

*На правах рукописи*

МОКРОВ Михаил Сергеевич

**ОТРИЦАТЕЛЬНОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ  
СОПРОТИВЛЕНИЕ, НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И  
АВТОКОЛЕБАНИЯ В ТАУНСЕНДОВСКОМ РАЗРЯДЕ**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва 2008 г.

Работа выполнена в учреждении Российской академии наук Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН.

**Научный руководитель:**

доктор физико-математических наук, Юрий Петрович Райзер  
профессор

**Официальные оппоненты:**

доктор физико-математических наук, Георгий Вениаминович Найдис  
профессор

доктор физико-математических наук, Анатолий Петрович Напартович  
профессор

**Ведущая организация:**

Санкт-Петербургский  
политехнический университет,  
кафедра физики плазмы

Защита состоится “ 22 ” января 2009 г. в 15.00 на заседании  
диссертационного совета Д 002.240.01 при ИПМех РАН, 119526, Москва,  
проспект Вернадского, д. 101, корп. 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПМех РАН.

Автореферат разослан “2” декабря 2008 г.

Ученый секретарь диссертационного  
совета,

кандидат физико-математических наук

Е.Я. Сысоева

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Самоподдерживающиеся нелинейные колебания или автоколебания – традиционный объект изучения в механике и физической механике. Автоколебания в различных системах во многих случаях и в самом деле в своей основе имеют механическую природу, как например, автоколебания тока, т.е. плотности и скорости ионного газа в случае таунсендовского разряда. Впрочем, вне зависимости от природы автоколебания всегда удобно трактовать с привлечением механической аналогии.

Автоколебания в таунсендовском разряде возникают в результате развития неустойчивости, присущей этому типу разряда. Несмотря на значительное число работ, в проблеме неустойчивости и автоколебаний таунсендовского разряда остается много неясностей. Данные вопросы привлекают в последнее время большое внимание в связи с применением таунсендовского разряда с полупроводниковым катодом в приборе, преобразующем инфракрасные изображения в видимые и обладающем рекордным быстродействием. Неустойчивость таунсендовского разряда и ее результаты, автоколебания тока и нарушение пространственной однородности разряда, ограничивают допустимую силу разрядного тока, тем самым, снижая чувствительность прибора. Поэтому выяснение механизма возникающей неустойчивости и ее результатов является актуальной задачей.

Предпосылкой неустойчивости таунсендовского разряда является падающий характер его вольт-амперной характеристики, т.е. зависимости напряжения на разряде от тока (ВАХ). Мерой отрицательного наклона ВАХ служит так называемое отрицательное дифференциальное сопротивление (при этом само электрическое сопротивление, которое пропорционально силе трения, испытываемой газами заряженных частиц при их движении в поле, всегда положительно). Отрицательное дифференциальное сопротивление играет роль вынуждающей силы, раскачивающей автоколебания. Поэтому одной из важнейших задач диссертации является выяснение механизма его возникновения.

Развитие пространственной неустойчивости таунсендовского разряда в системе с полупроводниковым катодом приводит к возникновению токовых нитей, иногда упорядоченных. Такое поведение разряда имеет много общего с явлениями самоорганизации, которые проявляются в механических, физических и других системах. В целях последующего установления

природы упорядоченных нитей в диссертации разработана трехмерная программа для их моделирования на основе гидродинамического описания электронного и ионного газов.

**Целью работы** является (i) изучение автоколебаний в таунсендовском разряде с полупроводниковым катодом; (ii) выяснение механизмов и расчет отрицательного дифференциального сопротивления таунсендовского разряда при небольших значениях произведения давления газа  $p$  на длину разрядного промежутка  $d$ ,  $pd \approx 1$  Торр·см; (iii) разработка трехмерной программы для расчета газового разряда в промежутках с плоскими электродами.

#### **Научная новизна и практическая значимость работы.**

Получены автоколебательные решения для таунсендовского разряда в широком диапазоне условий и выяснены факторы, ответственные за их существование в различных условиях. Продемонстрировано существенное влияние на решения слабого постоянного тока с катода, предположительно связанного с эмиссией электронов под действием метастабильных молекул.

