На правах рукописи

Фомичев Александр Владимирович

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ РЕЗОНАНСНЫХ СИСТЕМ

Специальность 01.02.01 – Теоретическая механика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Москва – 2008

Работа выполнена в Московском физико-техническом институте (государственном университете) на кафедре механики и процессов управления. Базовая кафедра – ИПМех РАН

Научный руководитель: академик РАН
Журавлёв Виктор Филиппович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор
Кобрин Александр Исаакович

доктор физико-математических наук, профессор
Самсонов Виталий Александрович

Ведущая организация Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Защита состоится 18 декабря 2008 г. в 15 час. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 002.240.01 при Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН (119526, г. Москва, пр-т Вернадского, 101, корп.1 ИПМех РАН).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПМех РАН.
Автореферат разослан «1» ноября 2008 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
Д 002.240.01 при ИПМех РАН,
кандидат физико-математических наук Е.Я. Сысоева

1. Общая характеристика работы

Задачи, исследуемые в работе и их актуальность

В диссертации решается ряд задач с использованием двух новых асимптотических методов, разработанных В.Ф. Журавлевым, а также исследуется один из этих методов при произвольных резонансных соотношениях. Первому методу посвящены главы 1 – 3, второму – 4 и 5.

Первый метод был развит для решения специального класса задач теории возмущений, возникающих при исследовании общих принципов работы волновых твердотельных и вибрационных гироскопов [5,9,11,17 - 21]. Данные приборы, представляющие собой датчики угловой скорости, начали разрабатываться с середины шестидесятых годов XX в. В настоящее время они представляются наиболее перспективными, как в качестве достаточно грубых датчиков микромеханических инерциальных систем, так и высокоточных приборов предназначенных, в основном, для систем ориентации космических аппаратов.

Одной из принципиально важных проблем является задача управления колебаниями упругого резонатора, представляющего собой основной элемент датчика. Ее значимость определяется следующими фактами. Любая форма колебаний резонатора неустойчива по отношению к сколь угодно малым возмущениям и без специального управления разрушается. Это исключает возможность использования прибора на длительных интервалах времени и не позволяет полностью реализовать его возможности. С другой стороны, известно, что лишь стоячие волны определенной формы наименее подвержены влиянию возмущений. Отсюда и возникает задача управления формой колебаний.

Основные уравнения, используемые для анализа указанных проблем, приводятся в большинстве работ, посвященных исследованию гироскопов основанных на использовании эффекта инертности упругих волн [5,6,10,11]. Они образуют квазилинейную систему обыкновенных дифференциальных уравнений, разрешенную относительно старших производных с малым возмущением в правой части

$$\ddot{q} + q = \varepsilon Q(q, \dot{q}, t), \quad q \in \mathbb{R}^2$$

Однако специфика задач, которые ставятся по отношению к этим уравнениям такова, что использование известных асимптотических методов оказывается затруднительным, либо невозможным.

Новый подход к исследованию этого класса задач был предложен В.Ф. Журавлевым [2]. Преимущество нового метода состоит в значительном упрощении процедуры исследования большинства вопросов. Значительная часть задачи переводится на геометрический уровень. Это позволяет, например, заменить достаточно громоздкое аналитическое исследование простой проверкой наличия проекции вектора на определенный пучок направлений.

Существенной особенностью нового метода является зависимость ряда свойств задачи от размерности фазового вектора. Так, задачи о стабилизации прямолинейной формы колебаний при постоянно действующих возмущениях в системах

$$\ddot{q} + q = \varepsilon Q(q, \dot{q}, t)$$

Где размерность вектора q равна двум или трем, а правая часть представляет собой малое возмущение, на что указывает малый параметр ε, решены в работе [2]. Решение трехмерной задачи оказывается существенно более сложным. Исследование аналогичной задачи для системы с вектором q большей размерности показало, что использовать те же приемы, что и в предыдущих случаях повторяя их дословно, не представляется возможным.

