

На правах рукописи

**Калёнова Наталья Валерьевна**

**ДИНАМИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ НЕУРАВНОВЕШЕННОСТИ  
ПОЛУСФЕРИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА ВОЛНОВОГО  
ТВЕРДОТЕЛЬНОГО ГИРОСКОПА И МЕТОДЫ ЕГО  
БАЛАНСИРОВКИ**

Специальность 01.02.01 – Теоретическая механика

**Автореферат**

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Москва – 2012

Работа выполнена в ГОУ ВПО «МАТИ»- Российском государственном технологическом университете имени К.Э. Циолковского (МАТИ)

**Научный руководитель:** доктор физико-математических наук, профессор  
**Жбанов Юрий Константинович**

**Официальные оппоненты:** доктор технических наук, профессор  
**Меркурьев Игорь Владимирович**

кандидат технических наук

**Алехин Алексей Викторович**

**Ведущая организация:** **Научно-учебный комплекс**  
**Информатика и системы управления**  
**МГТУ им. Н.Э. Баумана**

Защита состоится 19 апреля 2012г. в 15 ч. на заседании диссертационного совета Д 002.240.01 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук (ИПМех РАН) по адресу; 119526, Москва, просп. Вернадского, д.101, корп.1, ауд. 237.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПМех РАН.

Автореферат разослан 15 марта 2012г.

Ученый секретарь

диссертационного совета Д 002.240.01

кандидат физико-математических наук

Сысоева Е.Я.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Развитие средств навигации является одним из ведущих направлений технического прогресса. В сочетании с компьютеризацией общества навигационные средства стали одним из компонентов информационной среды. Гироскопические приборы по-прежнему являются неотъемлемой частью навигационных систем летательных аппаратов и судов, но сейчас они также применяются в промышленных роботах; активных подвесках автомобилей; шлемах виртуальной реальности и т.д. Особой областью применения инерциальных навигационных систем стала космическая техника.

В этих традиционных для гироскопии областях к навигационным системам предъявляются новые, гораздо более жесткие требования. Они должны работать в тяжелых условиях внешней среды, иметь высокую надежность, длительный рабочий ресурс, высокую точность, обладать небольшой массой, габаритами и энергопотреблением.

Эти требования стимулируют разработку новых типов гироскопов, так как разработанные несколько десятилетий назад механические гироскопы не отвечают по ряду параметров требованиям сегодняшнего дня, главным образом из-за наличия вращающихся (и изнашивающихся) частей: двигателя, подшипников и др.

Использование массы, закрепленной в подшипниках, в качестве чувствительного элемента делает классический роторный гироскоп чувствительным к механическим нагрузкам. Хотя характеристики роторного гироскопа последовательно улучшались на протяжении десятилетий, принципиальное улучшение параметров связывается разработчиками с твердотельными гироскопами нового поколения,

в которых вращающийся ротор заменен структурой статического типа: волновым твердотельным гироскопом (ВТГ) или оптическими – кольцевым лазерным гироскопом (КЛГ) и волоконно-оптическим гироскопом (ВОГ).

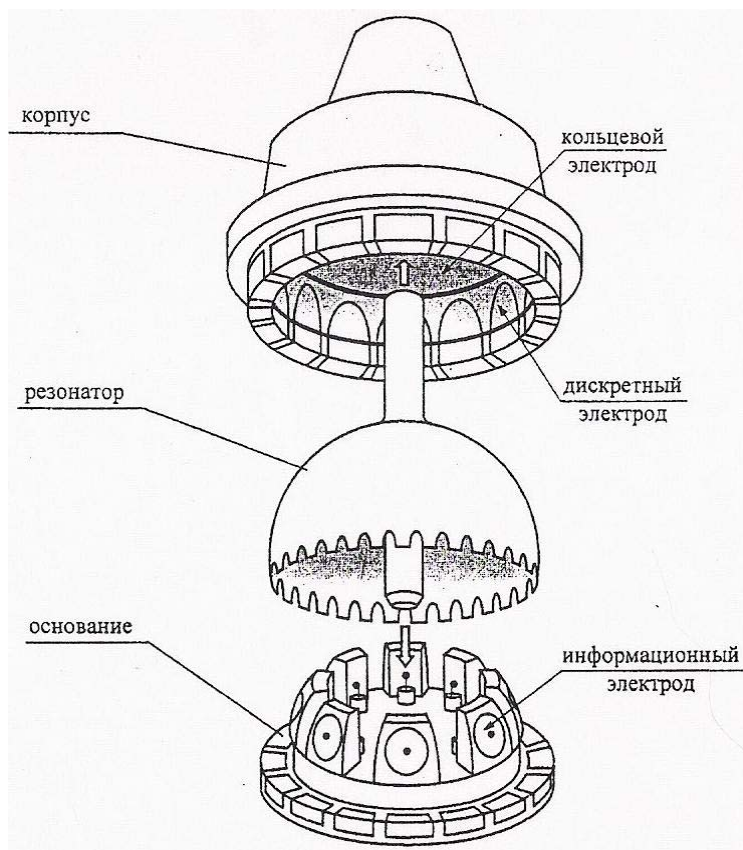


Рис.1. Конструкция электромеханической части ВТГ

Принцип действия ВТГ основан на инертных свойствах стоячих упругих волн, возбужденных в осесимметричных оболочках. Своеобразный принцип работы дает новому гироскопу ряд преимуществ: полное отсутствие вращающихся частей и очень большой рабочий ресурс прибора; высокая точность и малая случайная погрешность; устойчивость к тяжелым условиям окружающей среды (температура, вибрации, гамма-излучение); сравнительно небольшие габариты, вес и потребляемая

мощность; сохранение инерциальной информации при кратковременном отключении электропитания.