Для водорода и аргона для значений  $pd$ , близких к 1 Торр·см, методом Монте-Карло рассчитаны ВАХ таунсендовского разряда в согласии с экспериментом. Выявлены два механизма возникновения отрицательного дифференциального сопротивления. Один, известный ранее, связан с уменьшением вероятности возврата электронов на катод с ростом поля у катода, возрастающего с ростом разрядного тока. Второй механизм является следствием «нелокальности» (неравновесного характера) электронного ионизационного коэффициента вблизи катода. Он установлен в диссертации.

Разработана трехмерная программа для моделирования газового разряда, которая проверена путем расчета стационарного столба тлеющего разряда. Трехмерные модели подобного рода в настоящее время только начинают появляться.

Полученные результаты представляют интерес для физической механики низкотемпературной плазмы, а также при попытках расширить диапазон благоприятных условий для работы прибора – преобразователя излучения.

**Достоверность** полученных результатов основана на предварительном тестировании расчетных методик, использовании качественных физических соображений и простых оценок.

**Апробация работы.** Основные результаты работы представлены на VI симпозиуме по Радиационной плазмодинамике (Москва, 2006); IV

Курчатовской молодежной научной школе (Москва, 2006); международном симпозиуме “Стримеры, лидеры, спрайты, молния” (Лейден, 2007); семинаре лаборатории радиационной газовой динамики ИПМех РАН (2008); семинаре кафедры физики плазмы Санкт-Петербургского политехнического университета (2008).

**Публикации.** По материалам диссертации опубликовано 3 работы в рецензируемых журналах, 2 - в тезисах докладов на конференциях и школах, а также написан один препринт ИПМех РАН.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы из 86 наименований. Объем работы составляет 108 страниц текста, в том числе 44 рисунка, 2 таблицы и 4 страницы цитируемой литературы.

## СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **Введении** сформулированы цели работы, отмечается научное и практическое значение выбранного направления исследований.

В **Главе 1** наряду с обзором литературы излагаются сведения, необходимые для расчетов таунсендовского разряда. Рассматриваются плоские промежутки с  $pd \sim 1$  Торр·см. Эффективность размножения электронов в объеме описывается коэффициентом  $M_\alpha$  – числом электрон-ионных пар, рожденных в результате вылета одного электрона с катода. Если ионизационный коэффициент  $\alpha$  считается функцией локального поля  $\alpha = \alpha[E(x)]$ , то  $M_\alpha$  равно:

$$M_\alpha = \exp \left( \int_0^d \alpha[E(x)] dx \right) - 1 \quad (1)$$

Строго вычислить  $M_\alpha$  можно путем использования «истинного» ионизационного коэффициента  $\alpha = \alpha(x)$ , найденного по функции распределения электронов в данной точке  $x$ , т.е. с учетом «нелокальных» эффектов. При этом:

$$M_\alpha = \exp \left( \int_0^d \alpha(x) dx \right) - 1 \quad (2)$$

При пробое и в стационарном разрядном процессе выполняется условие воспроизводства электронов в промежутке:

$$g = \gamma_{\text{eff}} M_\alpha = 1, \quad (3)$$

где  $g$  – коэффициент воспроизводства электронов,  $\gamma_{\text{eff}}$  – эффективный коэффициент вторичной эмиссии. Коэффициент  $\gamma_{\text{eff}}$  связан с истинной

вероятностью вырывания электрона с катода  $\gamma$ , рассчитанной на один приходящий на катод ион, посредством так называемого «фактора ухода» электронов  $f_{es}$ ,  $\gamma_{eff}=f_{es}\gamma$ . Величина  $f_{es}$  есть вероятность безвозвратного ухода электрона с катода.

ВАХ таунсендовского разряда находится аналитически из (3) с величиной  $M_\alpha$ , вычисленной по (1) в поле  $E=E(x)$ , которое слабо искажено по сравнению с пробивающим  $E_T=V_T/d=const$ . При  $\gamma_{eff}=const$  ВАХ таунсендовского разряда имеет вид:  $V_s(j)=V_T+A_1j^2$ , где  $j$  – плотность разрядного тока. При «малых»  $pd < \bar{e} (pd)_{min}$ , где  $(pd)_{min}$  – соответствует минимуму кривой Пашена  $V_T=V_T(pd)$ ,  $\bar{e}=2.72$ ,  $A_1 > 0$ , и ВАХ квадратично растущая. При «больших»  $pd > \bar{e} (pd)_{min}$ ,  $A_1 < 0$ , и ВАХ падающая. Знак  $A_1$  определяется знаком второй производной от коэффициента Таунсенда  $\alpha=\alpha(E)$ , взятой в точке пробоя  $E_T$ .