Именно этим фактом обусловлен интерес к исследованию систем более общего вида:

$$\ddot{q} + \Lambda q = \varepsilon Q(q, \dot{q}, t), \quad q \in \mathbb{R}^n, \quad \Lambda = \operatorname{diag}\|\omega_1, \dots, \omega_n\|, \quad \omega_1 : \dots : \omega_n = m_1 : \dots : m_n,$$
$$m_i \in \mathbb{Z}$$

По отношению к этой системе ставятся те же задачи, что были исследованы в [2]. При их решении используется метод, разработанный в [2], однако медленные переменные введены иным способом. Использование нового набора медленных переменных позволяет максимально упростить геометрическую часть задачи.

В главах 2 и 3 данный метод используется для исследования следующих задач. В работе [3] впервые предложена идея об использовании однородного пространственного осциллятора, установленного на движущийся объект, в качестве бесплатформенной инерциальной системы. Показано, что информации, считываемой всего лишь с одного осциллятора, совершающего колебания эллиптической формы, достаточно для полного решения задачи автономной навигации. В данной работе рассматривается упрощение этой идеи, для случая осциллятора совершающего круговые колебания [16]. Это приводит к потере контроля за одной степенью свободы, однако значительно упрощает задачу, решаемую методом [2], исследовавшимся в первой главе.

В главе 3 рассматривается вопрос об исследовании обратной связи, предложенной в [2] во втором приближении метода осреднения. Содержательность задачи обусловлена принципиальной возможностью влияния членов, не учитываемых в первом приближении на эволюции системы на длительных интервалах времени. Показано, что и во втором приближении обратная связь [2] лишена принципиальных недостатков.

Последние главы содержат исследование двух задач гамильтоновой механики методом инвариантной нормализации, разработанным В.Ф. Журавлевым [4,7,8], позволяющим построить нормальную форму Биркгофа любого порядка посредством одной скалярной рекуррентной процедуры. Это делает процедуру нормализации гораздо более компактной по сравнению с существующими методами нахождения нормальной формы. При этом сама процедура не зависит от того, является система автономной, резонансной или нет. Все известные методы вычисления нормальной формы неизбежно требуют приведения гамильтониана к полиномиальному виду. При использовании инвариантной нормализации это требование не обязательно, что является еще одним преимуществом этого метода.

В диссертации рассматриваются следующие задачи: о пространственных колебаниях качающейся пружины при резонансе 1:1:2, и о колебаниях газового пузыря в идеальной жидкости, обладающей поверхностным натяжением.

Первая задача в плоской постановке (при резонансе 1:2) хорошо известна и подробно исследована в работах [1,12,13,15]. Впервые исследование задачи методом инвариантной нормализации было проведено в работе [12]. Наиболее полное исследование содержится в статье [14], в соответствии с которой и рассматривается трехмерная система. Установлено, что большинство свойств плоской системы, наиболее примечательным из которых является известный эффект перестройки мод колебаний, когда колебания изначально близкие к вертикальными достаточно быстро перестраиваются в почти горизонтальные, после чего происходит обратная перестройка, имеет место и в пространственном случае. Однако удалось найти и ряд особенностей, наблюдающихся именно в трехмерном случае. Эти факты, по-видимому, являются новыми.

Исследование плоской и пространственной задач о качающейся пружине при помощи метода инвариантной нормализации демонстрирует преимущества метода, что нетрудно увидеть из сопоставления работ [13,15] и [14]. В последней статье для получения тех же и некоторых новых результатов потребовалось существенно меньше расчетов.

Вторая задача о колебаниях газового пузыря в идеальной жидкости с поверхностным натяжением при резонансе частот деформационных и радиальных колебаний 1:2 сводится к исследованию нелинейных колебаний в соответствующей ей гамильтоновой системе. Гамильтонова система исследуется методом инвариантной нормализации. Оказывается, что нормальная форма гамильтониана с точностью до множителя эквивалентна нормальной форме гамильтониана плоской задачи о качающейся пружине.

Следует отметить, что задачи о нелинейных колебаниях газовых пузырей в жидкости обычно исследовалась численными методами, тогда как здесь использован аналитический подход.

В конце работы исследуется влияние диссипативных процессов, таких, как теплообмен между жидкостью и газом и вязкость жидкости, присущих любым реальным средам. Этот вопрос очень важен, поскольку равносилен вопросу о корректности идеализации задачи.

