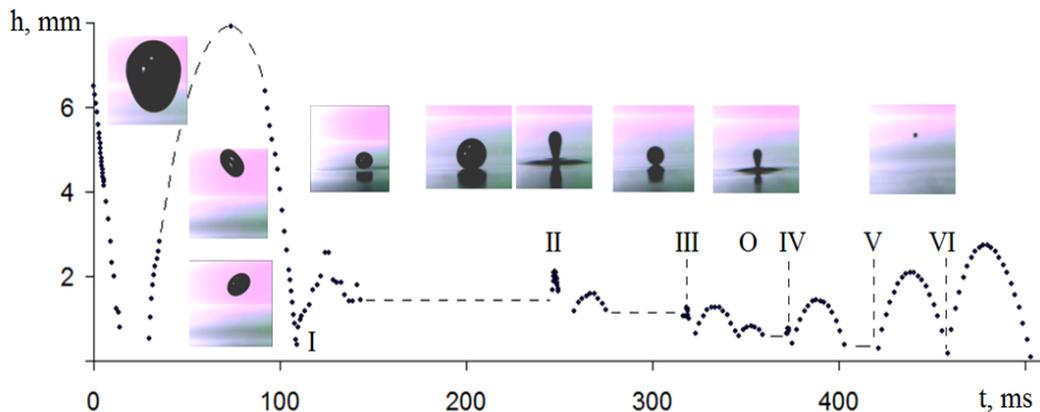


Рис. 1. Периодограмма движения первичной капли и последовательности отброшенных вторичных капелек после потери части оболочки, указаны длительности процессов зависания и потери оболочки вторичных капель

В отскакивающей первичной капле выражены осцилляции Рэлея. По мере уменьшения размеров капли сокращается длительность пребывания на свободной поверхности и продолжительность фазы потери материала капли. С уменьшением размеров и массы капли растет величина отношения доступной потенциальной поверхностной энергии (ДППЭ) к кинетической энергии капли (КЭК), и высота вылета, соответственно. Источником движения служит потерянная часть ДППЭ при уменьшении площади свободной поверхности.

Еще более сложные процессы деформации свободной поверхности наблюдаются на более поздней стадии процесса, когда всплеск и следующая за ним капля (ранее выброшенная с его вершины) контактируют с деформированной поверхностью принимающей жидкости. Образующиеся в процессе слияния замкнутые газовые полости простой или сложной формы активно излучают звуковые пакеты [11]. Фонограмма процесса и синхронизованные фотографии картины течения приведены на Рис. 2.

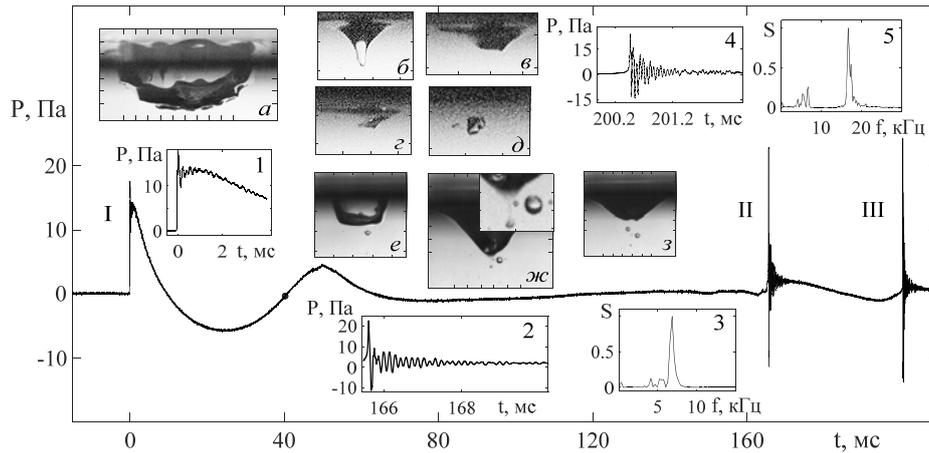


Рис. 2. Фонограмма гидрофона и фотографии картины течения: вставки 1 и 2 – ударный импульс I и пакет II, 3 – спектр пакета II; 4 и 5 – пакет III и его спектр; врезки (деление – 2 мм): а) – каверна, $t = 40.2$ мс, б – д) – газовая полость при $t = 163.7, 165.2, 165.5, 166.2$ мс; е – з) – вторичная каверна, $t = 186.2$ мс; растущая $t = 200.5$ мс и оторвавшаяся газовая полость $t = 203.5$ мс – фрагмент на вставке ж ($D = 0.5$ см, $U = 3.2$ м/с, $We = 701$, $Re = 16000$, $Fr = 209$, $Oh = 0.0017$, $Bo = 3.4$)

Анализ согласованных контактных, оптических и акустических измерений параметров процессов, протекающих при растекании свободно падающей капли в покоящейся принимающей жидкости, показывает, что именно лигаменты обеспечивают причинную связь между компонентами течений различной природы – струйками, всплеском, венцом каверной, газовыми пузырьками, пакетами акустических волн, физические свойства, пространственные и временные масштабы которых заметно отличаются. Линейные модели лигаментов – сингулярно возмущенные решения системы фундаментальных уравнений – изучены достаточно полно [12]. Одной из актуальных задач теоретической гидродинамики становится изучение нелинейных моделей течений с учетом всей совокупности компонентов – и крупных (волн, вихрей, струй) и тонких лигаментов. В силу их большое число и внутренне присущей пространственной и временной разномасштабности многих компонентов, течение оказывается нестационарным даже на ограниченном временном интервале.

На больших временных интервалах дополнительно проявляются эффекты нелинейного взаимодействия всех структурных компонентов – и тонких, и крупных [13]. В частности, при изучении импакта капли необходимо учитывать четыре одновременно протекающих процесса передачи энергии: быстрый локализованный на малых масштабах в ходе атомно-молекулярных взаимодействий, переносной со скоростью потока U , со скоростью звуковых, капиллярных, гравитационных, инерциальных, гибридных и других типов волн c_w , и, наконец самый медленный – диссипативный [14], доминирующий на заключительной стадии затухания вносимых возмущений.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 19-19-00598). Эксперименты проведены на стендах УИУ "ГФК ИПМех РАН".

ЛИТЕРАТУРА

1. Чашечкин Ю.Д. Визуализация тонкой структуры возмущений поверхности жидкости течениями, вызванными упавшей каплей // Прикладная математика и механика. 2019. Т. 83. № 3. С. 403–412.

2. *Чашечкин Ю.Д.* Эволюция тонкоструктурного распределение вещества свободно падающей капли в смешивающихся жидкостях // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2019. Т. 55. № 3. С. 67 – 77.
3. *Worthington A.M.* The splash of the drop. Series “The romance of science” Published by Society for Promoting Christian Knowledge: N. Y.- London: E. & J.B. Young & Co. 1895.
4. *Jones A.T.* The sound of splashes // Science. 1920. V. 52. P. 295–296.
5. *Knudsen P.V.O., Alford R.S., Emling J.W.* Underwater ambient noise // Journal of Marine Research. 1948. V. 7 (3). P. 410–429.
6. *Pumphrey H. C., Crum L. A., Bjørnø L.* Underwater sound produced by individual drop impacts and rainfall // J. Acoust. Soc. Am. 1989. V. 85. P. 1518–1526.
7. *Feistel R.* Thermodynamic properties of seawater, ice and humid air: TEOS-10, before and beyond // Ocean Sciences. 2018, 14, 471–502.
8. *Чашечкин Ю.Д.* Пакеты капиллярных и акустических волн импакта капли // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2021. № 1(94). С. 73–92.
9. УИУ “ГФК ИПМех РАН”: Гидрофизический комплекс для моделирования гидродинамических процессов в окружающей среде и их воздействия на подводные технические объекты, а также распространения примесей в океане и атмосфере. Сайт: <http://www.ipmnet.ru/uniquequip/gfk/#equip>.
10. *Chashechkin Yu. D., Ilynykh A.Yu.* Total coalescence, rebound and fast partial bounce: three kinds of interaction of free fallen drop with a target fluid // Fluid Dynamics & Material Processing (FDMP). 2020. V. 16, No. 4, P. 801–811.
11. *Чашечкин Ю.Д., Прохоров В.Е.* Эволюция структуры акустических сигналов, вызванных ударом падающей капли о жидкость // Акустический журнал. 2020. Т. 66, № 4, С. 377–390.
12. *Chashechkin Yu.D.* Singularly perturbed components of flows – linear precursors of shock waves // Math. Model. Nat. Phenom. 2018. V. 13. No. 2. P. 1-29.
<https://doi.org/10.1051/mmnp/2018020>
13. *Chashechkin, Yuli D.* Conventional partial and new complete solutions of the fundamental equations of fluid mechanics in the problem of periodic internal waves with accompanying ligaments generation // Mathematics. 2021. V. 9. No. 586.
<https://doi.org/10.3390/math9060586>
14. *Chashechkin Y.D.* Foundations of engineering mathematics applied for fluid flows // Axioms. 2021. V. 10. 286. <https://doi.org/10.3390/axioms10040286>.



ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ СРЕДЫ В СИСТЕМАХ РАЗЛИЧНОЙ ГЕОМЕТРИИ ВБЛИЗИ РЕЗОНАНСА

Л.Р. Шайдуллин

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт механики и машиностроения Казанского научного центра Российской академии наук, г. Казань
e-mail: liqn@mail.ru*

Во многих областях науки и техники используются резонаторы прямоугольного и круглого сечений. В связи с этим представляют интерес исследования особенностей движения газа и методы его распространения при вынужденных нелинейных колебаниях в таких системах [1]. Численные исследования резонансных колебаний в трубах с медленно изменяющимся сечением [2] показали, что происходит искажение формы

волны и сдвиг резонансной частоты. В работе [3] рассмотрены различные виды резонаторов в виде конуса, рупора или колбы, где видно, что в отличие от цилиндрических труб возможны колебания без образования ударных волн при больших значениях давления. Известны исследования течений в объемах, которые могут быть использованы при интенсификации перемешивания, при очистке вредных выбросов на предприятиях и осаждения частиц в технических устройствах и др. [4-6].