Если учесть рост  $\gamma_{eff}$  с полем на катоде  $E_C$ , которое, в свою очередь, возрастает с увеличением тока, то в ВАХ появится дополнительное, линейное по току, слагаемое:

$$V_s(j)=V_T-R_{1D}j+A_1j^2, \quad (4)$$

где  $R_{1D}=\left|dV_s/dj\right|_{j=0}$  – отрицательное дифференциальное сопротивление в пределе «нулевых» токов,  $R_{1D}\sim d\gamma_{eff}/dE_C > 0$ . В главе 1 указаны работы, в которых ВАХ таунсендовского разряда и  $R_{1D}$  измерялись на опыте.

Падающая ВАХ предрасполагает таунсендовский разряд к неустойчивости и возникновению автоколебаний тока, однородного вдоль плоскости электродов. Автоколебания наблюдаются как в системе с полупроводниковым катодом, который вносит в цепь сопротивление и емкость (распределенные) так и в случае разряда с металлическими электродами, когда параллельно разряду включена дополнительная емкость. На опыте автоколебания существуют как при «больших»  $pd$ , так и при «малых».

Токовые нити возникают в таунсендовском разряде с полупроводниковым катодом в тонких зазорах  $d\sim 0.1$  см при высоких давлениях  $p\approx 100$  Торр.

В Главе 2 представлены ВАХ таунсендовского разряда в водороде и аргоне, рассчитанные методом Монте-Карло. Получены значения отрицательных дифференциальных сопротивлений  $R_{1D}$ . В целях проверки методики находятся ионизационные коэффициенты  $\alpha=\alpha(E/N)$ , частоты ионизации  $\nu_i=\nu_i(E/N)$ , скорости дрейфа электронов  $\nu_{dr}=\nu_{dr}(E/N)$ , которые

сравниваются с опытом и расчетами других авторов. Вычисляются также зависимости  $\gamma_{\text{eff}} = \gamma_{\text{eff}}(E/N)$  и  $f_{\text{es}} = f_{\text{es}}(E/N)$ .

Функция распределения электронов, в поле  $E = E(x)$ , рассчитывается методом Монте-Карло. Ионизационный коэффициент  $\alpha(x)$  находится по формуле:  $\alpha(x) = \nu_i(x) / \nu_{\text{dr}}(x)$ , в которой величины частоты ионизации  $\nu_i(x)$  и скорости дрейфа  $\nu_{\text{dr}}(x)$  вычисляются по известной функции распределения электронов.

Для вычисления  $M_\alpha$ , связанного формулой (2) с «истинным» коэффициентом  $\alpha(x)$ , подсчитывается число ионизаций, произведенных в промежутке, из расчета на один вышедший и не вернувшийся на катод электрон. С катода последовательно выпускается  $N_{\text{el}}$  ( $N_{\text{el}} \sim 5 \times 10^3 - 10^5$ ) электронов. Благодаря рассеянию на большие углы после упругих столкновений электрон, вылетевший с катода, может на него вернуться. Катод считается поглощающим. При попадании на анод медленные электроны к нему прилипают, а высокоэнергичные неупруго отражаются. Пусть в результате выпуска  $N_{\text{el}}$  электронов с катода в промежутке совершается  $M_{\text{tot}}$  актов ионизации, а к катоду прилипает  $N_C$  электронов. Число ионизаций, рассчитанное на один вышедший и не вернувшийся на катод электрон,  $M_\alpha$ , есть  $M_\alpha = M_{\text{tot}} / (N_{\text{el}} - N_C)$ . Возможный возврат электронов на катод никак не учтен в  $M_\alpha$ . Для его учета вводится число ионизаций, рассчитанное на один выпущенный с катода электрон,  $M = f_{\text{es}} M_\alpha$ , при этом  $f_{\text{es}} = 1 - N_C / N_{\text{el}}$ .

При использовании  $M_\alpha$  говорят об эффективном коэффициенте вторичной эмиссии  $\gamma_{\text{eff}}$ , т.к. при расчете  $\gamma_{\text{eff}}$  принимается во внимание возврат части эмитированных электронов обратно в катод. Если оперировать  $M$ , то такой возврат учитывается при расчете коэффициента размножения электронов в объеме. Тогда в роли коэффициента вторичной эмиссии выступает истинная вероятность вырывания электрона с катода  $\gamma$ , рассчитанная на один акт ионизации в промежутке.