Цель диссертации

- Обобщение метода [2] на системы произвольной размерности и с произвольными резонансными соотношениями. Развитие идеи об использовании пространственного осциллятора в качестве датчика бесплатформенной инерциальной системы. Исследование обратной связи, предложенной в работе [2] во втором приближении метода осреднения.
- Исследование задач гамильтоновой механики методом инвариантной нормализации, позволяющее продемонстрировать преимущества метода и получить с его помощью некоторые новые результаты. Вычисленные нормальные формы гамильтонианов для задач о плоской качающейся пружине и о колебаниях газового пузыря в идеальной жидкости с поверхностным натяжением позволяют обнаружить их полную аналогию в первом приближении.

Научная новизна

Диссертация основана на новых методах исследования, впервые опубликованных в работах [2,4,7,8]. Также следует отметить и новизну самих постановок задач, рассмотренных в главах 1 – 3. Большинство результатов, приведенных в работе, получено впервые.

Практическая ценность

Как уже отмечалось, постановки задач, относящихся к главам 1 – 3, возникли при исследовании общих принципов работы гироскопов, в которых используется явление инертности упругих волн. Этим обусловлена потенциальная возможность использования части результатов диссертации при решении задач управления колебаниями в этих приборах. Задачи, решенные методом инвариантной нормализации, не имеют непосредственных практических приложений, однако представляют интерес в связи с новизной постановок и способа решения.

Достоверность результатов

В диссертации применялись как традиционные методы, справедливость которых не вызывает сомнений, так и новые подходы. Достоверность последних также может считаться доказанной как теоретически, так и путем непосредственных проверок. Например, управление, стабилизирующее прямолинейные колебания, приведенное в [2], реализовано в действующих приборах. Методом инвариантной нормализации могут быть получены все известные нормальные формы гамильтонианов, полученные традиционными методами и приведенные в литературе.

Апробация работы

Все результаты диссертационной работы докладывались на следующих конференциях:

- XLVI - L конференциях МФТИ
- Международной конференции «Классические задачи динамики твердого тела» (Донецк, 2007)
- Шестом международном симпозиуме по небесной и классической механике (Великие Луки, 2007)
- X Международном семинаре им. Е.С. Пятницкого «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (Москва, 2008)

Публикации

Результаты, представленные в диссертации, опубликованы в двух статьях в рецензируемых журналах из перечня ВАК.

Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, пяти частей, заключения и списка литературы. Работа изложена на 126 страницах, содержит 20 рисунков, 64 библиографические ссылки.

1. Краткое содержание диссертации

Введение

Содержит краткую историю проблем, исследуемых в диссертации. Описываются постановки задач и методы их исследования. Указываются особенности используемых новых подходов. Приводится краткое содержание работы.

Глава 1

Исследуются колебания квазилинейных резонансных систем, приводящихся невырожденным линейным преобразованием к следующему виду

$$\ddot{q} + \Lambda q = \varepsilon Q(q, \dot{q}, t), \quad q \in \mathbb{R}^n, \quad \Lambda = \mathrm{diag}\|\omega_1, \ldots, \omega_n\|, \quad \omega_1 : \ldots : \omega_n = m_1 : \ldots : m_n, \quad m_i \in \mathbb{Z} \qquad (1)$$

Правая часть является возмущением, ε - малым параметром. При ε = 0 получается система, называемая порождающей.

Вначале изучаются геометрические свойства траекторий (фигур Лиссажу) в конфигурационных пространствах порождающих систем и дается их классификация по признакам наличия симметрий и точек возврата. Дальнейшее исследование проводится по схеме впервые предложенной в работе [15]. Оно включает в себя следующие этапы. Каждому типу фигур ставится в соответствие определенное многообразие в пространстве постоянных интегрирования порождающей системы. При появлении возмущений эти параметры становятся медленно изменяющимися переменными. Для исследования их зависимости от времени используется метод вариации постоянных.