Эти достоинства делают ВТГ одним из наиболее перспективных гироскопических приборов для использования в бесплатформенных инерциальных навигационных системах.

Вопросы теории ВТГ и его практической реализации рассматривались в трудах В.Ф. Журавлева, Д.М. Климова, Ю.К. Жбанова, В.А. Матвеева, В.И. Липатникова, Е.А. Измайлова, С.А. Сарапулова, А.В. Збруцкого, Н.Е. Егармина, М.Ю. Шаталова, Д.Д. Линча и др.

Чувствительным элементом прибора является кварцевый резонатор – тонкая полусферическая оболочка, закрепленная на цилиндрическом стержне в области полюса. Резонатор изготавливается из плавленного кварцевого стекла, обладающего высокими изотропными свойствами и добротностью, и имеет тонкое токопроводящее покрытие.

Одной из наиболее трудоёмких операций сборки и регулировки ВТГ является балансировка полусферического резонатора. Необходимость в ней возникает из-за небольших отклонений от идеальной осесимметричной формы реального резонатора и возникновением массового дебаланса, приводящего к появлению расщепления собственных частот резонатора и снижению его добротности за счёт рассеяния энергии колебаний в опорах. С технической точки зрения балансировка начинается с измерения тех эффектов, к которым приводят аномалии распределения масс, с последующим уничтожением этих эффектов адекватным удалением точечных масс. Теоретически обосновано, что для получения высоких точностных характеристик, а также уменьшения погрешностей прибора в условиях воздействия линейных и вибрационных перегрузок, необходимо проводить балансировку резонатора по первой, второй, третьей и

четвёртой гармоникам Фурье-распределения упруго-массовых погрешностей.

**Целью диссертационной работы** является разработка научно-обоснованных технических решений, направленных на повышение точностных характеристик ВТГ на основе новых математических моделей, оценивающих параметры качества резонатора ВТГ.

Достижение поставленной цели предполагает решение следующих задач:

- оценка качества математических моделей, используемых для оценки и коррекции дебалансов от 1÷3 гармоник дефекта распределения масс резонатора ВТГ;
- оптимизация рассмотренных и создание новых математических моделей с целью улучшения точностных характеристик прибора;
- выявление основных проблем, решение которых позволит существенно улучшить точность ВТГ.

**Методы исследования.** Полученные результаты базируются на комплексном применении основных положений теории кольцевого резонатора, теории колебаний, математических методах анализа.

**Научная новизна** работы заключается в следующем:

- обнаружено, что для полной характеристики силового воздействия дефектов следует учитывать поверхностное распределение дебалансных масс;
- предложена уточненная математическая модель влияния дефектов на колеблющийся резонатор;

- обнаружено, что для полной характеристики произвольного поверхностного распределения дебалансов, в плане его влияния на реакцию в точках опоры, для каждой гармоники (первых трех) требуется два дополнительных скалярных параметра;

- впервые установлено, что угловая вибрация резонатора оказывает существенное влияние на рабочую форму колебаний разбалансированного резонатора ВТГ;

- впервые доказано влияние угловой вибрации резонатора ВТГ на взаимосвязь его рабочих колебаний с балочными колебаниями.

**Практическая ценность работы** заключается в:

- усовершенствовании на основе новой математической модели ВТГ методик оценки всех параметров поверхностного дефекта;

- разработке методике оценки величины возникающей разнородности;

- разработке новых методик балансировки, повышающих качество работы прибора;

- разработке технических решений по совершенствованию технологического процесса изготовления ВТГ.

**Личный вклад автора.** Общая постановка и обоснование задач исследований, обсуждение полученных результатов, были выполнены автором совместно с научным руководителем. Первая из перечисленных в конце автореферата печатных работ была выполнена в соавторстве с научным руководителем, остальные - самостоятельно.

**Апробация работы.** Материалы, представленные в данной диссертационной работе, докладывались на следующих конференциях: XXIII Конференция памяти Н.Н. Острякова (Санкт-Петербург,

30-31 октября 2002 г.), Всероссийская научно-техническая конференция «Новые материалы и технологии» (Москва, 2006г.)

Работа обсуждалась на научных семинарах «Механика систем» им. Академика А.Ю. Ишлинского при Научном совете РАН по механике систем и в «МАТИ»- РГТУ имени К.Э. Циолковского.

**Публикации.** Результаты диссертационной работы опубликованы в 6 печатных работах, в том числе 4 работы (научные статьи) в журналах, рекомендованных ВАК.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и списка литературы из 110 наименований. Материал изложен на 136 страницах.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** кратко рассмотрены актуальность и практическая ценность работы. Сформулированы цель работы, задачи и методы исследований, научная новизна данной работы. Приведена структура диссертации и краткое содержание основных разделов.

**В первой главе** проведен анализ требований к гироскопическим датчикам БИНС, дан обзор конструкций, принципов работы и характеристик ряда волновых твердотельных гироскопов, рассмотрена математическая модель прибора, показана актуальность решения важной проблемы технологии приборостроения-повышения точностных характеристик ВТГ посредством балансировки основной части ВТГ – резонатора. Для этого рассматривается влияние дебалансов на дрейф ВТГ, проводится обзор способов их измерения и коррекции.



Анализ состояния вопроса показал, что необходимость балансировки резонатора связана с его отличием от идеальной осесимметричной формы. Массовый дефект оболочки приводит не только к расщеплению собственных частот полусферического резонатора, но и к снижению его добротности, а также к чувствительности ориентации волновой картины к внешней вибрации. Теоретически было доказано, что отличие от нуля первой и третьей гармоники дебаланса приводит к чувствительности стоячей волны к внешней поперечной вибрации резонатора, а ненулевая вторая гармоника - к чувствительности к внешней продольной вибрации. Справедливо и обратное утверждение: при изгибных колебаниях оболочки резонатора отличие от нуля этих гармоник дефекта оболочки будет приводить к вибрации её центра масс (а, следовательно, и ножки резонатора) в продольном и поперечном направлениях. Часть энергии колебаний будет рассеиваться в опорах, что внесет дополнительные потери в резонатор.