Условие воспроизводства электронов (3) можно переписать как  $\gamma M = \gamma_{\text{eff}} M_\alpha = 1$ . Функции  $\gamma = \gamma(E/N)$  и  $\gamma_{\text{eff}} = \gamma_{\text{eff}}(E/N)$  находятся из последних равенств, причем  $M$  и  $M_\alpha$  рассчитываются (в большинстве случаев) методом Монте-Карло для условий, соответствующих измеренным порогам пробоя  $V_T = V_T(pd)$ .

ВАХ таунсендовского разряда находится путем расчетов коэффициентов воспроизводства электронов  $g = \gamma \cdot M$  в слабо неоднородном

поле  $E(x)$ , формирующемся при протекании тока. При этом  $\gamma$  считается не зависящей от тока,  $\gamma = \text{const}$ , что соответствует потенциальному вырыванию электронов медленными ионами с вероятностью  $\gamma_i$ ,  $\gamma_i = \gamma$ . Для распределения поля  $E(x)$ , зависящего от  $V$  и  $j$ , используются аналитические формулы. При слабых токах и малых  $\gamma$ ,  $\gamma \ll 1$ , поле  $E(x)$  линейно спадает от катода к аноду. Значения  $V$  и  $j$ , при которых  $g(V, j) = 1$ , соответствуют ВАХ. Статистическая ошибка определения положения точки на ВАХ не превышает 15%.

Сечения, описывающие столкновения электронов с молекулами  $\text{H}_2$  и атомами  $\text{Ar}$ , взяты из литературы. Для  $\text{H}_2$ , в силу неопределенности дифференциальных сечений возбуждения некоторых уровней, используются два предельных закона рассеяния. В модели I рассеяние считается изотропным, в модели II – сильно анизотропным.

Распределения  $\alpha/N$  представлены на рис. 1а. Вблизи катода присутствует участок «нелокальности», где  $\alpha/N$  мал и не определяется приложенным полем. При невысоких  $E/N$ ,  $E/N < 1500$  Td, и не малых  $Nd$  на большей части промежутка  $\alpha/N \approx \text{const}$  и определяется  $E/N$ , т.е.  $\alpha/N = \alpha/N(E/N)$  и не зависит от  $x$ .

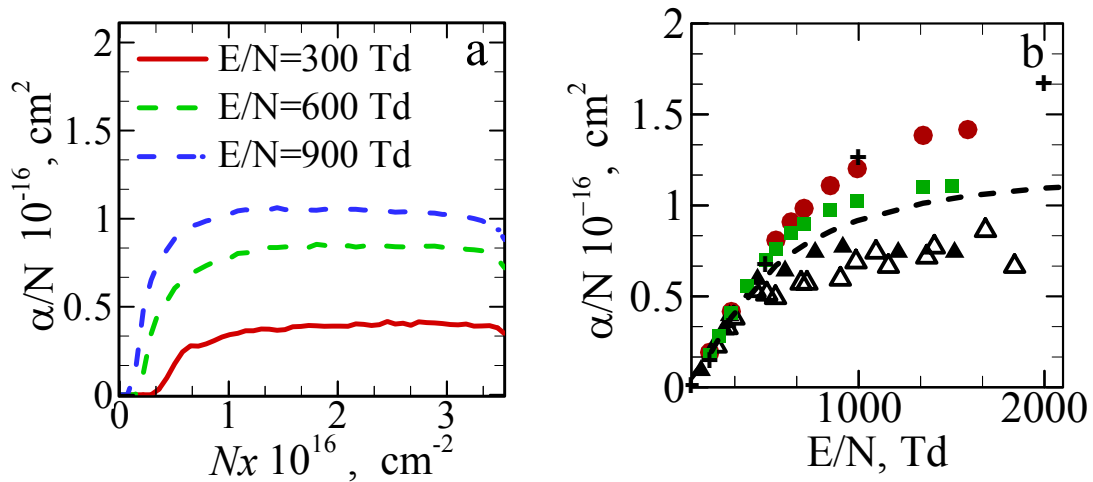


Рис. 1. (а) Распределения приведенного ионизационного коэффициента  $\alpha(x)/N$  от катода до анода (по  $Nx$ ) при различных  $E/N$ . Водород,  $Nd = 3.54 \times 10^{16} \text{ см}^{-2}$ ; (б)  $\alpha/N = \alpha/N(E/N)$ . Водород, наши расчеты: по модели I ( $\bullet$ ), по модели II ( $\blacksquare$ );  $\blacktriangle$  – эксперимент [1];  $\triangle$  – эксперимент [2]; — — — формула из [3], построенная по другим опытными данным; + – расчеты [4].