Исследована динамика ограниченной среды вблизи резонансных частот при колебаниях различной интенсивности для разработки способа эффективного и ускоренного осаждения аэрозоля в волновом поле для экологической очистки газов. Рассмотрена система с одной гармонически колеблющейся границей резонатора с помощью современного виброгенератора высокой точности.

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-79-00144) и гранта президента Российской Федерации (номер гранта МК-297.2020.1).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Rudenko O.V.* Nonlinear standing waves, resonance phenomena, and frequency characteristics of distributed systems // *Acoustical Physics*. 2009. V. 55. № 1. P. 27 – 54.
2. *Hamilton M.F., Ilinskii Y.A., Zabolotskaya E.A.* Linear and nonlinear frequency shifts in acoustic resonators with varying cross sections // *J. Acoust. Soc. Am.* 2001. V. 110. P. 109 – 118.
3. *Mortell M.P., Seymour B.R.* Nonlinear resonant oscillations in closed tubes of variable cross section // *J. Fluid Mech.* 2004. V. 519. P. 183 – 199.
4. *Аганин А.А., Кузнецов В.Б., Мартынов Е.В., Смирнова Э.Т.* Экспериментальное и численное исследование акустических течений около объемных резонаторов // *ПМТФ*. 1997. Т. 38. № 6. С. 61 – 71.
5. *Ingard U.* On the theory and design of acoustic resonators // *J. Acoust. Soc. America*. 1953. V. 25. № 6. P. 1037 – 1061.
6. *Gubaidullin D.A., Zaripov R.G., Tkachenko L.A., Shaidullin L.R.* Deposition of polydisperse gas suspensions with nonlinear resonance oscillations in a closed tube // *J. Acoust. Soc. Am.* 2019. V. 145. № 1. EL30 – EL33.



ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕССА ВПРЫСКИВАНИЯ ЖИДКОСТИ НА ПРИМЕРЕ ТОПЛИВНОЙ СИСТЕМЫ ДИЗЕЛЯ

М.Г. Шатров, А.Я. Яковенко, А.А. Предеин, С.С. Казаков, Б.И. Хазиев, А.С. Лазовский
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ)», г. Москва
e-mail: iakovenko_home@mail.ru

Одним из важных показателей, оценивающих процесс впрыскивания жидкости в окружающую среду, является звуковое давление, величина которого может быть значительной, например, в двигателе внутреннего сгорания данное при впрыскивании топлива в камеру сгорания дизеля. При этом величина давления впрыскивания может дости-

гать 200-250 МПа, доходя до 300 МПа. Также на процесс впрыскивания оказывают значительное влияние физические характеристики жидкости, форма и размер отверстия, через которое осуществляется впрыск и другие факторы [1-4]. В связи с этим представляет научный интерес изучение акустических характеристик процесса впрыскивания жидкости при разных условиях впрыскивания.

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА И ПРИМЕНЯЕМОЕ ОБОРУДОВАНИЕ

В качестве исследуемого параметра процесса впрыскивания жидкости было выбрано звуковое давление. Его измерение проводилось на специализированной безмоторной установке, показанной на рис. 1, разработанной в МАДИ.



Рис. 1. Экспериментальная установка для исследования впрыскивания жидкости

Для измерения звукового давления использовался аппаратно-программный комплекс LMS Pimento (Бельгия) и измерительные микрофоны, расположенные на разных расстояниях от носка распылителя напротив распыливающего отверстия для исследования распространения струи жидкости в пространстве.

Управление работой форсунки выполнялось с помощью разработанных на кафедре «Теплотехника» и автотракторные двигатели» МАДИ системы управления и программного обеспечения.

При проведении эксперимента задавались различные давления впрыскивания и продолжительность управляющего импульса на форсунку. Для сравнения были проведены измерения акустических параметров впрыскивания дизельного топлива, растительного масла и специальной калибровочной жидкости, которая имитирует дизельное топливо при проверке топливной аппаратуры.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

По результатам измерений были получены зависимости звукового давления от времени (рис. 2), а также его спектры (рис. 3) и общие уровни. Данные для различных жидкостей и режимов впрыскивания были сопоставлены между собой.

Анализ полученных результатов показал, что при впрыскивании жидкости на кривых звукового давления наблюдаются области, которые соответствуют распространению звука (в начале кривой) и движению среды за счет перемещения впрыскиваемой жидкости в пространстве. Данные области отделены друг от друга по времени из-за значительных различий в скорости распространения давления.

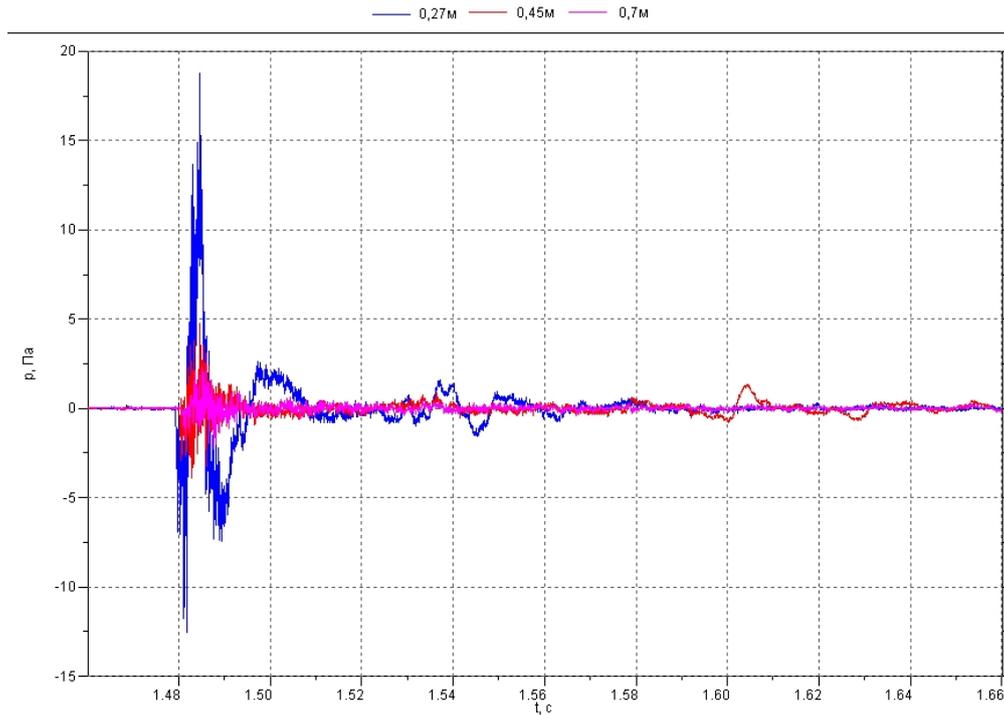


Рис. 2. Пример результатов измерений звукового давления на различных расстояниях от распылителя форсунки

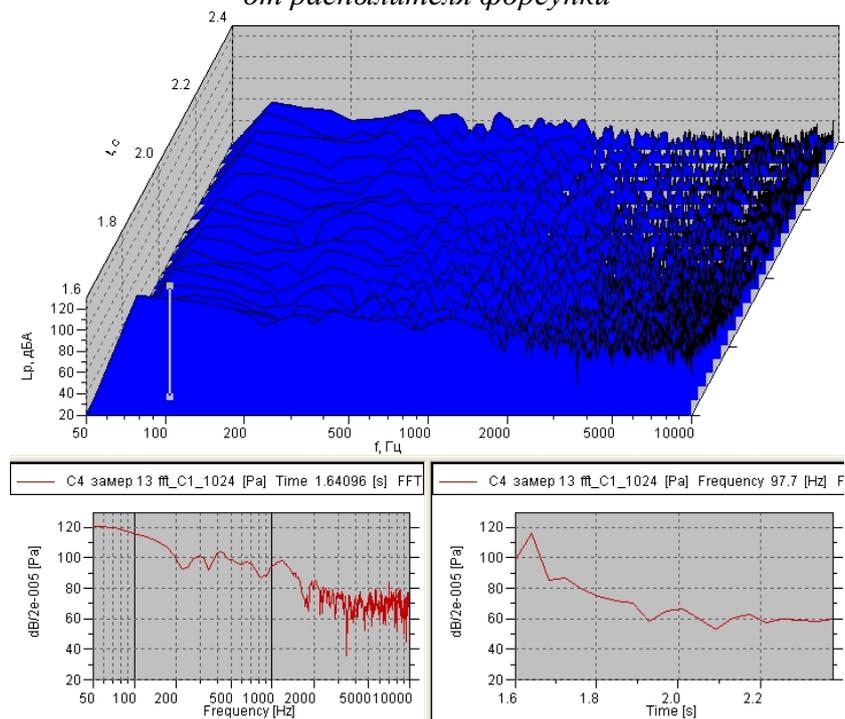


Рис. 3. Пример спектральных характеристик звукового давления

Было установлено, что для более вязких жидкостей амплитуда изменения звукового давления меньше, а указанные выше области на графике изменения звукового давления от времени выражены слабее. Например, максимальные амплитуды давления для калибровочной жидкости в 2,5...3 выше, чем у масла для различных давлений впрыскивания (50...150 МПа) и длительности управляющего импульса (0,5 мс и 1,0 мс). При удалении микрофона от носка распылителя форсунки амплитуды давления уменьшаются в масштабе всего графика.

Сопоставление спектров для различных жидкостей показало, что основная доля звуковой энергии при впрыскивании сосредоточена в области низких и средних частот.

ВЫВОДЫ

1. Разработана и апробирована методика экспериментальной оценки акустических характеристик процесса впрыскивания жидкости в среду. В качестве основного измеряемого параметра было принято звуковое давление, которое имеет корреляцию с характеристикой впрыскивания жидкости.

2. Результаты измерений звукового давления для различных жидкостей показали, что его изменение происходит как за счет распространения звуковой волны, так и за счет перемещения впрыскиваемой жидкости в пространстве. При этом с ростом вязкости жидкости происходит уменьшение амплитуд колебаний звукового давления.