В результате получается система уравнений для медленных переменных вида

$$\dot{x} = \varepsilon X(x,t), \quad x \in \mathbb{R}^{2n} \tag{2}$$

К этой системе применяется метод осреднения в первом приближении, что приводит к автономной системе

$$\dot{x} = \varepsilon X(x), \quad x \in \mathbb{R}^{2n} \tag{3}$$

Далее классифицируются эволюции фигуры под действием возмущений. В каждой точке пространства медленных переменных строится локальный базис инфинитезимальных эволюций, состоящий из векторов, соответствующих возможным эволюциям фигур Лиссажу под действием возмущений. Основным свойством локального базиса, позволяющим значительно упростить исследование воздействия возмущений и конструктивно сформулировать задачу стабилизации формы колебаний, является следующее. Допустим, что в системе (1) задана правая часть. Требуется выяснить, каким образом будет изменяться фигура Лиссажу под влиянием этой правой части. Чтобы ответить на данный вопрос, нужно вычислить правую часть системы (3), соответствующую (1), после чего найти проекцию правой части (3) на интересующее направление локального базиса. Наличие ненулевой проекции означает, что исследуемое возмущение приводит к соответствующей эволюции.

Каждый вектор локального базиса порождает оператор однопараметрической группы Ли. Множество операторов порождает соответствующую алгебру Ли. В работе исследуются ее свойства и, в частности, устанавливается, что большинство операторов коммутативны.

Наличие локального базиса позволяет классифицировать силы возмущений по признаку вызываемых ими эволюций, что и делается для сил, линейных по обобщенным координатам и скоростям. Матрицы сил считаются постоянными и раскладываются на составляющие, соответствующие позиционным силам сферического и гиперболического типа, циркулярным силам, диссипативным силам сферического и гиперболического типа, гироскопическим силам.

Система (1) при наличии линейных возмущений с постоянными матрицами допускает точное решение. Это позволяет сопоставить результаты, полученные точно и при использовании осреднения, что позволяет установить их соответствие, а также обнаружить некоторые эффекты, квадратичные по малому параметру.

Для исследования возмущенной системы используется метод осреднения. В связи с этим в работе изложена идея этого метода и доказана теорема Н.Н. Боголюбова. Приводится доказательство теоремы, поскольку удалось улучшить оценки точности приближенного решения, полученные в [10].

В работе предлагается новый набор медленных переменных, отличный от использовавшихся в [2]. Это позволяет предельно упростить структуру всех вводимых геометрических объектов и свести их к прямым и плоскостям в пространстве $\mathbb{R}^n$. Последний раздел главы 1 посвящен проблеме стабилизации формы колебаний при постоянно действующих возмущениях. Она является наиболее важной с точки зрения возможных приложений, однако оказывается и наиболее сложной. Задача сводится к построению правой части системы (3), которая должна удовлетворять двум свойствам: обеспечивать экспоненциальную устойчивость многообразия в пространстве медленных переменных, соответствующего фигуре Лиссажу требуемого типа и не иметь проекции на направления прецессии и изменения частоты локального базиса. Эта задача допускает решение в новых переменных. Далее исследуются траектории системы под действием управлений, предложенных в данной работе и в [2]. Управление, предложенное в диссертации, имеет особенность, связанную с появлением разрывных функций при возвращении к исходным переменным. Отсюда следует вывод, что при решении задачи управления формой целесообразнее использовать декартовы медленные переменные [2], лишенные особенностей. Именно такой подход применяется в главе 2 для одного частного случая резонанса 1:1:1.

Глава 2

Обсуждается возможность использования изотропного пространственного осциллятора в качестве двухстепенного гироскопа. Предлагаются алгоритмы, позволяющие получить информацию об ориентации объекта, на который установлен такой гироскоп, и способ стабилизации формы колебаний, неустойчивой без стабилизации.

Уравнения, возникающие при решении задачи, имеют вид

$$\ddot{q}+q=\varepsilon Q\left(q,\dot{q},t\right), \quad q\in\mathbb{R}^3 \tag{4}$$

Они являются частным случаем уравнений, рассмотренных в главе 1, что позволяет исследовать задачу с тех же позиций и применять подход, предложенный в [2].