На рис. 1б рассчитанные  $\alpha/N = \alpha/N(E/N)$  сопоставлены с имеющимися в литературе. Расчеты согласуются с экспериментом. Поскольку для

«анизотропной» модели II это согласие несколько лучше, она используется в дальнейших расчетах.

На рис. 2а приведен рассчитанный «фактор ухода»  $f_{es}$  электронов в  $H_2$ . Спектр вылетающих с катода электронов считается равномерным в интервале энергий от 0 до  $\varepsilon_{max}=7$  эВ, что соответствует потенциальному вырыванию электронов ионами. На рис. 2b приведена зависимость  $\gamma_{eff}=\gamma_{eff}(E/N)$ , извлеченная из экспериментальных порогов пробоя  $H_2$  [3]. Значения, полученные нами методом Монте-Карло, согласуются с  $\gamma_{eff}$ , найденными в [3] с использованием локального коэффициента  $\alpha/N=\alpha/N(E/N)$ . Величина  $\gamma_{eff}$  сильно меняется с  $E/N$ , причем немонотонно. Такое поведение  $\gamma_{eff}$  нельзя объяснить изменением  $f_{es}$ , что видно из сравнения рисунков 2а и 2b.

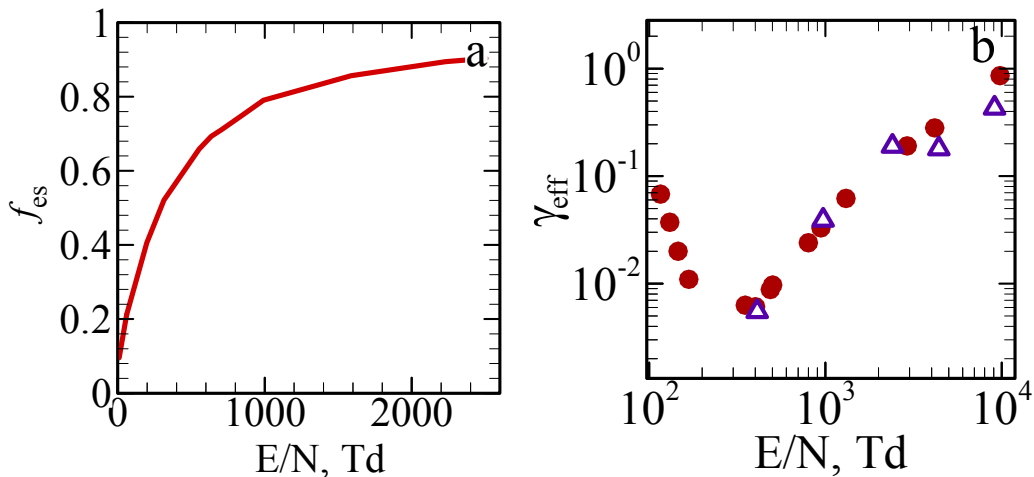


Рис.2. (а) Зависимость «фактора ухода» электронов в  $H_2$  от приведенного поля  $E/N$ . (б) Эффективный коэффициент вторичной эмиссии в  $H_2$ :  $\bullet$  – значения, полученные в настоящей работе,  $\Delta$  – данные из [3].

ВАХ таунсендовского разряда в  $H_2$  рассчитывается для двух  $pd=2, 2.7$  Торр·см, которым соответствуют  $E_T/N \approx 502$  Td,  $\gamma_i=0.015$  и  $E_T/N=401$  Td,  $\gamma_i=0.010$ , соответственно. В обоих случаях  $d=1$  см. Найденные начальные наклоны ВАХ  $R_{1D}$  совпадают,  $R_{1D}=4.1 \cdot 10^5$  Ом·см<sup>2</sup>. Полученное для  $pd=2.7$  Торр·см значение  $R_{1D}$  согласуется с экспериментом [3], выполненным для близких условий. Для выбранных  $E_T/N=401-500$  Td имеется неопределенность в ионном составе таунсендовского разряда в  $H_2$ . В разряде могут присутствовать ионы, обладающие существенно разной подвижностью. От скорости дрейфа ионов  $v_{i,dr}$  зависит распределение поля  $E(x)$  и значение

$R_{1D}$ . При расчетах принимаем, что основную долю ионов в разряде составляют  $H_3^+$ .