БЛАГОДАРНОСТИ И ССЫЛКИ НА ГРАНТЫ

Научные исследования проводятся при финансовой поддержке Российского научного фонда по соглашению № 19-19-00598 от 23 апреля 2019 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Алексеев И. В., Морозов К. А., Горшков Ю. В.* и др. Двигатели автотракторной техники. Москва : Компания КноРус, 2016. – 400 с.
2. *Мальчук В. И., Шатров М. Г., Дунин А. Ю.* Система подачи альтернативных топлив в камеру сгорания дизеля // Тракторы и сельскохозяйственные машины. 2007. № 4. С. 34-37.
3. *Дунин, А. Ю.* Совершенствование системы совместной подачи двух топлив в камеру сгорания дизеля через одну форсунку : специальность 05.04.02 "Тепловые двигатели" : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Дунин Андрей Юрьевич. – Москва, 2006. – 196 с.
4. *Дунин А. Ю., Горбачевский Е. В., Душкин П. В.* [и др.] Влияние состава топлива на основе масел растительного происхождения на режим работы электрогидравлической форсунки // Транспорт на альтернативном топливе. 2017. № 4(58). С. 48-58.



ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ЖИДКОСТИ В ТОРОИДАЛЬНЫХ СОСУДАХ ПРИ УСЛОВИЯХ МИКРОГРАВИТАЦИИ

Юй Чжаокай
 МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва
 e-mail: yuzhaokai933@mail.ru

Явление плескания топлива в ракетах при больших эффективных силах тяготения и последствия этого явления широко известны и вполне изучены в монографиях [1-2]. В настоящее время в связи с созданием орбитальных станций и разгонных блоков важную роль приобретает проблема плескания топлива в условиях микрогравитации (10^{-6} - $10^{-4}g_0$, где $g_0=9.81$ м/сек²), когда существенно проявляется влияние силы поверхностного натяжения.

В монографии [3] обобщены результаты исследования статики и динамики жидкости в условиях, близких к невесомости. В статьях [4-5] приведены приближённо-аналитические методы для вычисления частот и форм колебаний капиллярной жидкости в сосудах, имеющих форму цилиндра и сферы. Следует отметить, что в последнее

время стали использоваться топливные баки более сложной формы – в виде коаксиального цилиндра и тороидальные, однако в них поведение жидкости с учётом капиллярного эффекта недостаточно исследовано.

Вывод условий равновесия гидромеханической системы газ-жидкость-твёрдая стенка для тороидальных сосудов и алгоритм решения задачи статики в условиях микрогравитации были подробно описаны в статье [6]. А в статье [7] представлено решение задачи о равновесии и колебаниях капиллярной жидкости в коаксиально цилиндрических сосудах. В настоящей работе исследованы колебания капиллярной жидкости в тороидальных сосудах с использованием метода конечных элементов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть вектор ускорения действует параллельно продольной оси симметрии сосуда. Введём цилиндрическую систему координат $Or\theta z$ (рис. 1), а также криволинейную систему координат $Os\theta h$ таким образом, чтобы поверхность Γ_0 имела уравнение $h = 0$ и координатные линии h были направлены по нормали \vec{n} к Γ_0 .

По сравнению с постановкой задачи о малых колебаниях жидкости в наземных условиях, капиллярная специфика проявляется в кинематическом и динамическом условиях на свободной поверхности Γ_0 , также в краевом условии на линии трёхфазного контакта γ . Так как движение малое и полная производная функции свободной поверхности равна нулю, получено кинематическое условие с учётом искривления поверхности. Применяя интеграл Коши-Лагранжа и условие Лапласа для перепада давления на свободной поверхности, выведено динамическое условие с учётом изменения кривизны поверхности. Для вывода краевого условия на линии смачивания используем условие Дюпре-Юнга $\vec{n} \cdot \vec{n}_\Sigma = \cos \alpha_0$ и предположение сохранения угла смачивания $\delta(\vec{n} \cdot \vec{n}_\Sigma) = 0$, где α_0 – угол смачивания жидкости на твёрдой стенке сосуда. Введём характерные значения и преобразуем формулировку задачи в безразмерную.

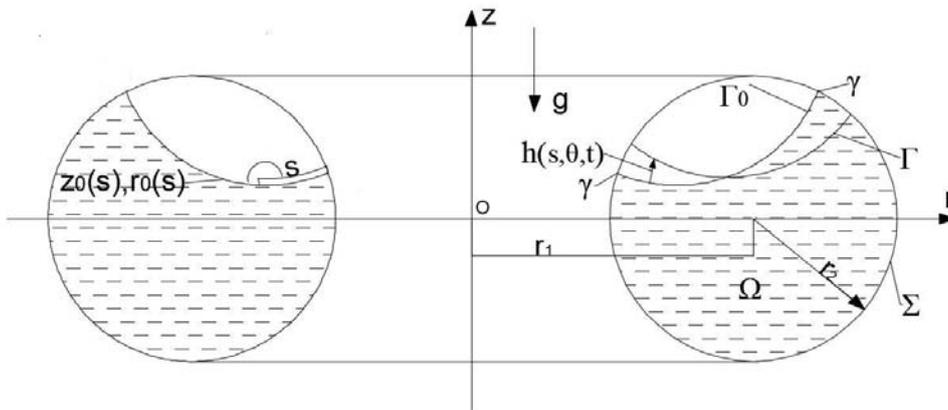


Рис. 1. Основные обозначения параметров жидкости:

$z_0(s)$ и $r_0(s)$ – равновесная свободная поверхность; $h(s, \theta, t)$ – отклонение возмущённой поверхности Γ от равновесной Γ_0 по нормали; γ – линия смачивания; Σ – смоченная поверхность сосуда; Ω – область, которую занимает жидкость; r_1 – радиус осевой окружности тора; r_2 – радиус окружности меридиана тора.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ И ФОРМ КОЛЕБАНИЙ

Запишем вариационную формулировку поставленной задачи и вспомогательную задачу Неймана методом Галеркина. Исключив переменные времени и угла θ , получим двухмерную задачу на определение собственных частот и форм колебаний жидкости с

учётом капиллярного эффекта. Выбираем треугольный элемент для дискретизации прарового сечения жидкости на рис. 1 и вычисляем матрицы жёсткости и массы задачи.

Решение задачи о малых колебаниях капиллярной жидкости в тороидальных сосудах проводилась в следующей последовательности: определение формы равновесной свободной поверхности капиллярной жидкости $z = z_0(s)$, $r = r_0(s)$; создание геометрической модели области жидкости и выполнение дискретизации треугольными элементами; определение матриц жёсткости \mathbf{K} и массы \mathbf{M} жидкости на основе численного интегрирования функции методом Гаусса; решение задачи на определение собственных частот и форм колебаний жидкости с применением метода Guyan Reduction.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В таблице 1 приведены собственные частоты колебаний жидкости в условиях микрогравитации при различных значениях числа Бонда B_0 и объёма заполнения сосуда жидкостью. Для каждого объёма заполнения существуют свои характерные числа Бонда, при превышении которых собственные частоты приближаются к экспериментальным значениям, полученным в наземных условиях [8].

Таблица 1. Первая собственная частота колебаний жидкости при, $r_1=1.87$, $\alpha_0=5^\circ$, где $\lambda_0^* = \omega_1^2 r_2 / g_0$

$B_0 \backslash \beta$	1	2	3	4	5	6	8	10	1000	$\lambda_0^*, [8]$
20%	0.051	0.074	0.085	0.089	-	-	-	-	0.103	0.084
50%	0.010	0.092	0.134	0.153	0.167	0.176	-	-	0.220	0.226
80%	-	-	-	0.046	0.085	0.127	0.191	0.217	0.384	0.406

Собственные формы колебаний жидкости относительно равновесной свободной поверхности в условиях микрогравитации показаны на рис. 2. При сравнении с формами колебаний жидкости, заполняющей тороидальные сосуды в наземных экспериментах [8], можно сказать, что в данной работе полученные собственные формы колебаний жидкости достоверны.

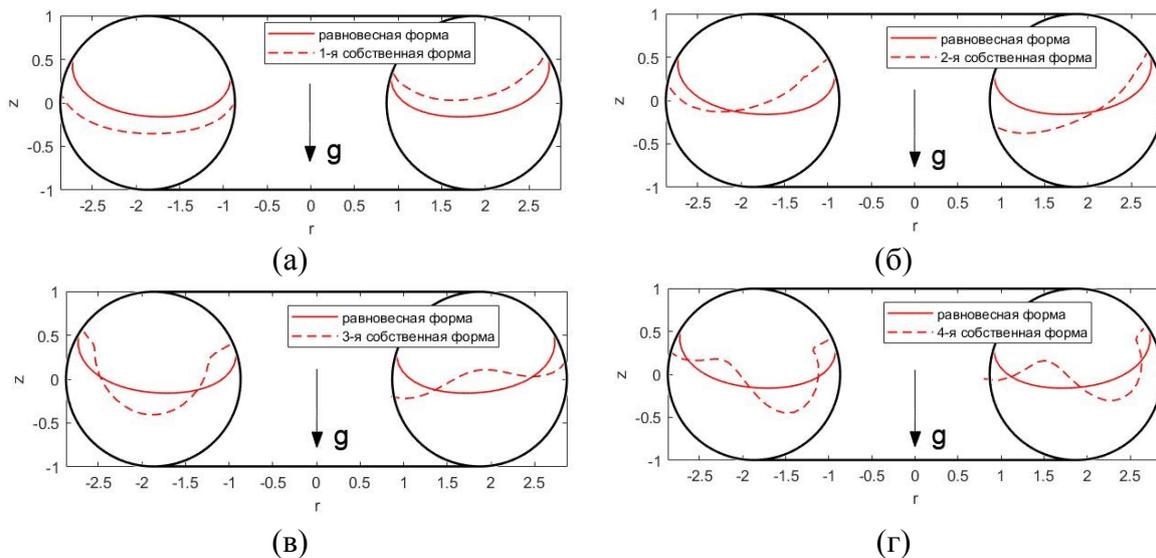


Рис. 2. Собственные формы колебаний жидкости при $r_1=1.87$, $B_0=5$, $\alpha_0=5^\circ$, $\beta=50\%$

(а)-первая, (б)-вторая, (в)-третья, (г)-четвертая

ВЫВОДЫ

В условиях микрогравитации сила поверхностного натяжения и поведение жидкости около линии смачивания имеют большое влияние на динамические характеристики жидкости. В тороидальных сосудах жидкое топливо имеет более сложное поведение и это усложняет решение задачи в условиях микрогравитации. При увеличении числа Бонда свободная поверхность приближается к плоской и в этих условиях можно пренебречь влиянием силы поверхностного натяжения для оценки собственных частот колебаний.