Как и в предыдущей части, исследование состоит из следующих этапов. Решение порождающей системы и построение многообразия в пространстве постоянных интегрирования, соответствующего круговым колебаниям. При этом используется, декартов набор медленных переменных, предложенный в [2]. Построение локального базиса инфинитезимальных эволюций. Исследование его свойств и свойств порождаемой им алгебры Ли. Исследование воздействия возмущений, линейных по скоростям и координатам. Решение задачи о стабилизации круговых колебаний при постоянно действующих возмущениях. Кроме того, описан возможный алгоритм съема информации с исследуемого датчика.

Проведено сопоставление свойств системы, совершающей круговые и прямолинейные [2] колебания. При этом обнаруживается ряд существенных отличий, проявляющихся, например, в задаче стабилизации формы и в различном влиянии одних и тех же возмущений на прямолинейные и круговые колебания.

Глава 3

Для стабилизации прямолинейной формы колебаний в двумерной системе

$$\ddot{q} + q = \varepsilon Q\left(q, \dot{q}, t\right), \quad q \in \mathbb{R}^2$$

в [5] была предложена обратная связь (управление), которая исследовалась при помощи метода осреднения в первом приближении. В рамках этого приближения было показано, что управление обеспечивает стабилизацию формы колебаний при постоянно действующих возмущениях и удовлетворяет всем необходимым требованиям, предъявляемым к управлению. Однако известно, что учет высших приближений иногда может качественно изменить поведение системы на длительных интервалах времени. В связи с этим в части 3 и рассматривается построение уравнений обратной связи, предложенной в [2], во втором приближении метода осреднения. Вначале описывается процедура построения второго приближения метода осреднения в общей постановке, после чего она применяется к исследуемой системе. Оказывается, что учет второго приближения не приводит к качественным изменениям в воздействии обратной связи на систему, что оправдывает ее использование.

Глава 4

Рассматриваются трехмерные нелинейные колебания тяжелой материальной точки, подвешенной на невесомой пружине в однородном поле тяжести. В предшествующих работах [1,12,13,14,15] задача о свободных колебаниях системы изучалась в плоской постановке. В данной части диссертации описаны некоторые обобщения результатов [14] на случай пространственных колебаний. Для этого выписывается гамильтониан системы и приводится к безразмерному виду, что достигается заменами масштабов переменных и времени. Это позволяет максимально упростить вид функции Гамильтона. Гамильтониан раскладывается в ряд Тейлора до кубических членов включительно, после чего приводится к нормальной форме Биркгофа в первом приближении при помощи метода инвариантной нормализации, впервые предложенного в [8].

Дальнейшее исследование основывается на работе [14], где аналогичная задача в плоской постановке также исследовалась методом инвариантной нормализации. Полученные уравнения нормальной формы, как и в плоском случае, позволяют обнаружить периодическое решение, решение близкое к периодическому, а так же эффект перестройки мод колебаний и найти период этой перестройки.

Поведение плоской и пространственной систем оказывается во многом аналогичным, однако в трехмерном случае выясняются особенности, свойственные именно пространственной системе. Например, в пространственной системе при наличии сколь угодно малой проекции кинетического момента на вертикальную ось период перестройки мод колебаний (из почти вертикальной формы в почти горизонтальную) всегда оказывается конечным. В трехмерной системе наблюдается поворот траектории вокруг вертикальной оси, что, по-видимому, является новым эффектом. Получено точное периодическое решение уравнений нормальной формы. Это позволяет вычислить угловую скорость прецессии траектории вокруг вертикали, которая для периодического решения постоянна. При рпоизвольных начальных условиях решение не является периодическим, а угловая скорость прецессии не является постоянной и соответствующее аналитическое выражение пока не найдено.

Глава 5

Исследуется задача о колебаниях газового пузыря, центр которого неподвижен относительно идеальной жидкости, имеющей поверхностное натяжение. В состоянии равновесия пузырь имеет сферическую форму. Колебания подразделяются на две моды – радиальную и деформационную. В первом случае изменяется радиус сферического пузыря, тогда как во втором случае изменяется форма пузыря при постоянном объеме. Деформированная форма аппроксимируется поверхностью эллипсоида вращения.