Расчеты  $\alpha=\alpha(E/N)$ ,  $f_{es}=f_{eff}(E/N)$  и  $\gamma_{eff}=\gamma_{eff}(E/N)$  проводятся и для аргона. Для Ar согласие рассчитанных величин с имеющимися в литературе не хуже, а зачастую даже лучше, чем для  $H_2$ .

При расчетах ВАХ таунсендовского разряда в аргоне рассматриваем промежутки с чистыми катодными поверхностями при  $pd \approx 0.7-2$  Торр·см,  $E/N \approx 400-1000$  Td, когда эмиссия электронов с катода контролируется потенциальным вырыванием положительными ионами. При расчетах энергетический спектр электронов, вылетающих с катода, полагается равномерным в интервале от 0 до  $\varepsilon_{max}=7$  эВ. Равенство значений  $\varepsilon_{max}$ , принятых при расчетах ВАХ в  $H_2$  и Ar, связано с тем, что значения потенциалов ионизации этих газов близки.

Отрицательное сопротивление  $R_{1D}$  в аргоне рассчитано для двух значений  $d=0.009$  см,  $d=0.05$  см, но одинакового  $pd = 0.7$  Торр·см. Выбранные условия соответствуют опытам с прибором-преобразователем излучения и характерны для микроплазменных устройств. При  $pd=0.7$  Торр·см порог пробоя на латунном катоде  $V_T=215.8$  В, чему при комнатной температуре отвечает  $E_T/N=959$  Td. Рассчитанная для этого варианта  $\gamma$  составляет  $\gamma=0.0187$ . При расчетах ВАХ  $\gamma$  отождествляем с вероятностью потенциального вырывания электронов ионами,  $\gamma=\gamma_i=const$ . При  $d=0.009$  см расчет дает  $R_{1D} \approx 0.4$  кОм·см<sup>2</sup>, при  $d=0.05$  см –  $R_{1D} \approx 12.7$  кОм·см<sup>2</sup>. Прделанные расчеты позволяют убедиться в справедливости закона подобия  $R_{1D}p^2=const$  при  $pd=const$ .

Для варианта с  $d=1.1$  см,  $pd=1.125$  Торр·см,  $E_T/N=566$  Td проведено сопоставление с экспериментом. Извлеченная с помощью метода Монте-Карло величина  $\gamma \equiv \gamma_i$  для этих условий составляет  $\gamma_i=0.0204$ . Рассчитанное отрицательное дифференциальное сопротивление,  $R_{1D}=5.1$  МОм·см<sup>2</sup>, хорошо согласуется с опытом.

На примере расчета при  $pd=0.7$  Торр·см рассмотрены вклады двух физических механизмов в отрицательное дифференциальное сопротивление. Первый механизм связан с увеличением коэффициента  $\gamma_{eff}$  с ростом поля на катоде, которое повышается при нарастании тока. Рост  $\gamma_{eff}$  обусловлен увеличением «фактора ухода» электронов  $f_{es}$ . Другим механизмом возникновения отрицательного дифференциального сопротивления является «нелокальность» истинного ионизационного коэффициента  $\alpha=\alpha(x)$  вблизи

катода, что приводит к линейному возрастанию  $M_\alpha$  с током  $j$ . Второй механизм существует и дает вклад в отрицательное дифференциальное сопротивление даже при  $\gamma_{\text{eff}}=\text{const}$ .

Рис. 3 иллюстрирует вклады обоих механизмов в отрицательное дифференциальное сопротивление таунсендовского разряда. В том случае когда  $\gamma_{\text{eff}}=\text{const}$ , т.е. рост «фактора ухода» электронов  $f_{\text{es}}$  игнорируется, отрицательное дифференциальное сопротивление –  $\tilde{R}_{1D} = 0.23 \text{ кОм}\cdot\text{см}^2$  и составляет примерно 60% от «истинного» ( $R_{1D}\approx 0.4 \text{ кОм}\cdot\text{см}^2$ ).