Автор выражает благодарность доц. А.Н. Темнову за помощь в формулировке задачи и плодотворные обсуждения результатов работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по стипендиям Китая.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Abramson H. N.* The Dynamic Behavior of liquids in Moving Containers. NASA SP-106. 1966. 467 p.
2. *Мусеев Н. Н., Петров А. А.* Численные методы расчёта собственных частот колебаний ограниченного объёма жидкости. М: Вычислительный центр АН СССР. 1966. 272 с.
3. *Мышкис А. Д., Бабский В.Г., Жуков М.Ю., Копачевский Н.Д., Слобожанин Л.А., Тюпцов А.Д.* Методы решения задачи гидромеханики для условий невесомости. Киев: Наукова Думка. 1992. 592 с.
4. *Wang Z., Deng Z.* Sloshing of Liquid in Spherical Tank at Low-gravity Environments // Chinese Journal of Space Science. 1985. vol. 5 (4). pp. 294–302.
5. *Dodge F.T., Garza L.R.* Experimental and Theoretical Studies of Liquid Sloshing at Simulated Low Gravity // J. Appl. Mech. 1967. vol. 34 (3). pp. 555–562.
6. *Юй Чжаокай, Темнов А. Н.* Исследование равновесной свободной поверхности капиллярной жидкости в тороидальном сосуде // Инженерный журнал: наука и инновации. 2021. вып. 3. С. 1–11.
7. *Юй Чжаокай, Темнов А. Н.* Равновесие и колебания свободной поверхности жидкого топлива в коаксиально-цилиндрических сосудах в условиях микрогравитации // Инженерный журнал: наука и инновации. 2021. вып. 8. С. 1–15.
8. *Meserole J. S., Fortini A.* Slosh dynamics in a toroidal tank // Journal of Spacecraft and Rockets. 1987. vol. 24. № 6. pp. 523-531.



МНОГОФАЗНЫЕ ТЕЧЕНИЯ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ РАСПЛАВОВ С ВОДОЙ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ПРОБЛЕМЕ ПАРОВОГО ВЗРЫВА

С.Е. Якуш

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

e-mail: yakush@ipmnet.ru

Взрывные явления, происходящие при резком вскипании жидкостей, относятся к категории физических взрывов, поскольку выделение энергии, преобразующейся в механическую энергию взрывной волны, не связано с химическими превращениями, а является результатом быстрого фазового перехода [1]. Энергетика взрыва при этом может быть обусловлена как внутренней энергией перегретой жидкости (например, при взрывах резервуаров высокого давления со сжиженными газами), так и внешними источниками (контактом с высокотемпературными материалами, электрическим или лазерным

пробоем).

Одним из видов физического взрыва, изучение которого особенно актуально в области безопасности атомной энергетики, является паровой взрыв (steam explosion, vapor explosion), происходящий при контакте высокотемпературного расплава активной зоны реактора с водой или иным теплоносителем, имеющим температуру кипения ниже температуры расплава [2]. Вскипание более летучей жидкости при этом обусловлено передачей части внутренней (латентной) энергии расплава, а взрывной характер взаимодействия обусловлен дроблением капель расплава, приводящим к резкому увеличению площади межфазной поверхности (аналог самоускоряющейся экзотермической химической реакции).

Обзор экспериментальных работ по проблеме парового взрыва можно найти в недавних работах [2–4]. В настоящем докладе рассмотрены основные теплофизические и гидродинамические явления, сопровождающие паровые взрывы, с акцентом на проблемы их математического описания и численного моделирования.

ПРОЦЕССЫ ПРИ ПАРОВЫХ ВЗРЫВАХ

К настоящему времени достаточно хорошо установлено, что развитие парового взрыва протекает в четыре стадии: предварительное перемешивание, инициирование (триггеринг), распространение взрывной волны, расширение продуктов взрыва. Наиболее исследованным является случай парового взрыва, при котором струя расплава попадает в достаточно глубокий бассейн с водой. При этом происходит полная фрагментация струи с образованием первичных дисперсных капель (грубое диспергирование), смешивающихся с водой и образующих область трехфазной смеси «расплав–вода–пар». Именно в этой области возможно распространение инициирование и распространение волны парового взрыва, причем характеристики волны и сама возможность триггеринга существенным образом зависят от таких параметров, как объемные доли фаз, диаметр и избыточная (по отношению к температуре плавления) температура расплава.

Другим типом парового взрыва, интерес к которому возник в последнее время, является случай попадания струи расплава в мелкий бассейн, глубина которого недостаточна для существенной фрагментации струи. В этом случае возникает стратифицированная конфигурация, в которой растекающийся по дну бассейна слой расплава отделен паровой пленкой от находящейся выше воды. Как показывают эксперименты [5], на поверхности расплава возникают интенсивные всплески высотой в несколько сантиметров, что обеспечивает предварительное перемешивание даже в такой, на первый взгляд устойчивой, конфигурации. В качестве механизма возникновения всплесков выдвинуты гипотезы удара кумулятивных струек при схлопывании пузырьков горячего пара, захваченных холодной водой. Возможность реализации такого механизма, сходного с явлением кавитации, но имеющего существенные отличия, изучалась в [6], где было показано, что возможен выброс капель расплава размером в несколько миллиметров на высоту порядка 5 см. Однако более детальное изучение предварительного перемешивания требует соответствующих экспериментальных исследований и численного моделирования.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МОДЕЛИ

В настоящее время в мире разработаны и используются ряд специализированных компьютерных кодов, предназначенных для оценки опасностей паровых взрывов в атомной энергетике (TEXAS-V, VAPEX, MC3D и др.). В основе этих кодов лежат уравнения механики многофазных сред и многожидкостные модели, включая эйлеровы модели для пароводяной смеси, и эйлеровы или лагранжевы модели для капель расплава. Несмотря на значительный прогресс в развитии численных методов и рост мощности

вычислительных платформ, высокая сложность теплофизических и гидродинамических взаимодействий при паровых взрывах до сих пор является причиной значительных неопределенностей в расчетах. Например, при попытке моделирования экспериментов по стратифицированным паровым взрывам [5] кодом MC3D, в работе [7] были получены значительно отличающиеся от измеренных времена взрывного воздействия и показана сильная чувствительность результатов к параметрам области предварительного перемешивания.

Адекватность предсказаний математических моделей многофазных сред, основанных на многожидкостном представлении, в определяющей степени зависит от используемых в них замыкающих соотношений, которые зачастую получены в стационарных условиях, при другой геометрии и параметрах течения. Поэтому важную роль играет прямое численное моделирование взаимодействий с разрешением межфазной границы и описанием протекающих на ней процессов механического взаимодействия, фазовых переходов и т.д. Такие расчеты, конечно, невозможно на данном этапе развития вычислительных средств проводить для полномасштабных систем, однако они важны для понимания механизмов взаимодействия, а также могут применяться для уточнения замыкающих соотношений.

Для описания многофазных течений несмешивающихся жидкостей, разделенных соответствующими межфазными поверхностями, применяются различные подходы, среди которых можно выделить численные модели с резкой границей (описываемой неявно как поверхность нулевого уровня функции расстояния, определенной в ячейках расчетной сетки), а также модели, основанные на определенном (контролируемом) размывании резкой границы на малое число сеточных ячеек [8]. Наиболее популярным методом второго типа является так называемый метод объема жидкости (Volume of Fluid, VOF), в котором для описания многофазной системы вводится эффективная жидкость, свойства которой зависят от объемных долей фаз, которые описываются соответствующими уравнениями неразрывности (или следующими из них уравнениями переноса для объемных долей фаз).

В качестве примера прямого численного моделирования процессов, относящихся к различным стадиям парового взрыва, рассмотрим всплеск расплава при ударе струйки воды по горизонтальной поверхности расплава, важное для понимания механизмов предварительного перемешивания при стратифицированном паровом взрыве, а также развитие неустойчивости поверхности и фрагментацию капли расплава, окруженной паровой пленкой, при прохождении взрывной волны.

На рисунке 1 показано взаимодействие цилиндрической струйки воды с расплавом олова, демонстрирующее формирование каверны на поверхности расплава, разлет капель воды и расплава, последующее схлопывание каверны с возникновением кумулятивной струйки расплава. На рисунке 2 показано сравнение рассчитанной видимой формы поверхности расплава с зафиксированной экспериментально в работе [8], показывающее адекватное соответствие численных результатов и эксперимента.

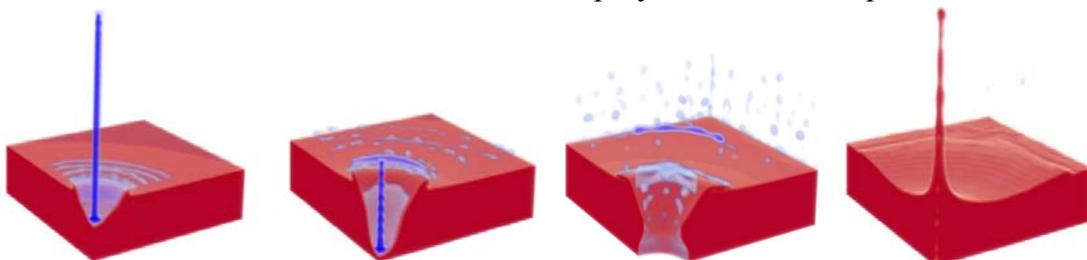


Рис. 1. Удар водяной струйки по расплаву с образованием каверны и последующим всплеском.

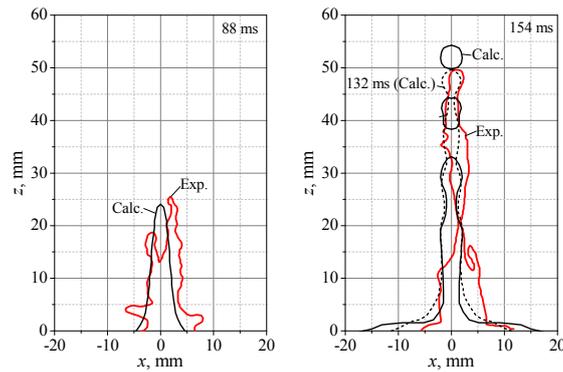


Рис. 2. Сравнение рассчитанной формы всплеска (Calc.) с экспериментальной (Exp.) из работы [9].