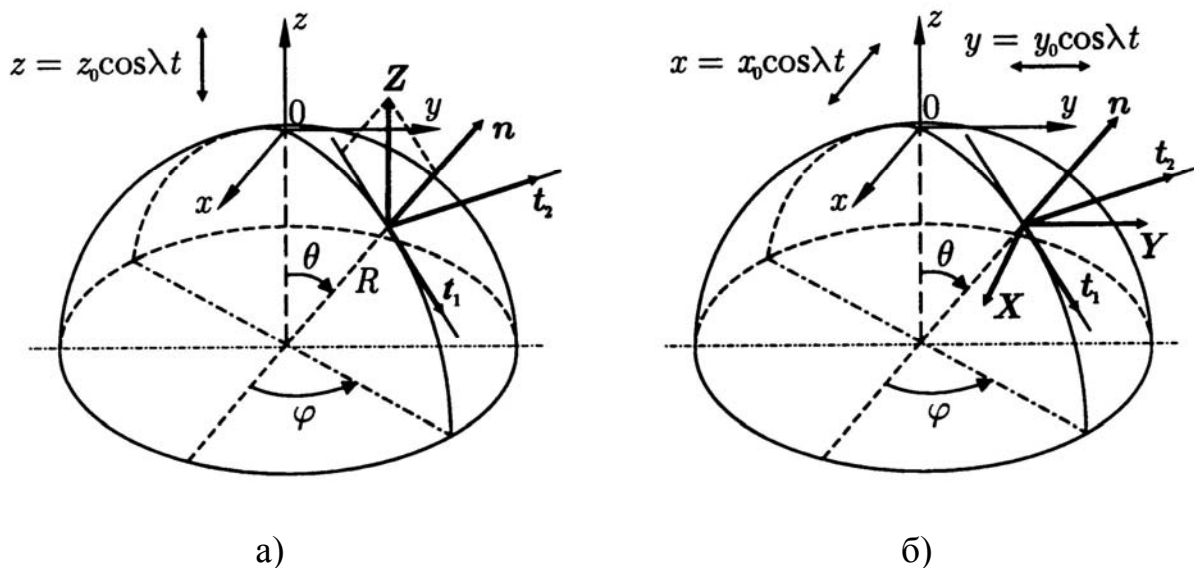


Рис.2. Продольная (а) и поперечная (б) вибрации резонатора

Влияние массового дефекта на добротность резонатора возрастает с уменьшением диаметра оболочки. При 10-микронном отклонении

в толщине стенки 60-мм резонатора снижение его добротности при жестком закреплении составит лишь несколько процентов, и в этом случае можно вообще обойтись без балансировки. А в изготовленном с такой же точностью 20-мм резонаторе добротность при жестком закреплении уменьшится в полтора раза.

Способы определения дебалансов, возникающих от наличия 1÷4 гармоник распределения упруго-массовых погрешностей резонатора, как показал анализ литературы, недостаточно исследованы теоретически. В связи с этим одной из важных задач процесса балансировки ВТГ является оптимизация существующих и разработка новых методик оценки и устранения дебалансов, вызванных 1÷4 гармониками распределения упруго-массовых погрешностей резонатора. Методики должны удовлетворять требованиям точности.

Проведённый в работе анализ методик коррекции масс резонатора ВТГ показал, что одной из наиболее перспективных методик коррекции является методика, предложенная В.Ф. Журавлёвым - измерение реакции в опоре резонатора при различной ориентации волновой картины. Именно она и будет являться основой исследований, проведенных в данной работе. Предложенный в этой работе метод предусматривает измерение амплитуд всех компонент сил реакции  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$  при двух различных ориентациях волны  $\varphi_0$  и нахождение с их помощью параметров дебалансов.

Выражения, определяющие связь компонентов реакции в опорах с параметрами гармоник дебаланса, могут быть представлены в виде:

$$F_x = \frac{A\omega^2}{4} \cdot \left[ (3\Delta m_{1c} + \Delta m_{3c}) \cdot \cos 2\varphi_0 + (3\Delta m_{1s} + \Delta m_{3s}) \cdot \sin 2\varphi_0 \right] \quad (1.1)$$

$$F_y = \frac{A\omega^2}{4} \cdot \left[ (-3\Delta m_{1s} + \Delta m_{3s}) \cdot \cos 2\varphi_0 + (3\Delta m_{1c} - \Delta m_{3c}) \cdot \sin 2\varphi_0 \right] \quad (1.2)$$

$$F_z = -\frac{A\omega^2}{2} \cdot [\Delta m_{2c} \cos 2\varphi_0 + \Delta m_{2s} \sin 2\varphi_0] \quad (1.3)$$

где  $F_x$  и  $F_y$  - амплитуды составляющих радиальных сил реакции;

$F_z$  - амплитуда осевой составляющей сил реакции;

$A$  - амплитуда волны;  $\omega$  - собственная частота колебаний резонатора;

$\varphi_0$  - угол, определяющий ориентацию волны по отношению к резонатору;

$\Delta m_{ij}$  - параметры для 1÷3 гармоник дебалансов.

$$\Delta m_{kc} = \int_{\varphi} \Delta m(\varphi) \cdot \cos k\varphi \cdot d\varphi ; \quad \Delta m_{ks} = \int_{\varphi} \Delta m(\varphi) \cdot \sin k\varphi \cdot d\varphi$$

Таким образом, было установлено, что каждая из 3-х гармоник характеризуется двумя параметрами дебалансов (всего 6 параметров дебалансов).