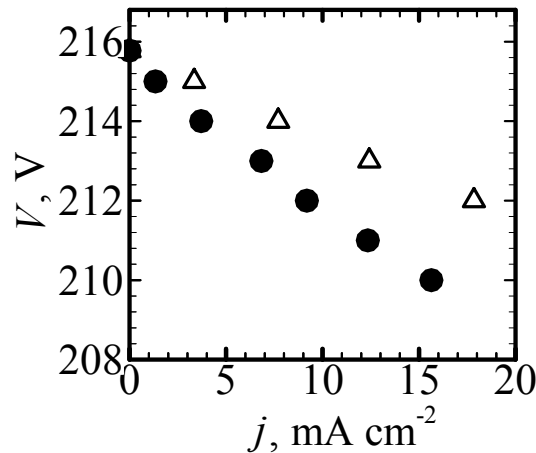


Рис. 3. Рассчитанная ВАХ таунсендовского разряда в аргоне,  $d=0.009 \text{ см}$ ,  $p = 77.8 \text{ Торр}$ ,  $pd=0.7 \text{ Торр}\cdot\text{см}$ . (•) Учтены оба эффекта – «нелокальность» ионизационного коэффициента  $\alpha(x)$  и рост «фактора ухода» электронов  $f_{\text{es}}$ ; ( $\Delta$ ) рост  $f_{\text{es}}$  в расчете исключен.

Природа механизма, связанного с «нелокальностью»  $\alpha(x)$ , такова. В отсутствии тока, т.е. в однородном пробивающем поле,  $\alpha(x)\approx 0$  на протяжении расстояния  $d_0$  от катода, т.к. электрон еще не набрал энергию  $I$ , достаточную для ионизации. Чем выше ток и сильнее поле у катода, тем меньше  $d_0$ , т.к. электрону теперь нужно пройти меньшее расстояние, чтобы набрать энергию  $I$ . Благодаря сокращению  $d_0$  интеграл размножений  $\int_0^d \alpha(x)dx$  немного возрастает,  $M_\alpha$  увеличивается. Простая оценка дает ориентировочный критерий, когда обсуждаемый механизм обеспечивает вклад в  $R_{1D}$ . Такой механизм существует в случае промежутков с  $pd < (pd)_{\text{min}}$ .

Растущая зависимость «фактора ухода» электронов  $f_{\text{es}}=f_{\text{es}}(E/N)$ , определяющая, в частности, величину  $R_{1D}$ , чувствительна к значению характерной энергии электронов, вылетающих с катода, и к закону отражения

возвращающихся на катод электронов обратно в промежуток. В наших расчетах производная  $df_{es}/d(E/N)$  принимает максимально возможное значение.

В Главе 3 рассматриваются автоколебания тока в таунсендовском разряде в устройстве с полупроводниковым катодом (рис. 4).

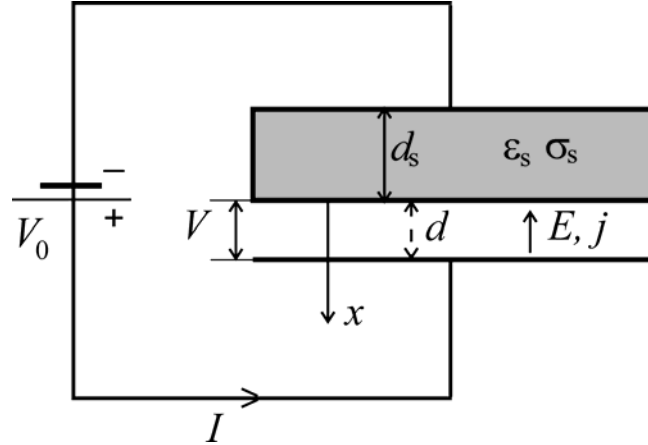


Рис. 4. Схема разрядного устройства с полупроводниковым катодом.