Для решения задачи используется уравнения Лагранжа. Обобщенными координатами в лагранжиане служат геометрические параметры эллипсоида, характеризующие его объем и деформацию. Лагранжиан раскладывается в ряд Тейлора до членов третьего порядка включительно. Изменяются масштабы координат и времени, после чего функция Лагранжа приводится к безразмерному виду. Находятся условия на параметры задачи (взаимосвязь между давлением жидкости на бесконечности, поверхностным натяжением, радиусом пузыря в состоянии равновесия и т.п.), при выполнении которых в линейной задаче реализуется резонансное соотношение частот радиальных и деформационных колебаний 1:2.

Для дальнейшего исследования находится Гамильтониан, соответствующий обезразмеренной функции Лагранжа. Он представляет собой сумму двух слагаемых, одно из которых квадратично и соответствует линейной задаче, а второе имеет третий порядок и соответствует возмущению. Некоторые кубические члены разложения гамильтониана являются резонансными. К гамильтониану системы применяется процедура инвариантной нормализации в первом приближении, приводящая его к нормальной форме Биркгофа (в указанном приближении).

Оказывается, что нормальная форма гамильтониана возмущения совпадает с точностью до множителя с нормальной формой гамильтониана возмущения для плоской задачи о качающейся пружине при резонансе 1:2 [14]. Это позволяет перенести все результаты, относящиеся к качающейся пружине, к данной задаче. Найдено периодическое решение, решение близкое к периодическому, обнаружен эффект перекачки энергии между деформационной и радиальной модами колебаний. Найден период указанной перестройки.

В конце главе 5 исследуется вопрос о достоверности полученных результатов при учете диссипативных процессов. Рассеяние энергии в системе объясняется двумя причинами – влиянием вязкости жидкости и наличием теплообмена между жидкостью и газом. Преобладание одного из этих процессов определяется величиной числа Пекле

$$\mathrm{Pe} = \sqrt{\frac{3\gamma p_\infty l_0^2}{\rho k^2}} \tag{5}$$

в котором γ – показатель адиабаты газа, p_∞ - давление жидкости на бесконечности, l_0 – характерный размер пузыря, ρ – плотность жидкости, k – коэффициент температуропроводности газа. При Pe >> 1 преобладает механизм, связанный с вязкостью жидкости, при Pe ~ 1 доминирует процесс теплопроводности. Однако в любом случае оказывается, что интенсивность затухания колебаний, характеризуемая декрементом затухания, существенным образом зависит от теплофизических свойств веществ. Для большинства жидкостей и газов декремент затухания оказывается величиной порядка 0.1, тогда как показано, что для наблюдаемости перестройки мод колебаний нужно время порядка сотни периодов колебаний линеаризованной системы. Таким образом для большинства веществ перестройка не наблюдаема. Подбирая вещества специальным образом, можно существенно уменьшить декремент затухания до величин порядка 0.01. В этом случае, по-видимому, можно наблюдать 1-2 перестройки.

2. Основные результаты работы.

● Получено обобщение метода исследования, предложенного в [2] на системы с произвольными резонансными соотношениями частот порождающей системы и любой размерностью конфигурационного пространства. Благодаря использованию нового набора медленных переменных удалось максимально упростить геометрическую часть задачи. Упрощается и задача стабилизации формы колебаний, однако полученное управление имеет особенность при возвращении к исходным переменным. Этим недостатком не обладает набор медленных переменных, введенных в работе [2], откуда следует вывод о целесообразности использования данных переменных при решении задачи стабилизации формы колебаний.

● Исследовано упрощение задачи об использовании изотропного пространственного осциллятора в качестве бесплатформенной инерциальной системы навигации. Как показано в работе [3], для получения полной навигационной информации достаточно единственного осциллятора, в котором специальным образом поддерживаются колебания эллиптической формы. В диссертации изучен вопрос об использовании для тех же целей осциллятора, совершающего круговые колебания. Поскольку система уравнений, описывающая движение осциллятора совпадает с системой, исследованной в [2] для случая прямолинейных колебаний, проведено сопоставление свойств систем, совершающих прямолинейные и круговые колебания. Исследовано влияние различных возмущений, линейных по обобщенным координатам и скоростям и найдены отличия в их воздействии на систему в случае круговых и прямолинейных колебаний.