**Вторая глава** посвящена анализу качества выбранной за основу исследований методики и предложениям по ее оптимизации.

Все вычисления, проведенные по данной методике, основывались на рассмотрении колебаний резонатора по второй (основной) форме колебаний как для тонкой полусферической оболочки в предположении кромочного расположения дефектов распределения масс (экваториальная область). Квадратурная составляющая колебаний кромки резонатора считалась пренебрежимо малой по сравнению с фазной (полезный сигнал) и в рассмотрение не принималась.

Но в реальном резонаторе неуравновешенная масса не сосредотачивается на кромке, а распределена по всей оболочке. Например, типичной причиной возникновения 1-й гармоники массового дефекта является несовпадение центров внешней и внутренней полусфер. Поэтому цель проводимого в данной главе исследования – проанализировать на сколько балансировка кромки устраняет влияние дебаланса, распределенного по всей поверхности резонатора.

Для рассмотрения вопроса о возможности компенсации поверхностного дебаланса балансировкой кромки было решено исследовать зависимость от распределения дебалансных масс не только суммарной возникающей силы, но и возникающего момента такой силы для двух случаев:

- для случая кромочного распределения дебалансных масс;
- для случая распределения дебалансных масс по произвольной параллели резонатора, не совпадающей с кромкой.

В случае кромочного распределения дебалансных масс момент такой возникающей силы запишется в виде:

$$M_x = \frac{R \cdot A \omega^2}{4} \cdot [(\Delta m_{1s} - \Delta m_{3s}) \cos 2\varphi_0 - (\Delta m_{1c} - \Delta m_{3c}) \sin 2\varphi_0] \quad (2.1)$$

$$M_y = \frac{R \cdot A \omega^2}{4} \cdot [(\Delta m_{1c} + \Delta m_{3c}) \cos 2\varphi_0 + (\Delta m_{1s} + \Delta m_{3s}) \sin 2\varphi_0] \quad (2.2)$$

$$M_z = -\frac{A \omega^2 R}{2} \cdot [\Delta m_{2s} \cos 2\varphi_0 - \Delta m_{2c} \sin 2\varphi_0] \quad (2.3)$$

В предположении, что дебалансные массы сосредоточены на конкретной параллели резонатора ( $\alpha = const$ ), силовое воздействие таких дефектов на колеблющийся резонатор будет:

$$F_x = \frac{A \omega^2}{4} \cdot \sin^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cdot [(3\Delta m_{1c}^* + \Delta m_{3c}^*) \cdot \cos 2\varphi_0 + (3\Delta m_{1s}^* + \Delta m_{3s}^*) \cdot \sin 2\varphi_0] \quad (2.4)$$

$$F_y = \frac{A \omega^2}{4} \cdot \sin^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cdot [(-3\Delta m_{1s}^* + \Delta m_{3s}^*) \cdot \cos 2\varphi_0 + (3\Delta m_{1c}^* - \Delta m_{3c}^*) \cdot \sin 2\varphi_0] \quad (2.5)$$

$$F_z = -\frac{A \omega^2}{2} \cdot (1 + 2 \cos \alpha) \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cdot [\Delta m_{2c}^* \cos 2\varphi_0 + \Delta m_{2s}^* \sin 2\varphi_0] \quad (2.6)$$

$$M_x(\alpha = const) = \frac{R \cdot A \omega^2}{4} \cdot [(1 - \cos \alpha) \Delta m_{1s}^* - \Delta m_{3s}^* (1 + \cos \alpha)] \cdot \cos 2\varphi_0 + \\ + [(-\Delta m_{1c}^* (1 - \cos \alpha) + \Delta m_{3c}^* (1 + \cos \alpha))] \cdot \sin 2\varphi_0 \quad (2.7)$$

$$M_y(\alpha = const) = \frac{R \cdot A \omega^2}{4} \cdot \left[ (\Delta m_{1c}^* \cdot (1 - \cos \alpha) + \Delta m_{3c}^* \cdot (1 + \cos \alpha)) \cdot \cos 2\varphi_0 + \right. \\ \left. + (\Delta m_{1s}^* \cdot (1 - \cos \alpha) + \Delta m_{3s}^* \cdot (1 + \cos \alpha)) \cdot \sin 2\varphi_0 \right] \quad (2.8)$$

$$M_z(\alpha = const) = -\frac{A \omega^2 R}{2} \cdot [\Delta m_{2s}^* \cos 2\varphi_0 - \Delta m_{2c}^* \sin 2\varphi_0] \quad (2.9)$$

Проведя сравнительный анализ возникающих эффектов для случая кромочного распределения дебалансных масс и для случая распределения дебалансных масс по конкретной параллели резонатора (не совпадающей с кромкой) на основе полученных формул, отметим, что полностью скомпенсировать возникающий поверхностный дебаланс балансировкой кромки не удастся. Следовательно, в дальнейших исследованиях следует учитывать именно поверхностное распределение дебалансных масс.

**В третьей главе** на основе результатов, полученных во второй главе, проводится оценка полного силового воздействия дебалансных масс на колеблющийся резонатор в случае их поверхностного распределения. Исследование проводится по тому же алгоритму - рассматриваются динамические эффекты, возникающие в неуравновешенном резонаторе при вибрации основания в случае, если дебалансные массы распределены по всей поверхности резонатора. Проводится оценка возникающих дефектов: находятся параметры, характеризующие разбалансировку резонатора по первой, второй и третьей гармоникам дебаланса, которые должны быть убраны в результате балансировки резонатора.