Активная фаза парового взрыва включает распространение волны давления по предварительно перемешанной смеси с интенсивным испарением воды за счет тепловой энергии капель расплава. Ключевую роль при этом имеет фрагментация капель расплава в процессе взаимодействия, экспериментальному изучению которой уделяется большое внимание [10–12]. Результаты расчета фрагментации одиночной капли при внезапном повышении окружающего давления представлены на рис. 3. Процесс включает схлопывание паровой пленки, прямой контакт воды с расплавом в виде удара микроструек, ответный всплеск и разлет расплава в виде капель и струй.

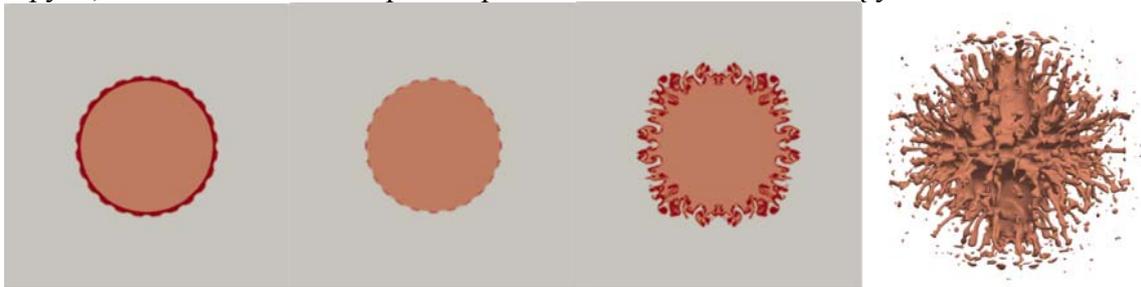


Рис. 3. Расчет развития неустойчивости поверхности капли расплава при взаимодействии с импульсом давления [13, 14].

Явление парового взрыва весьма сложно и многогранно, поэтому прямое численное моделирование всех стадий на данном этапе не представляется возможным. Тем не менее, отдельные стадии и явления, включающие гидродинамическое и тепловое взаимодействие нескольких жидкостей, могут быть рассчитаны в трехмерной нестационарной постановке на основе методов механики многофазных сред. Дальнейшее усложнение постановки применительно к проблематике стратифицированных паровых взрывов состоит в сопряженном расчете трехфазной конфигурации «слой расплава – паровая пленка – слой воды – слой воды», что позволит перейти от моделирования одиночных всплесков к изучению формирования зоны предварительного перемешивания.

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-19-00289). Автор выражает глубокую благодарность своим коллегам по исследованиям О.И.Мелихову, В.И.Мелихову (МЭИ), Ю.Д.Чашечкину, Н.С.Сивакову (ИПМех РАН) за плодотворные обсуждения и проведение численных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гельфанд Б.Е., Сильников М.В. Химические и физические взрывы. М., Полигон, 2003, 416 с.

2. Мелихов В.И., Мелихов О.И., Якуш С.Е. Теплофизика и гидродинамика паровых взрывов. М., ИПМех РАН, 2020, 276 с.
3. Shen P., Zhou W., Cassiaut-Louis N., Journeau C., Piluso P. and Liao Y. Corium behavior and steam explosion risks: A review of experiments // *Annals of Nuclear Energy*. 2018. V. 121. P. 162–176.
4. Мелихов В.И., Мелихов О.И., Якуш С.Е. Термическое взаимодействие высокотемпературных расплавов с жидкостями // *Теплофизика высоких температур*, 2021 (в печати)
5. Kudinov P., Grishchenko D., Konovalenko A., Karbojian A. Premixing and steam explosion phenomena in the tests with stratified melt-coolant configuration and binary oxidic melt simulant materials // *Nucl. Eng. Design*, 2017. V. 314. P. 182–197.
6. Melikhov, V.I., Melikhov, O.I., Yakush, S.E., Le, T.C. Evaluation of energy and impulse generated by superheated steam bubble collapse in subcooled water // *Nucl. Eng. Design*, 2020, V. 366, 110753.
7. Leskovar, M., Centrih, V., Uršič, M., Kokalj, J. Investigation of steam explosion duration in stratified configuration // *Nucl. Eng. Design*, 2019, V. 353, 110233.
8. Tryggvason G., Scardovelli R., Zaleski S. *Direct Numerical Simulations of Gas-Liquid Multiphase Flow*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2011.
9. Yakush S.E., Chashechkin Y.D., Ilinykh A.Y., Usanov V.A. The splashing of melt upon the impact of water droplets and jets // *Appl. Sci.*, 2021, V. 11, 909.
10. Ciccarelli G., Frost D. L. Fragmentation mechanisms based on single drop steam explosion experiments using flash X-ray radiography // *Nucl. Eng. Des.* 1994. V. 146. P. 109–132.
11. Hansson R. C., Park H. S., Dinh T.-N. Simultaneous high speed digital cinematographic and X-ray radiographic imaging of a intense multi-fluid interaction with rapid phase changes // *Exp. Therm. Fluid Sci.* 2009. V. 33 P. 754–763.
12. Manickam L., Qiang G., Ma W., Bechta S. An experimental study on the intense heat transfer and phase change during melt and water interactions // *Exp. Heat Transf.*, 2019, V. 32, P. 251–266.
13. Якуш С.Е., Сиваков Н.С., Мелихов В.И., Мелихов О.И. Численное моделирование взаимодействия капли высокотемпературного расплава с водой // 12-ая Международная конференция - школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах», М.: ИПМех РАН, 2021.
14. Yakush S.E., Sivakov N.S., Melikhov V.I., Melikhov O.I. Numerical modelling of melt droplet interaction with water // *J. Phys. Conf. Ser.*, 2021, V. 2057, 012057.



ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КАПЛИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО РАСПЛАВА С ВОДОЙ

С.Е. Якуш¹, Н.С. Сиваков^{1,2}, В.И. Мелихов^{1,3}, О.И. Мелихов^{1,3}

¹Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва,
e-mail: yakush@ipmnet.ru

²Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана

³Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва

Паровой взрыв – явление, происходящее при быстром вскипании летучей жидкости при взаимодействии с высокотемпературным расплавом. Наиболее значительный интерес проблема парового взрыва представляет в атомной энергетике, где в результате тяжелых аварий на реакторах с водяным теплоносителем возможно взрывное вскипа-

ние воды при контакте с расплавом активной зоны [1]. Паровой взрыв может приводить к динамическим воздействиям на конструкции, создавая угрозу их целостности [2].

Развитие неустойчивости паровой пленки, отделяющей каплю расплава от воды, играет ведущую роль в интенсификации теплопередачи между горячей и холодной жидкостями и приводит к прямому контакту двух жидкостей, с последующей деформацией и фрагментацией капли. Существует несколько возможных механизмов фрагментации капель расплава, предложенных в литературе. В частности, рассматривают механизм, связанный с воздействием микроструй воды на поверхность расплава и последующим возникновением всплесков расплава.

Данная работа посвящена трехмерному численному моделированию взаимодействия капли расплава с водой. Рассматривается сферическая капля олова, окруженная тонкой паровой пленкой, отделяющей ее от воды. Возмущение паровой пленки происходит за счет волны давления, моделируемой заданным законом повышения и спада давления воды, в результате схлопывания паровой пленки происходит удар воды по поверхности капли. Рассмотрено несколько вариантов с различными параметрами иницирующей волны давления, оценено их влияние на взаимодействие. Основным интерес при моделировании представляют возмущения на поверхности расплава.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Для описания трехфазной системы «расплав-вода-пар» используется модель VOF (Volume of Fluid), в которой вводится эффективная жидкость, свойства которой зависят от объемных долей фаз α_k (индекс $k = m, w, v$ здесь и ниже обозначает расплав, жидкую воду и водяной пар, величины без индекса относятся к эффективной жидкости).

Объемные доли фаз α_k скачком меняются от 0 до 1 на границе раздела, однако в модели VOF они считаются непрерывными функциями, что эквивалентно некоторому размытию межфазных границ. Для эффективной жидкости справедливы уравнения неразрывности, импульса и энергии:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_k \alpha_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_k \alpha_k \mathbf{U}) &= \Gamma_k \\ \rho \frac{D\mathbf{U}}{Dt} &= -\nabla P + \nabla \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F}_s \\ \rho \frac{Dh}{Dt} &= \frac{DP}{Dt} + \nabla \lambda \nabla T - \Gamma \Delta h_{ev} \end{aligned}$$

где $\boldsymbol{\tau}$ – тензор вязких напряжений, \mathbf{F}_s – сила поверхностного натяжения, \mathbf{g} – ускорение силы тяжести, Δh_{ev} – скрытая теплота испарения воды. Для отслеживания движения фаз решаются уравнения переноса для объемных долей α_k , в правой части которых присутствуют источниковые члены, учитывающие сжимаемость фаз и наличие фазовых переходов:

$$\frac{\partial \alpha_k}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \alpha_k + \alpha_k (\nabla \mathbf{U}) = -\frac{\alpha_k}{\rho_k} \frac{D\rho_k}{Dt} + \frac{\Gamma_k}{\rho_k}$$

Уравнение неразрывности для эффективной жидкости получается путем сложения уравнений неразрывности для составляющих фаз:

$$\nabla \mathbf{U} = -\sum_{k=1}^K \frac{\alpha_k}{\rho_k} \frac{D\rho_k}{Dt} + \Gamma \left(\frac{1}{\rho_v} - \frac{1}{\rho_w} \right),$$

где $\Gamma = \Gamma_v = -\Gamma_l$ – массовая скорость фазового перехода на единицу объема ($\Gamma > 0$ означает испарению воды).

РЕЗУЛЬТАТЫ

В работе рассмотрено взаимодействие высокотемпературной капли расплава с водой, происходящее за счет схлопывания паровой пленки. Параметры задачи принимались в соответствии с таблицей 1.