Показано, что решение задачи стабилизации круговой формы колебаний существенно упрощается по сравнению с общим случаем, однако при этом теряется информация об ориентации объекта в плоскости колебаний осциллятора. Для ее восполнения предлагается использовать еще один прибор, плоскость колебаний которого ортогональна плоскости колебаний первого прибора.

● Для управления, предложенного в [2] для стабилизации колебаний прямолинейной формы при постоянно действующих возмущениях, построена система второго приближения метода осреднения. Показано, что и во втором приближении исследуемое управление удовлетворяет всем необходимым требованиям и не приводит к недопустимым эволюциям.

● Получено обобщение известной задачи о качающейся пружине на трехмерный случай. Установлено, что большинство свойств плоской системы, наиболее примечательным из которых является эффект перестройки мод колебаний, переносится и на пространственный случай. Найдены свойства, проявляющиеся только в трехмерной системе

● Аналитически исследована задача о колебаниях газового пузыря в идеальной жидкости с поверхностным натяжением при резонансе частот радиальной и деформационной мод колебаний 1:2. Задача сведена к исследованию гамильтоновой системы при помощи метода инвариантной нормализации. Оказывается, что нормальная форма гамильтониана, найденная в первом приближении, совпадает с нормальной формой гамильтониана плоской задачи о качающейся пружине. Это позволяет перенести все факты, известные для задачи о качающейся пружине, на данную задачу.

Рассмотрен вопрос о соответствии полученных результатов действительности в связи с наличием диссипации в любых реальных средах. Показано, что величина декремента затухания сильно зависит от теплофизических свойств веществ и для большинства веществ этот параметр достаточно велик. Установлено, что в большинстве случаев это препятствует возникновению резонансных явлений, однако указаны вещества, для которых декремент затухания достаточно мал. Это позволяет предположить, что для данных веществ резонансные явления потенциально наблюдаемы.

3. Публикации автора по теме диссертации в рецензируемых изданиях

1. Фомичев А.В. О круговых колебаниях в системе с трехкратным резонансом // Изв. РАН. МТТ. № 4. 2006. с. 113 – 118.

2. **Петров А.Г., Фомичев А.В. О нелинейных трехмерных колебаниях тяжелой материальной точки на пружине при резонансе // Изв. РАН. МТТ. № 5. 2008. с. 15 – 26.**

3. Фомичев А.В. Колебания в резонансных системах и управление их формой. Труды XLI Научной конференции МФТИ. 2003. ч. 3. с. 45.

4.Фомичев А.В. О свойствах многомерных фигур Лиссажу и задаче стабилизации одного их класса. Труды XLII Научной конференции МФТИ. 2004. ч. 3. с. 174, 175.

5. Фомичев А.В. Исследование нелинейных колебаний пружины при резонансе методом нормальной формы Биркгофа. Труды XLIII Научной конференции МФТИ. 2005. ч. 3. с. 184, 185.

6. Фомичев А.В. О нелинейных трехмерных колебаниях тяжелой материальной точки на пружине. Труды XLIV Научной конференции МФТИ. 2006. ч. 3. с. 230, 231.

7. Петров А.Г., Фомичев А.В. Задача о колебаниях газового пузыря в жидкости при резонансе частот деформационных и радиальных колебаний 1:2. Труды 50-й Научной конференции МФТИ. 2007. ч. 3. т.1. с. 146 – 148.

8. Петров А.Г., Фомичев А.В. О нелинейных трехмерных колебаниях тяжелой материальной точки на пружине при резонансе. Международная конференция «Классические задачи динамики твердого тела». Донецк. 9 – 13 июня 2007. Тезисы докладов. С. 63.

9. Фомичев А.В. О круговых колебаниях в системе с трехкратным резонансом. Международная конференция «Классические задачи динамики твердого тела». Донецк. 9 – 13 июня 2007. Тезисы докладов. С. 78.

10. Fomichev A.V. Nonlinear 3D oscillations of a heavy material point suspended on a spring. Sixth international symposium on classical and celestial mechanics. Velikie Luki. August 1 – 6. 2007. p. 51, 52.