Возникающие силы:

$$F_x = \frac{A \omega^2 R^2}{4} \cdot \left[ (3d_{1c}^F + d_{3c}^F) \cdot \cos 2\varphi_0 + (3d_{1s}^F + d_{3s}^F) \cdot \sin 2\varphi_0 \right] \quad (3.1)$$

$$F_y = \frac{A \omega^2 R^2}{4} \cdot \left[ (-3d_{1s}^F + d_{3s}^F) \cdot \cos 2\varphi_0 + (3d_{1c}^F - d_{3c}^F) \cdot \sin 2\varphi_0 \right] \quad (3.2)$$

$$F_z = -\frac{A \omega^2 R^2}{2} \cdot \left[ d_{2c}^F \cos 2\varphi_0 + d_{2s}^F \sin 2\varphi_0 \right] \quad (3.3)$$

где для силовых параметров дебалансов использованы обозначения:

$$d_{kc}^F = \int_{\alpha} \rho_{kc}(\alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cdot d\alpha, \text{ где } k = 1,3$$

$$d_{ks}^F = \int_{\alpha} \rho_{ks}(\alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cdot d\alpha, \text{ где } k = 1,3$$

$$d_{2c}^F = \int_{\alpha} \rho_{2c}(\alpha) \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cdot (1 + 2 \cos \alpha) \cdot d\alpha$$

$$d_{2s}^F = \int_{\alpha} \rho_{2s}(\alpha) \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cdot (1 + 2 \cos \alpha) \cdot d\alpha$$

$$\rho_{kc}(\alpha) = \int_{\varphi} \rho(\varphi, \alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \cos k\varphi \cdot d\varphi, \text{ где } k = 1,3$$

$$\rho_{ks}(\alpha) = \int_{\varphi} \rho(\varphi, \alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \sin k\varphi \cdot d\varphi, \text{ где } k = 1,3$$

$$\rho_{2c}(\alpha) = \int_{\varphi} \rho(\varphi, \alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \cos 2\varphi \cdot d\varphi \quad \rho_{2s}(\alpha) = \int_{\varphi} \rho(\varphi, \alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \sin 2\varphi \cdot d\varphi$$

Возникающие моменты:

$$M_x = \frac{R^3 \cdot A\omega^2}{4} \cdot \left[ (d_{1s}^M - d_{3s}^M) \cdot \cos 2\varphi_0 + (-d_{1c}^M + d_{3c}^M) \cdot \sin 2\varphi_0 \right]$$

$$M_y = \frac{R^3 \cdot A\omega^2}{4} \cdot \left[ (d_{1c}^M(\alpha) + d_{3c}^M) \cdot \cos 2\varphi_0 + (d_{1s}^M + d_{3s}^M) \cdot \sin 2\varphi_0 \right] \quad (3.4)$$

$$M_z = -\frac{A\omega^2 R^3}{2} \cdot \left[ d_{2s}^M \cos 2\varphi_0 - d_{2c}^M \sin 2\varphi_0 \right]$$

где моментные параметры дебалансов представлены следующим образом:

$$d_{1c}^M = \int_{\alpha} \rho_{1c}(\alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cdot (1 - \cos \alpha) \cdot d\alpha, \quad d_{1s}^M = \int_{\alpha} \rho_{1s}(\alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cdot (1 - \cos \alpha) \cdot d\alpha$$

$$d_{3c}^M = \int_{\alpha} \rho_{3c}(\alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cdot (1 + \cos \alpha) \cdot d\alpha, \quad d_{3s}^M = \int_{\alpha} \rho_{3s}(\alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cdot (1 + \cos \alpha) \cdot d\alpha$$

$$d_{2c}^M = \int_{\alpha} \rho_{2c}(\alpha) \cdot \sin^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cdot d\alpha, \quad d_{2s}^M = \int_{\alpha} \rho_{2s}(\alpha) \cdot \sin^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cdot d\alpha$$

В результате по измеренным амплитудам всех компонент реакции при двух ориентациях волны и ее моментов также при двух определенных

ориентациях волны можно определить значения всех 12 параметров дебаланса:  $d_{kc}^F, d_{ks}^F, d_{kc}^M, d_{ks}^M$  для  $k = 1, 2, 3$ .

Оценим их значения:

$d_{1c}^F = \frac{2}{3A\omega^2} \left[ F_x(0) + F_x\left(\frac{\pi}{4}\right) \right]$	$d_{1c}^M = \frac{2}{RA\omega^2} \left[ M_y(0) - M_x\left(\frac{\pi}{4}\right) \right]$
$d_{1s}^F = \frac{2}{3A\omega^2} \left[ F_x\left(\frac{\pi}{4}\right) - F_y(0) \right]$	$d_{1s}^M = \frac{2}{RA\omega^2} \left[ M_x(0) + M_y\left(\frac{\pi}{4}\right) \right]$
$d_{2c}^F = -\frac{2}{A\omega^2} [F_z(0)]$	$d_{2c}^M = \frac{2}{A\omega^2 R} \left[ M_z\left(\frac{\pi}{4}\right) \right]$
$d_{2s}^F = -\frac{2}{A\omega^2} \left[ F_z\left(\frac{\pi}{4}\right) \right]$	$d_{2s}^M = -\frac{2}{A\omega^2 R} [M_z(0)]$
$d_{3c}^F = \frac{2}{A\omega^2} \left[ F_x(0) - F_y\left(\frac{\pi}{4}\right) \right]$	$d_{3c}^M = \frac{2}{RA\omega^2} \left[ M_x\left(\frac{\pi}{4}\right) + M_y(0) \right]$
$d_{3s}^F = \frac{2}{A\omega^2} \left[ F_x\left(\frac{\pi}{4}\right) + F_y(0) \right]$	$d_{3s}^M = \frac{2}{RA\omega^2} \left[ M_y\left(\frac{\pi}{4}\right) - M_x(0) \right]$

Таким образом, стало понятно, что для полной характеристики произвольного поверхностного распределения дебалансов, в плане его влияния на реакцию волны в точках опоры, для каждой гармоники (первых трех) требуется не два как было получено ранее, а четыре параметра.