Таблица 1: Свойства фаз

Свойство \ Фаза	Плотность, кг/м ³	Теплоемкость, Дж/(кг·К)	Динамическая вязкость, Па·с	Теплопроводность, Вт/(м·К)	Поверхностное натяжение, Н/м
Расплав	6689	263	$0.9 \cdot 10^{-3}$	38.4	0.52
Вода	1027	4181	$0.3 \cdot 10^{-3}$	0.65	0.06
Пар	меняется	1800	$3.5 \cdot 10^{-5}$	0.09	0.06

Расчеты проводились в трехмерной постановке на сетке, содержащей по 200 ячеек в каждом направлении (моделировалась 1/8 часть объема в предположении о симметрии течения). Для состояния пара используется уравнение состояния идеального газа, для воды и расплава используются слабосжимаемая линейная модель.

На рисунке 1 представлены объемные доли расплава и пара для капли расплава радиусом 3.36 мм и температурой 950 К в воде с температурой 293 К, толщина паровой пленки – 0.5 мм. На границе паровой пленки с водой создавались небольшие периодические возмущения, видимые на рисунке для момента времени 10 мкс.

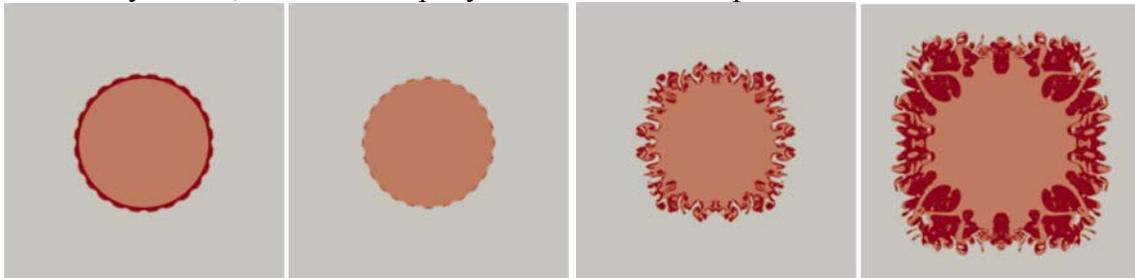


Рис. 1. Взаимодействие капли расплава с водой в моменты времени $t = 10, 20, 200$ и 800 мкс.

Стремительное схлопывание паровой пленки (см. момент 20 мкс) обусловлено высокой разницей давлений между расплавом и водой. Схлопывание приводит к контакту расплава и воды, причем первый контакт происходит в точках, где возмущенная паровая пленка являлась самой тонкой и сопровождается стремительным ростом давления в области контакта, вскипанием воды и утолщением паровой пленки. В зависимости от начальных параметров волны давления может происходить несколько осцилляций паровой пленки, которые приводят к росту возмущений расплава. Расширение пара обусловлено как испарением, так и быстрым падением внешнего давления воды.

Форма поверхности расплава, представленная на рисунке 2, показывает, что при взаимодействии возникают брызги расплава, а также происходит тонкая фрагментация капель, что качественно согласуется с экспериментальными наблюдениями [3, 4].

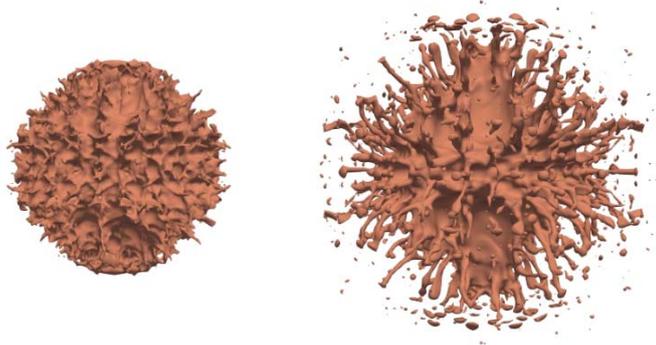


Рис. 2. Поверхность расплава, представленная изоповерхностью объемной доли расплава, $\alpha_m = 0.5$, $t = 200, 800$ мкс.

На рисунке 3 приведены отношения объема паровой пленки и площади поверхности расплава к их начальным значениям, а также их производные по времени. Видно, что изменение площади поверхности расплава и изменение объема паровой пленки происходят синхронно: при схлопывании пленки происходит уменьшение площади расплава, расширение пленки сопровождается нарастанием площади поверхности за счет всплесков и дробления расплава на мелкодисперсные капли.

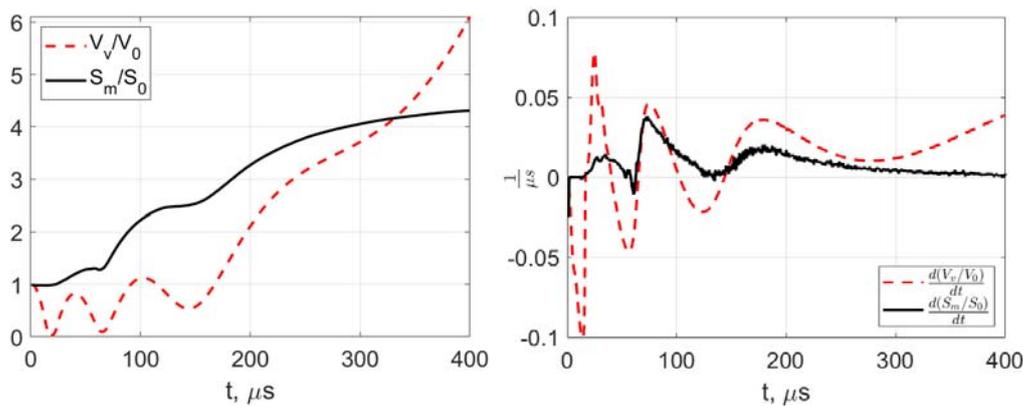


Рис. 3. Относительные объем паровой пленки и площадь поверхности расплава (слева) и их производные по времени (справа).

При численном моделировании взаимодействия капли расплава с водой методом VOF получена картина, согласующаяся с экспериментальными наблюдениями: в процессе взаимодействия происходит значительное нарушение целостности поверхности капли, сопровождающееся разбрызгиванием расплава и мелкой фрагментацией. На протекание взаимодействия существенным образом могут оказывать влияние параметров волны давления (триггеринг), что является предметом дальнейших подробных исследований.

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФ (проект № 18-19-00289).

ЛИТЕРАТУРА

1. Мелихов В.И., Мелихов О.И., Якуш С.Е. Теплофизика и гидродинамика паровых взрывов. М., ИПМех РАН, 2020, 276 с.
2. Shen P., Zhou W., Cassiaut-Louis N., Journeau C., Piluso P. and Liao Y. Corium behavior and steam explosion risks: A review of experiments // Annals of Nuclear Energy.

2018. V. 121. P. 162–176.
3. *Ciccarelli G., Frost D. L.* Fragmentation mechanisms based on single drop steam explosion experiments using flash X-ray radiography // *Nucl. Eng. Des.* 1994. V. 146. P. 109–132.
 4. *Hansson R. C., Park H. S., Dinh T.-N.* Simultaneous high speed digital cinematographic and X-ray radiographic imaging of a intense multi-fluid interaction with rapid phase changes // *Exp. Therm. Fluid Sci.* 2009. V. 33 P. 754–763.



ТОНКАЯ СТРУКТУРА ВОД СЕВЕРО-ВОСТОЧНОЙ ЧАСТИ ЧЕРНОГО МОРЯ, ЕЕ СВЯЗЬ С МЕЗОМАСШТАБНЫМИ ТЕРМОХАЛИННЫМИ АНОМАЛИЯМИ И ВЕРТИКАЛЬНЫМ ТУРБУЛЕНТНЫМ ПЕРЕМЕШИВАНИЕМ

А.Г. Зацепин, О.И. Подымов
Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва
e-mail: zatsepin@ocean.ru

Одним из физических явлений, распространенных в океане и атмосфере, обладающих устойчивой плотностной стратификацией, является тонкоструктурное расслоение этих сред. В океане вертикальные масштабы тонкой структуры составляют от одного до нескольких десятков метров, а горизонтальные – на несколько порядков больше. Сама структура характеризуется либо наличием слоев с пониженными вертикальными градиентами температуры, солености и плотности, разделенных высокоградиентными прослойками (ступенчатая структура), либо слоями с инверсиями температуры и солености (интрузионная или инверсионная структура) [1, 2].

Согласно исследованиям, выполненным авторами настоящей работы, в верхнем 150–200-метровом слое Черного моря существуют мезомасштабные термохалинные аномалии и фронты, наблюдающиеся как в прибрежной, так и в центральной зоне моря. Эти аномалии и фронты, происхождение которых не всегда очевидно, являются генераторами интрузий и тонкой термохалинной структуры инверсионного типа. В областях, где термохалинные аномалии малы, но велики бароклинность (угол между изопикнами и изобарами) и вертикальный сдвиг скорости течения, преобладает тонкая структура ступенчатого типа.

Основной массив обрабатываемых данных составили 44 перпендикулярных берегу гидрофизических разреза длиной 70–100 миль, выполненных STD-зондом с борта НИС «Акванавт» в 1997–2009 гг. в северо-восточной части Черного моря. По этим материалам были рассчитаны и построены в поле плотности аномалии температуры и солености. Основная масса разрезов была выполнена на траверзе г. Геленджика.

Для расчета термохалинных аномалий строилась равномерная сетка, где по горизонтали был шаг в 1 морскую милю, а по вертикали – 1 м для поля глубины и 0.01 кг/м³ для поля условной плотности. По построенной сетке считалось арифметическое среднее для всех значений температуры и солености на отдельном уровне (изопикне и изобаре), после чего полученное среднее вычиталось из значений температуры и солености на данном уровне для каждого из профилей. Полученные в результате значения представляли собой температурные и соленостные аномалии, т.е. отклонения этих характеристик на отдельном горизонте (изобарическая аномалия) и изопикне (изопикническая аномалия) от средней по разрезу.