11. Фомичев А.В. Задача о колебаниях газового пузыря в жидкости при резонансе частот деформационных и радиальных колебаний 1:2.

X Международный семинар им. Е.С. Пятницкого «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления». Тезисы докладов. 3 – 6 июня 2008. с. 338 – 340.

Литература

1. Богаевский В.Н., Повзнер А.Я. Алгебраические методы в нелинейной теории возмущений. М.: Наука, 1987, 255 с.
2. Журавлев В.Ф. Об управлении формой колебаний в резонансных системах. // ПММ, Т. 56, вып. 5, 1992, стр. 827 –836.
3. Журавлев В.Ф. Пространственный осциллятор – датчик полной инерциальной информации. МТТ вып.4, 2005.
4. Журавлев В.Ф. Основы теоретической механики. М.: Наука, 2001, 320 с
5. Журавлев В.Ф. Теоретические основы волнового твердотельного гироскопа // Изв. РАН. МТТ. 1993. №3. С. 6-19.
6. Журавлев В.Ф. К динамике упругого твердого тела. // Известия АН СССР. МТТ. 1986. №6. с. 93 – 97.
7. Журавлев В.Ф. Инвариантная нормализация неавтономных гамильтоновых систем// ПММ, 2002, Т. 66, Вып. 3, С. 356-365.
8. Журавлев В.Ф. Новый алгоритм нормализации гамильтоновых систем по Биркгофу. //ПММ. 1977. Т. 61, Вып.1, с.12-17.
9. Журавлев В.Ф., Линч Д.Д. Электрическая модель волнового твердотельного гироскопа. // Изв. РАН. МТТ. 1995. №5.
10. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Прикладные методы в теории колебаний. М.: Наука, 1988, 326 с.
11. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Волновой твердотельный гироскоп. М.: Наука, 1985, 126 с.
12. Зарипов М.Н., Петров А.Г. Нелинейные колебания качающейся пружины// Докл. Акад. Наук, Механика. Том 399, № 3, 2004. С. 347-352.

13. Найфе А.Х. Методы теории возмущений. М.: Мир, 1976. (Nayfeh A.H. Perturbations Methods. New York.: J. Wiley, 1973).

14. Петров А.Г. Нелинейные колебания качающейся пружины при резонансе. Известия Академии Наук. МТТ. № 4, 2006, С. 119-129.

15. Старжинский В.М. Прикладные методы нелинейных колебаний. М.: Наука. 1977. 256 с.

16. Фомичев А.В. О круговых колебаниях в системе с трехкратным резонансом.//Известия Академии Наук. МТТ. №4, 2006, с. 113-118.

17. Charcosset Cl. Bonjour Ch.,… Gyrometre a resonateur mecanique // Demande de brevet europeen EP 0 773 429 A1. Bulletin 1997/20.

18. Friedland B., Hutton M.F. Theory and error analysis of vibrating-member gyroscope. IEEE Transactions On Automatic Control, vol. ac-23, no. 4, August 1978.

19. Leger P. Quapason – a new low-cost vibrating gyroscope // 3rd Saint-Petersburg Intern. Conf. On Integrated Navigation Systems. T.1. – Saint-Petersburg, 1996. – P. 143 – 149.

20. Loper E.J. Lynch D.D. The HRG: a new low-noise inertial rotation sensor // Proc. 16th Jt. Services Data Exchange For Inertial Systems. Los Angeles. CA. 1982.

21. Lynch D.D. Vibratory gyro analysis by the method of averaging // 2-я Санкт-Петербург. Международная конференция по гироскопии и навигации. Санкт-Петербург, 1995. СПБ, 1995. Ч. 2. Р. 18-26.

Фомичев Александр Владимирович

Геометрические методы в теории колебаний резонансных систем

Автореферат диссертации на соискание
Ученой степени кандидата физико-математических наук

Подписано к печати 16 октября 2008 г. Заказ № 36 – 2008. Тираж 70 экз.
Отпечатано на ризографе Института проблем механики
Им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук
117526, Москва, Проспект Вернадского 101.