**В четвертой главе** также для случая поверхностного распределения дебалансных масс проводится исследование возможности использования угловой вибрации основания резонатора (ранее рассматривалась только линейная вибрация основания резонатора) для нахождения дополнительных параметров дебаланса.

Найденные дополнительные параметры:

$$d_{1c}^{Me} = \frac{3}{2\gamma_0 R} \cdot (q_{1s}^y + q_{1s}^x) \qquad d_{1s}^{Me} = \frac{3}{2\gamma_0 R} \cdot (q_{1c}^y - q_{1c}^x)$$

$$d_{3s}^{Me} = \frac{3}{2\gamma_0 R} \cdot (q_{vc}^x + q_{vs}^y)$$

$$d_{3c}^{Me} = \frac{3}{2\gamma_0 R} \cdot (q_{vs}^y - q_{vc}^x)$$

$$d_{2c}^{Me} = -\frac{3}{2\gamma_0 R} \cdot q_{vs}^z$$

$$d_{2s}^{Me} = \frac{3}{2\gamma_0 R} \cdot q_{vc}^z$$

Здесь  $q_{vc}^x, q_{vs}^x, q_{vc}^y, q_{vs}^y$  - амплитуды обобщенных сил;  $d_{kc}^{Me}, d_{ks}^{Me}$  - моментные дебалансы, отнесенные к массе резонатора,  $\gamma_0$  - амплитуда угловой вибрации.

**В пятой главе** определяется влияние на показания прибора взаимной связи рабочих, балочных и угловых колебаний (оценивается величина возникающей разнородности) и рассматривается возможность его устранения путем более тщательной балансировки.

В работе В.Ф. Журавлева и Ю.К. Жбанова исследовалось влияние на работу ВТГ взаимной связи рабочих колебаний с балочными колебаниями. Было показано, что такая связь возникает, если резонатор разбалансирован. Балочные колебания были приняты в форме поступательного перемещения полусферы резонатора в плоскости, ортогональной оси симметрии. Но на практике в большинстве случаев смещение резонатора за счет деформации ножки сопровождается его поворотом вокруг оси, перпендикулярной этому смещению, вследствие чего балочные колебания должны стать чувствительными к угловой вибрации основания резонатора. В результате анализа, проведенного в данной главе, такое предположение получило подтверждение и было показано, что для устранения взаимосвязи указанных колебаний требуется балансировка, компенсирующая дебаланс с учетом его распределения по всей поверхности резонатора.

Величина возникающей разнородности составила:

$$\frac{1}{8} \cdot \eta^2 \cdot d_1^M \cdot d_3^M, \text{ где } d_1^M = \sqrt{(d_{1c}^M)^2 + (d_{1s}^M)^2}, \quad d_3^M = \sqrt{(d_{3c}^M)^2 + (d_{3s}^M)^2},$$



$\eta$  - коэффициент затухания.

**В шестой главе** предлагаются две новые методики точной балансировки резонатора:

- по шести параллелям;
- по двум параллелям.

Первая методика балансировки (по шести параллелям).

Из результатов исследований, проведенных во второй главе, мы знаем полное силовое воздействие (момент и сила) дебалансных масс, распределенных по всей поверхности резонатора. Поскольку совокупные момент и сила оказались перпендикулярны друг другу, значит систему сил от дебалансов поверхности можно свести к силе, приложенной в одной точке. Таким образом, ставится задача о нахождении точки приложения эквивалентной силы, которая скомпенсировала бы силовое воздействие поверхностных дебалансов.

В результате анализа выяснилось, что при силовом воздействии разных гармоник дебаланса точка приложения эквивалентной компенсирующей силы будет своя. Исходя из точки приложения соответствующей силы мы находим положение параллели и величину устраняемой с этой параллели дефектной массы.

Таких параллелей оказывается ровно шесть:

№ параллели	Положение параллели	Устраняемый дебаланс
1	$\cos \alpha_{1c}^* = 1 - \frac{d_{1c}^M}{d_{1c}^F}$	$d_{1c}^*(\alpha_{1c}^*) = \frac{d_{1c}^F}{\sin \alpha_{1c}^* \cdot \text{tg}^2 \frac{\alpha_{1c}^*}{2}}$
2	$\cos \alpha_{1s}^* = 1 - \frac{d_{1s}^M}{d_{1s}^F}$	$d_{1s}^*(\alpha_{1s}^*) = \frac{d_{1s}^F}{\sin \alpha_{1s}^* \cdot \text{tg}^2 \frac{\alpha_{1s}^*}{2}}$

3	$\frac{\sin \alpha_{2c}^*}{1 + 2 \cos \alpha_{2c}^*} = \frac{d_{2c}^M}{d_{2c}^F}$	$d_{2c}^*(\alpha_{2c}^*) = \frac{d_{2c}^F}{(1 + 2 \cos \alpha_{2c}^*) \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_{2c}^*}{2}}$
4	$\frac{\sin \alpha_{2s}^*}{1 + 2 \cos \alpha_{2s}^*} = \frac{d_{2s}^M}{d_{2s}^F}$	$d_{2s}^*(\alpha_{2s}^*) = \frac{d_{2s}^F}{(1 + 2 \cos \alpha_{2s}^*) \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_{2s}^*}{2}}$
5	$\cos \alpha_{3c}^* = \frac{d_{3c}^M}{d_{3c}^F} - 1$	$d_{3c}^*(\alpha_{3c}^*) = \frac{d_{3c}^F}{\sin \alpha_{3c}^* \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_{3c}^*}{2}}$
6	$\cos \alpha_{3s}^* = \frac{d_{3s}^M}{d_{3s}^F} - 1$	$d_{3s}^*(\alpha_{3s}^*) = \frac{d_{3s}^F}{\sin \alpha_{3s}^* \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_{3s}^*}{2}}$

Вторая методика балансировки (по двум параллелям). Эта методика гораздо удобнее для реализации в технологическом процессе, т.к. выполняется удалением избыточных масс всего с двух заранее выбранных параллелей.