Каждый вертикальный профиль сглаживался скользящим средним с шагом 15–25 м, после чего сглаженный профиль вычитался из несглаженного и таким путем определялся профиль тонкоструктурных неоднородностей. Эти профили анализировались на

предмет выявления связи между характеристиками тонкой структуры с термохалинными аномалиями (термоклинностью) и вертикальным сдвигом скорости течения (бароклинностью) [3].

Аналогичный подход к выявлению и анализу тонкой структуры был использован при обработке данных измерений профилей температуры, солености, плотности и скорости течения зондом-профилографом «Аквалог» на заякоренной буйковой станции. Установленные закономерности, в целом, согласуются с аналогичными для тонкой структуры инверсионного и ступенчатого типов на STD-станциях судовых разрезов.

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. Выявлены и проанализированы мезомасштабные (протяженностью 20–50 км по горизонтали) изопикнические термохалинные аномалии в верхнем 150–200-метровом слое Черного моря. Эти аномалии и фронты, образующиеся на их границах, являются источниками тонкой структуры инверсионного типа.

2. Установлено, что в диапазоне изменения условной плотности 14.5–16.5 кг/м³ амплитуда температурных аномалий быстро убывает с возрастанием плотности, и ниже изопикн 16.1–16.2 кг/м³ (т.е., глубже 150–200 м), они не превышают значений $\pm 0.02^\circ\text{C}$. При этом вверху (20–70 м) они достигают величин $\pm 0.7\text{--}0.9^\circ\text{C}$. Имеет место сезонная изменчивость амплитуды аномалий и мала ее изменчивость вдоль разрезов.

3. Сравнение амплитуд термических аномалий на изопикнах с амплитудами термических аномалий на изобарах, показало, что последние в 2–4 раза превосходят первые. Корреляционных связей между этими аномалиями не обнаружено. Однако это не означает, что изобарические термические и соленостные аномалии, сформированные, в основном, смещением изолиний по вертикали, не влияют на образование термохалинных аномалий на изопикнах. При этом, изопикнические термохалинные аномалии, формируются, скорее всего, вследствие пространственно-временной неравномерности диапикнических потоков тепла и соли в верхнем 150–200-метровом слоях моря.

4. Показано, что тонкая структура вод на профилях температуры имеет преимущественно инверсионный характер в областях, где произведение амплитуды термической аномалии на изопикне на тангенс угла наклона изотермы к изопикне имеет по модулю достаточно большое значение (т.е., в областях с высокой термоклинностью).

5. Установлено, что тонкая структура вод на профилях температуры, солености и плотности имеет преимущественно ступенчатый характер в областях с низкой термоклинностью и высокой бароклинностью. Кроме того имеется значимая положительная корреляция между интенсивностью тонкой структуры ступенчатого типа и коэффициентом вертикального турбулентного обмена, вычисленного по методике, изложенной в [4]. Эта корреляционная связь в последствие может быть использована для оценки значений коэффициента вертикального турбулентного обмена массой по данным тонкоструктурных измерений профиля плотности STD-зондом.

6. Обнаружены единичные положительные тонкоструктурные аномалии температуры, обусловленные, по-видимому, распространением модифицированных средиземноморских вод в Черном море. Они наблюдались в центральной части моря, в диапазоне глубин 150–500 м, в хорошем соответствии с результатами работы [5].

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена по госзаданию №0128-2021-0002 и при поддержке гранта РФФИ №20-05-00496.

ЛИТЕРАТУРА

1. Федоров К.Н. Тонкая термохалинная структура вод океана. Л.: Гидрометеиздат, 1976. 184 с.

2. *Федоров К.Н.* Физическая природа и структура океанических фронтов. Л.: Гидрометеоиздат, 1983. 296 с.
3. *Федоров К.Н.* О термохалинных характеристиках фронтов в океане // ДАН СССР. 1988. Т.302. С.205-210.
4. *Подымов О.И., Зацепин А.Г., Островский А.Г.* Вертикальный турбулентный обмен в черноморском пикноклине и его связь с динамикой вод // Океанология. 2017. Т. 57 №4. С. 546-559.
5. *Falina A., Sarafanov A., Ozsoy E., Turuncoglu U.* Observed basin-wide propagation of Mediterranean water in the Black Sea // J. Geoph. Res.: Oceans. 2017. Vol. 122. No 4. P. 1-13. DOI: 10.1002/2017JC012729.



Содержание

Предисловие	5
<i>Bardakov R.N.</i> The Fine Flow Structure and Internal Waves Inside the Stratified Fluid Produced by the Fall of a Liquid Drop	6
<i>Bardakov R.N.</i> The Fine Structure of Edge Vortex near Rotating Disk in a Fluid.....	8
<i>Dimitrieva N.F., Chashechkin Yu.D.</i> Waves and Vortex near a Wedge in a Stratified Fluid	10
<i>Fraunié P.</i> Observation of Mesoscale Vortices in Mediteranean Sea	12
<i>Otajonov S.R., Tsoy E.N., Abdullaev F.Kh.</i> Quantum Droplet Generation and Modulational Instability in Two-Dimensional Binary Bose–Einstein Condensates.....	14
<i>Абди X., Мелихов В.И., Мелихов О.И.</i> Анализ поперечного обтекания трубного пучка двухфазным потоком с помощью кода STEG.....	16
<i>Аганин А.А., Мустафин И.Н.</i> Численное моделирование ударно-волновых импульсов при коллапсе кавитационных пузырьков в воде.....	18
<i>Агеев А.И., Осипцов А.Н.</i> Влияние пульсаций внешнего потока на течение вблизи супергидрофобной поверхности	21
<i>Аллилуева А.И.</i> Распространение волновых пакетов и узких пучков в средах с неоднородностями, локализованными на гиперповерхностях	24
<i>Амелюшкин И.А., Ибрагимов У.Г., Морозов А.О.</i> Исследование режимов взаимодействия переохлажденных капель с твердым телом в потоке воздуха.....	25
<i>Ахунов А.А.</i> Численное моделирование формирования зоны обратного тока первичного воздушного потока	28
<i>Байдулов В.Г.</i> О решении обратной задачи движения источника в стратифицированной жидкости	31
<i>Байдулов В.Г.</i> Термомеханические модели радиальных колебаний звезд и условия определяющие положения равновесия.....	35
<i>Бедретдинов М.М., Мелихов О.И., Степанов О.Е.</i> Валидация кодов КОРСАР/ГП и СОКРАТ/В1 на опытных данных по выкипанию теплоносителя в тепловыделяющей сборке	36
<i>Белоножко Д.Ф., Очиров А.А., Садриева Н.М.</i> О влиянии поверхностного электрического заряда на закономерности реализации неустойчивости Фарадея	39
<i>Булатов В.В., Владимиров В.Ю.</i> Дальние поля внутренних гравитационных волн от вспыхнувшего источника радиальной симметрии.....	41
<i>Бырдин В.М.</i> Об обратноволновой концепции в общей теории волн, в механике и электродинамике	44
<i>Бырдин В.М.</i> О затухании волн: скоростной механизм, структурные коэффициенты, модовая добротность, дисперсионный анзац.....	49
<i>Везуб Н.А., Простомолотов А.И., Жохов А.А.</i> Вихреобразование в непроточном кристаллизаторе	52

<i>Вигдорович И.И., Агеев А.И., Манаенкова Т.А.</i> Интеграл Крокко и законы стенки для скорости и температуры в сверхзвуковом турбулентном пограничном слое	55
<i>Вин К.</i> Угловые вынужденные колебания цилиндрической полости с двухслойной жидкостью вокруг горизонтальной оси	57
<i>Волков Г.Ю., Мелихов В.И., Мелихов О.И.</i> Проблемы численного моделирования конденсационного гидроудара двухжидкостными кодами и возможный механизм падения давления перед гидроударом	60
<i>Гайдуков Р.К.</i> Обтекание вязкой жидкостью динамически изменяющейся во времени поверхности с малыми неровностями	64
<i>Гайдуков Р.К., Фонарева А.В.</i> Двухпалубная структура пограничного слоя в течении индуцированным равномерно вращающимся диском с малыми периодическими неровностями на поверхности	67
<i>Гайфуллин А.М., Жвик В.В.</i> Новые результаты теории струй	70
<i>Гафиятов Р.Н.</i> Прохождение акустической волны через среду, содержащую движущийся слой многофракционной жидкости с пузырьками	72
<i>Голубкина М.В., Осипцов А.Н.</i> Ударные волны с частичной и полной дисперсией в газокапельном потоке с испаряющимися каплями	73
<i>Горкунов С.В.</i> Эффективная ударная адиабата канала с периодическими препятствиями	76
<i>Григорьев А.И., Ширяева О.С.</i> О возможности экспериментального исследования закономерностей реализации электростатической неустойчивости высоких азимутальных мод капиллярных волн на струе	79
<i>Губайдуллин Д.А.</i> Особенности динамики и акустики газокапельных и пузырьковых сред	82
<i>Губайдуллин Д.А., Зарипов Р.Р.</i> Распространение плоских, цилиндрических и сферических волн в многофракционных полидисперсных парогазокапельных средах	85
<i>Гущин В.А., Смирнова И.А.</i> Математическое моделирование динамики коллапса цепочки пятен турбулентности в стратифицированной жидкости	88
<i>Джафари У.Н., Мелихов В.И., Мелихов О.И.</i> Расчет кодом OPENFOAM перемешивания жидкости в тройниковом соединении	91
<i>Дмитренко А.В., Колпаков М.И., Закутнов С.А.</i> Перенос тепла при конденсации в потоке пар–жидкость в турбулентных течениях на основе стохастической теории турбулентности	94
<i>Дунин А.Ю., Куинь Н.Т., Душкин П.В., Филиппова Е.М., Цоколаев Е.А., Штоль И.В.</i> Методика и результаты экспериментального исследования зависимости формы дифференциальной характеристики впрыскивания от волновых явлений в линии высокого давления топливной системы	97
<i>Дьяченко М.И.</i> Гидродинамические модели сложных механических систем	100
<i>Ёлкин Д.Н., Зацепин А.Г.</i> Образование субмезомасштабных вихрей на шельфе Черного моря и исследование механизмов в лабораторном физическом эксперименте	102