Рассматривается сила и момент, соответствующие, допустим дебалансу  $\rho_{1s}(\alpha)$  с измеренными параметрами  $d_{1s}^F$  и  $d_{1s}^M$  могут быть созданы специально подобранными дебалансами  $d_{1s}^*(\alpha_1)$  и  $d_{1s}^*(\alpha_2)$  на двух любых выбранных заранее параллелях  $\alpha = \alpha_1$  и  $\alpha = \alpha_2$ :

$$\vec{F}^{(1s)} = 3 \cdot \frac{A\omega^2 R^2}{4} \cdot \left\| \begin{array}{l} \cos 2\varphi_0 \\ \sin 2\varphi_0 \end{array} \right\| \cdot \left[ d_{1c}^*(\alpha_1) \cdot \sin \alpha_1 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_1}{2} + d_{1c}^*(\alpha_2) \cdot \sin \alpha_2 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_2}{2} \right] \quad (6.1)$$

$$\vec{M}^{(1s)} = \frac{A\omega^2 R^3}{4} \cdot \left\| \begin{array}{l} -\sin 2\varphi_0 \\ \cos 2\varphi_0 \end{array} \right\| \cdot \left[ d_{1c}^*(\alpha_1) \cdot \sin \alpha_1 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_1}{2} \cdot (1 - \cos \alpha_1) + \right. \\ \left. + d_{1c}^*(\alpha_2) \cdot \sin \alpha_2 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_2}{2} \cdot (1 - \cos \alpha_2) \right] \quad (6.2)$$

Параметры дебаланса:

$$d_{1s}^F = d_{1s}^*(\alpha_1) \cdot \sin \alpha_1 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_1}{2} + d_{1s}^*(\alpha_2) \cdot \sin \alpha_2 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_2}{2} \quad (6.3)$$

$$d_{1s}^M = \left[ d_{1s}^*(\alpha_1) \cdot \sin \alpha_1 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_1}{2} \cdot (1 - \cos \alpha_1) + d_{1s}^*(\alpha_2) \cdot \sin \alpha_2 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_2}{2} \cdot (1 - \cos \alpha_2) \right] \quad (6.4)$$

Решением выписанной системы находят подлежащие устранению дебалансы  $d_{1s}^*(\alpha_1)$  и  $d_{1s}^*(\alpha_2)$ . Аналогично и для остальных параметров:

$$d_{1c}^F = d_{1c}^*(\alpha_1) \cdot \sin \alpha_1 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_1}{2} + d_{1c}^*(\alpha_2) \cdot \sin \alpha_2 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_2}{2}$$

$$d_{1c}^M = \left[ d_{1c}^*(\alpha_1) \cdot \sin \alpha_1 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_1}{2} \cdot (1 - \cos \alpha_1) + d_{1c}^*(\alpha_2) \cdot \sin \alpha_2 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_2}{2} \cdot (1 - \cos \alpha_2) \right]$$

$$d_{3c}^*(\alpha_1) \cdot \sin \alpha_1 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_1}{2} + d_{3c}^*(\alpha_2) \cdot \sin \alpha_2 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_2}{2} = d_{3c}^F$$

$$d_{3c}^*(\alpha_1) \cdot \sin \alpha_1 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_1}{2} \cdot (1 + \cos \alpha_1) + d_{3c}^*(\alpha_2) \cdot \sin \alpha_2 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_2}{2} \cdot (1 + \cos \alpha_2) = d_{3c}^M$$

$$d_{3s}^*(\alpha_1) \cdot \sin \alpha_1 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_1}{2} + d_{3s}^*(\alpha_2) \cdot \sin \alpha_2 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_2}{2} = d_{3s}^F$$

$$d_{3s}^*(\alpha_1) \cdot \sin \alpha_1 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_1}{2} \cdot (1 + \cos \alpha_1) + d_{3s}^*(\alpha_2) \cdot \sin \alpha_2 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_2}{2} \cdot (1 + \cos \alpha_2) = d_{3s}^M \quad (6.5)$$

$$d_{2c}^*(\alpha_1) \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_1}{2} \cdot (1 + 2 \cos \alpha_1) + d_{2c}^*(\alpha_2) \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_2}{2} \cdot (1 + 2 \cos \alpha_2) = d_{2c}^F$$

$$d_{2c}^*(\alpha_1) \cdot \sin \alpha_1 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_1}{2} + d_{2c}^*(\alpha_2) \cdot \sin \alpha_2 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_2}{2} = d_{2c}^M$$

$$d_{2s}^*(\alpha_1) \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_1}{2} \cdot (1 + 2 \cos \alpha_1) + d_{2s}^*(\alpha_2) \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_2}{2} \cdot (1 + 2 \cos \alpha_2) = d_{2s}^F$$

$$d_{2s}^*(\alpha_1) \cdot \sin \alpha_1 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_1}{2} + d_{2s}^*(\alpha_2) \cdot \sin \alpha_2 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_2}{2} = d_{2s}^M$$

Из системы (6.5) можно найти величины дебалансов, необходимых для устранения с поверхности резонатора, используя две определенные параллели.

Для примера покажем:

Устраняемые дебалансы	$\alpha_1 = \frac{\pi}{3}, \alpha_2 = \frac{\pi}{2}$	$\alpha_1 = \frac{\pi}{4}, \alpha_2 = \frac{\pi}{2}$
$d_{1c}^*(\alpha_1)$	$4\sqrt{3}(d_{1c}^F - d_{1c}^M)$	$\frac{2}{\text{tg}^2 \frac{\pi}{8}}(d_{1c}^F - d_{1c}^M)$
$d_{1c}^*(\alpha_2)$	$2d_{1c}^M - d_{1c}^F$	$\sqrt{2}d_{1c}^M - (\sqrt{2} - 1)d_{1c}^F$
$d_{1s}^*(\alpha_1)$	$4\sqrt{3}(d_{1s}^F - d_{1s}^M)$	$\frac{2}{\text{tg}^2 \frac{\pi}{8}}(d_{1s}^F - d_{1s}^M)$
$d_{1s}^*(\alpha_2)$	$2d_{1s}^M - d_{1s}^F$	$\sqrt{2}d_{1s}^M - (\sqrt{2} - 1)d_{1s}^F$
$d_{2c}^*(\alpha_1)$	$\frac{6}{4 - \sqrt{3}}(d_{2c}^F - d_{2c}^M)$	$\frac{\sqrt{2}}{(1 + \sqrt{2}) \cdot \text{tg}^2 \frac{\pi}{8}}(d_{2c}^F - d_{2c}^M)$
$d_{2c}^*(\alpha_2)$	$\frac{4d_{2c}^M - \sqrt{3}d_{2c}^F}{4 - \sqrt{3}}$	$\sqrt{2}d_{2c}^M - \frac{1}{1 + \sqrt{2}}d_{2c}^F$
$d_{2s}^*(\alpha_1)$	$\frac{6}{4 - \sqrt{3}}(d_{2s}^F - d_{2s}^M)$	$\frac{\sqrt{2}}{(1 + \sqrt{2}) \cdot \text{tg}^2 \frac{\pi}{8}}(d_{2s}^F - d_{2s}^M)$
$d_{2s}^*(\alpha_2)$	$\frac{4d_{2s}^M - \sqrt{3}d_{2s}^F}{4 - \sqrt{3}}$	$\sqrt{2}d_{2s}^M - \frac{1}{1 + \sqrt{2}}d_{2s}^F$
$d_{3c}^*(\alpha_1)$	$4\sqrt{3}(d_{3c}^M - d_{3c}^F)$	$\frac{2}{\text{tg}^2 \frac{\pi}{8}}(d_{3c}^M - d_{3c}^F)$
$d_{3c}^*(\alpha_2)$	$3d_{3c}^F - 2d_{3c}^M$	$(\sqrt{2} + 1)d_{3c}^F - \sqrt{2}d_{3c}^M$
$d_{3s}^*(\alpha_1)$	$4\sqrt{3}(d_{3s}^M - d_{3s}^F)$	$\frac{2}{\text{tg}^2 \frac{\pi}{8}}(d_{3s}^M - d_{3s}^F)$
$d_{3s}^*(\alpha_2)$	$3d_{3s}^F - 2d_{3s}^M$	$(\sqrt{2} + 1)d_{3s}^F - \sqrt{2}d_{3s}^M$

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ ПО РАБОТЕ

1. С использованием новой математической модели прибора показано, что балансировкой кромки резонатора нельзя полностью устранить силы реакций в местах крепления ножки резонатора к корпусу прибора при его рабочих колебаниях, если дебалансные массы не сосредоточены на этой кромке.
2. Для произвольного распределения дебалансных масс по поверхности резонатора определено полное силовое воздействие дефектов на резонатор в местах заделки.
3. Показано, что полная характеристика дебаланса резонатора, кроме известных шести параметров, от которых зависит главный вектор сил реакции, включает в себя шесть параметров, от которых зависит главный момент сил реакции; для определения всех этих двенадцати параметров дебаланса достаточно выполнить измерение трех компонент главного вектора сил реакции и трех компонент главного момента сил реакции при двух различных ориентациях волны.
4. Показано, что по реакции волны на угловую вибрацию основания на рабочей частоте резонатора при двух различных направлениях вибрации могут быть определены еще шесть дополнительных параметров дебаланса.
5. Уточнено влияние дебаланса на взаимосвязь рабочих колебаний с балочными колебаниями за счет деформации его ножки.
6. Предложены две новые методики балансировки резонатора, полностью обнуляющие реакцию в опоре при рабочих колебаниях резонатора.

## СПИСОК ОСНОВНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в рецензируемых журналах, рекомендованных к публикации ВАК:

1. Жбанов Ю.К., Каленова Н.В. Поверхностный дебаланс волнового твердотельного гироскопа // Изв. РАН. МТТ. 2001. №3. С.11-18.
2. Каленова Н.В. Определение параметров поверхностного дебаланса резонатора волнового твердотельного гироскопа по его реакции на угловую вибрацию основания. // Изв. РАН. МТТ. 2004. №2. С.3-7.
3. Каленова Н.В. Влияние угловых перемещений резонатора волнового твердотельного гироскопа на взаимосвязь рабочих колебаний с балочными. // Изв. РАН. МТТ. 2009. №5. С.36-41.
4. Каленова Н.В. Анализ влияния угловой вибрации на динамику.// Приборы. 2009. №12. С.35-39.

Международные и всероссийские конференции:

1. Каленова Н.В. Влияние угловой вибрации на работу волнового твердотельного гироскопа // Тезисы докладов XXIII Конференции памяти Н.Н. Острякова (Санкт-Петербург, октябрь 2002 г.).
2. Каленова Н.В. Балансировочный алгоритм для резонатора ВТГ// Тезисы докладов всероссийской научно-технической конференции «Новые материалы и технологии НМТ-2006» в 3-х томах. – Москва, ноябрь 2006г. – М.: МАТИ, 2006 - Т.2. с. 102-103.