<i>Епифанов В.П., Лычев С.А.</i> О периодичности механических свойств тонкого льда, замораживание которого осуществлялось в условиях стесненного деформирования.....	106
<i>Ермаков М.К.</i> Моделирование вихревого течения с воронкой на основе матричного метода.....	110
<i>Ермишина В.Е., Чесноков А.А., Лятидевский В.Ю.</i> Эволюция внутренних волн в слоистой стратифицированной жидкости.....	113
<i>Загуменный Я.В., Чашечкин Ю.Д.</i> Особенности переноса визуализирующей примеси в стратифицированном течении около вертикальной пластины.....	114
<i>Ильиных А.Ю.</i> Последовательности отскоков в режиме частичного слияния капли с жидкостью.....	117
<i>Ильиных А.Ю.</i> Распад контактной поверхности и последующая эволюция тонких течений импакта капли.....	120
<i>Ильиных А.Ю., Чашечкин Ю.Д.</i> Визуализация продуктов химической реакции в течениях импакта капли.....	124
<i>Испулов Н.А., Жумабеков А.Ж., Абишев К.К., Досумбеков К.Р.</i> О распространении упругих волн в анизотропных средах тетрагональной сингонии с термоупругими свойствами.....	127
<i>Кабиров А.А., Губайдуллин Д.А.</i> Акустотермический эффект при сильно нелинейных колебаниях газа в однородной закрытой трубе на резонансе.....	130
<i>Казанков В.К., Холодова С.Е., Перегудин С.И.</i> О существовании аномальных волновых явлений в сплошных средах.....	132
<i>Калиниченко В.А.</i> Волны на свободной поверхности жидкости в призматическом сосуде с треугольным основанием.....	134
<i>Князьков Д.Ю.</i> Моделирование распространения внутренних гравитационных волн.....	135
<i>Колчанов Н.В., Сидоров А.С.</i> Экспериментальное определение проницаемости волокнистой тепловыделяющей пористой среды конвективным методом исследования.....	138
<i>Колчанова Е.А., Колчанов Н.В.</i> Внутренняя конвекция в двойном воздушно-пористом слое с тепловыделяющей матрицей: сравнение моделей Дарси и Бринкмана.....	141
<i>Котов М.А., Лаврентьев С.Ю., Соловьев Н.Г., Шемякин А.Н., Якимов М.Ю.</i> Изменение частоты пульсаций конвективного факела оптического разряда при возбуждении резонансных акустических колебаний.....	144
<i>Котов М.А., Лаврентьев С.Ю., Соловьев Н.Г., Шемякин А.Н., Якимов М.Ю.</i> Структура прямолинейного изображения градиентной среды и закон подобия для частоты колебаний конвективного факела непрерывного оптического разряда.....	148
<i>Куликовский А.Г.</i> Разрывы в решениях гиперболических систем уравнений при “недостатке” законов сохранения.....	151
<i>Кумакшев С.А.</i> Построение модели кольцевых волн по фотоснимкам из космоса.....	151

<i>Ливенец З.Д., Луговский А.Ю.</i> Формирование и эволюция крупномасштабных вихревых структур в аккреционных звездных дисках.....	154
<i>Максимов И.В., Синявский В.В., Шатров М.Г.</i> Влияние особенностей горения метана в цилиндрах ДВС на показатели их работы.....	157
<i>Матюшин П.В.</i> Вихревая структура, генерируемая равномерным движением диска в сильно стратифицированной вязкой жидкости	160
<i>Могилевский Е.И., Смирнов К.В.</i> Гидравлический прыжок на внешней поверхности сферы.....	163
<i>Мокров М.С., Шнейдер М.Н., Геракис А.</i> Когерентное томсоновское рассеяние лазерного излучения в плазме.....	166
<i>Нестеров С.В., Байдулов В.Г.</i> Универсальный метод расчета собственных частот и форм колебаний стержней сложной формы.....	169
<i>Никифоров А.А.</i> Определение фазовой скорости и коэффициента затухания дисперсной системы по искажению импульса давления. Сравнение с экспериментом.....	174
<i>Овсянников В.М.</i> Волны напряженности магнитного поля, генерируемые членами высокого порядка малости уравнения неразрывности Эйлера	175
<i>Очиров А.А., Чашечкин Ю.Д.</i> О распространении волнового движения от точечного источника вдоль поверхности вязкой стратифицированной жидкости	178
<i>Прохоров В.Е.</i> Начальная динамика осцилляций подводных газовых пузырей при ударе капли о водную поверхность.....	180
<i>Прохоров В.Е.</i> Объемные осцилляции и акустическое излучение подводных воздушных пузырей при ударе капли о поверхность жидкости	183
<i>Прохоров В.Е.</i> Спектры масштабов и подводный акустический шум при падении множественных капель на водную поверхность.....	186
<i>Рулева Л.Б., Солодовников С.И.</i> Исследования высокоскоростной аэротермодинамики на многорежимной установке.....	189
<i>Сагитов Р.В., Колчанова Е.А.</i> Конвективная устойчивость вертикального течения в воздушно-пористой двухслойной системе с внутренним тепловыделением, зависящим от объемной доли твердой фазы.....	191
<i>Сергеев С.А.</i> Асимптотика решения задачи Коши о распространении линейных волн на двумерной решетке	194
<i>Сибгатуллин И.Н., Третьяков А.А., Ерманюк Е.В., Шмакова Н.Д., Провидухина М.И.</i> Численный анализ вихревого кластера, возникающего на фоне волнового аттрактора в осесимметричном контейнере.....	195
<i>Синявский В.В., Кремнев В.В., Шатров М.Г.</i> Использование волновых и колебательных явлений газов и жидкостей в системах двигателей внутреннего сгорания для улучшения их показателей.....	197
<i>Соболева Е.Б.</i> Эффект несимметричного развития фильтрационной конвекции Рэлея–Тейлора в жидкости с большим контрастом вязкости	200

<i>Сокол К.С., Марчевский И.К.</i> О применении лагранжевых вихревых методов к расчету двумерных течений	203
<i>Сомов С.А., Иванов А.С.</i> Экспериментальное исследование конвективных процессов в сухом и влажном воздухе	204
<i>Степанова А.П., Таранюк А.А., Михайлов Е.А.</i> Численные и асимптотические решения для электровихревых течений между двумя плоскостями при больших величинах электрического тока	207
<i>Стояновская О.П., Арендаренко М.С., Григорьев В.В., Исаенко Е.А., Лисица В.В., Маркелова Т.В., Савватеева Т.А.</i> Плоские звуковые волны малой амплитуды в полидисперсной газопылевой среде с плавучими частицами: аналитическое представление и численное воспроизведение	209
<i>Ткаченко Л.А.</i> Нелинейные колебания газа и аэрозоля в закрытой трубе со скачком сечения вблизи резонанса	210
<i>Тукмаков Д.А.</i> Численное моделирование динамики коагулирующего аэрозоля в резонаторе для двухмерной постановки	213
<i>Урманчиев С.Ф.</i> Эффекты концентрации дисперсной фазы в каналах переменного сечения	215
<i>Уточкин В.Ю., Брацун Д.А., Сираев Р.Р.</i> Конвективная неустойчивость двухслойной системы реагирующих жидкостей в условиях равномерного вращения	217
<i>Федоров Ю.В.</i> Волновая динамика покрытой оболочкой капли в вязкоупругой жидкости	220
<i>Федюшкин А.И.</i> Температурное и концентрационное расслоения жидкости, вызванные конвективными течениями	222
<i>Федюшкин А.И.</i> Численное моделирование конвективных потоков воздуха для анализа и оптимизации естественной вентиляции больших промышленных зданий	225
<i>Финошкина Д.В., Мелихов В.И., Мелихов О.И.</i> Оценка размера капель воды, образующихся при истечении водяной струи в расплавленный свинец	228
<i>Хохрякова К.А., Колесниченко Е.В.</i> Волны на свободной поверхности слоя феррожидкости, лежащего на жидкой подложке	231
<i>Цыпкин Г.Г.</i> Исследование устойчивости фронта фазового перехода при инъекции воды в геотермальный резервуар	234
<i>Чашечкин Ю.Д.</i> Инженерная математика течений жидкостей	236
<i>Чашечкин Ю.Д.</i> Лигаменты и периодические внутренние волны в линейном и слабонелинейном приближениях	242
<i>Чашечкин Ю.Д.</i> Перенос вещества капли в поле гравитационно-капиллярных волн	244
<i>Чашечкин Ю.Д.</i> Энергетика, динамика, структура и акустика импакта	248
<i>Шайдуллин Л.Р.</i> Вынужденные колебания среды в системах различной геометрии вблизи резонанса	252

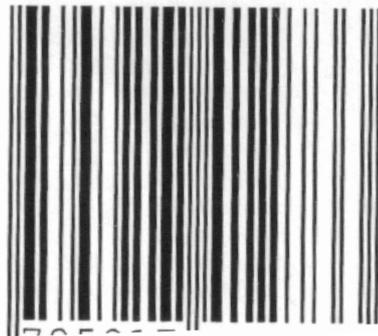
<i>Шатров М.Г., Яковенко А.Л., Предеин А.А., Казаков С.С., Хазиев Б.И., Лазовский А.С.</i> Экспериментальное определение акустических характеристик процесса впрыскивания жидкости на примере топливной системы дизеля	253
<i>Юй Ч.</i> Численное моделирование колебаний жидкости в тороидальных сосудах при условиях микрогравитации	256
<i>Якуш С.Е.</i> Многофазные течения при взаимодействии расплавов с водой применительно к проблеме парового взрыва	259
<i>Якуш С.Е., Сиваков Н.С., Мелихов В.И., Мелихов О.И.</i> Численное моделирование взаимодействия капли высокотемпературного расплава с водой	263
<i>Зацепин А.Г., Подымов О.И.</i> Тонкая структура вод северо-восточной части черного моря, ее связь с мезомасштабными термохалинными аномалиями и вертикальным турбулентным перемешиванием	267

12-Я МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ –
ШКОЛА МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ
ВОЛНЫ И ВИХРИ В СЛОЖНЫХ СРЕДАХ

Москва, Россия, 01–03 декабря 2021

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ ШКОЛЫ

ISBN 978-5-91741-273-3



Подписано к печати 06.12.21 тираж 250 экз.

Отпечатано в ООО ИСПО-принт