Выводятся уравнения для напряжения на разряде  $V$  и для разрядного тока  $j$ . Уравнение для напряжения имеет вид:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{V_0 - V - jR_1}{\Theta}, \quad R_1 = d_s \sigma_s, \quad \Theta = R_1 C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_s}{\sigma_s} \left( 1 + \frac{d_s}{\epsilon_s d} \right) \quad (5)$$

где  $V_0$  — напряжение источника;  $R_1$  — сопротивление полупроводника,  $C_1$  — сумма емкостей полупроводника и разрядного промежутка (из расчета на единицу площади);  $d_s$ ,  $\sigma_s$ ,  $\epsilon_s$  — толщина, проводимость и диэлектрическая проницаемость полупроводника,  $d$  — толщина разрядного промежутка,  $\epsilon_0$  — диэлектрическая постоянная вакуума. Уравнение для тока записывается в виде:

$$\frac{dj}{dt} = \frac{1}{\tau_i} [(g - 1)j + j_p], \quad j_p = \frac{1 + \gamma_{\text{eff}}}{\gamma_{\text{eff}}} j_{\text{ep}}, \quad (6)$$

где  $g = \gamma_{\text{eff}} \left[ \exp \left( \int_0^d \alpha [E(x, t)] dx \right) - 1 \right]$ ,  $\gamma_{\text{eff}}$  — эффективный коэффициент

вторичной эмиссии электронов с катода ионами,  $\tau_i$  — время дрейфа ионов через промежуток. В правую часть (6) включен слабый постоянный ток  $j_p$ , который существенно влияет на автоколебания в таунсендовском разряде. Ток  $j_p$  пропорционален электронному току с катода  $j_{\text{ep}}$ , предположительно связанному с эмиссией электронов под действием рожденных в промежутке и медленно диффундирующих метастабильных молекул. Подобная постоянная

эмиссия привлекалась в [5] для объяснения слабозатухающих колебаний тока в барьерном разряде.

В нестационарном уравнении (6) коэффициент воспроизводства электронов  $g$  считается функцией тока и напряжения,  $g = g(V, j)$ . Отклонение  $g$  от 1 описывается приближенной формулой  $g-1 = (\partial g / \partial V)_s [V - V_s(j)]$ , причем  $(\partial g / \partial V)_s$  берется в стационарной точке на ВАХ разряда  $V_s(j)$ , где  $g=1$ . Раскрытый таким способом фактор  $g-1$  подставляется в (6), производная  $(\partial g / \partial V)_s$  вычисляется путем дифференцирования экспоненты в  $g$ . В результате получается окончательное уравнение для тока:

$$\frac{dj}{dt} = \frac{k}{\tau_0} \frac{V - V_s(j)}{V_T} j + \frac{j_p}{\tau}, \quad k = \frac{(1 + \gamma_{\text{eff}}) L_\gamma}{1 - L_\gamma^{-1}}, \quad L_\gamma = \ln(1 + 1/\gamma_{\text{eff}}) \quad (7)$$

$$\tau_0 = \frac{d}{\mu_{\text{ion}} E_0}, \quad E_0 = Bp, \quad \tau = \frac{d}{\mu_{\text{ion}} E_T} (1 - L_\gamma^{-1}), \quad j_p = \frac{1 + \gamma_{\text{eff}}}{\gamma_{\text{eff}}} j_{\text{ep}}$$

где  $\mu_{\text{ion}}$  – подвижность ионов,  $B$  – эмпирический коэффициент в формуле Таунсенда для  $\alpha = \alpha(E)$ . Уравнения (5), (7) интегрируются численно для «малых»  $pd < \bar{e} (pd)_{\text{min}}$ , «больших»  $pd > \bar{e} (pd)_{\text{min}}$  и для разряда с плотностью тока, соответствующей поднормальному тлеющему разряду.

На рис. 5 приведен пример автоколебательного решения уравнений (5), (7) для азота с  $j_{\text{ep}} = 0$ . При расчете принято:  $d = 0.05$  см,  $p = 9.2$  Торр;  $d_s = 0.15$  см,  $\epsilon_s = 12$ ,  $\sigma_s = 1 \times 10^{-7}$  Ом $^{-1}$ ·см $^{-1}$ , что соответствует  $R_1 = 1.5$  МОм·см $^2$  и времени  $\Theta = 1.33 \times 10^{-5}$  сек. Приложенное напряжение  $V_0 = 313.5$  В,  $\gamma_{\text{eff}} = 0.08$ , пробивающее напряжение  $V_T = 209$  В. Характерное ионное время  $\tau_0 = 1.28 \times 10^{-7}$  с. Используется ВАХ (4) с  $R_{1D} = 8.4$  кОм·см $^2$ ,  $A_1 = 7.4 \times 10^5$  В·см $^4$ ·А $^{-2}$ .

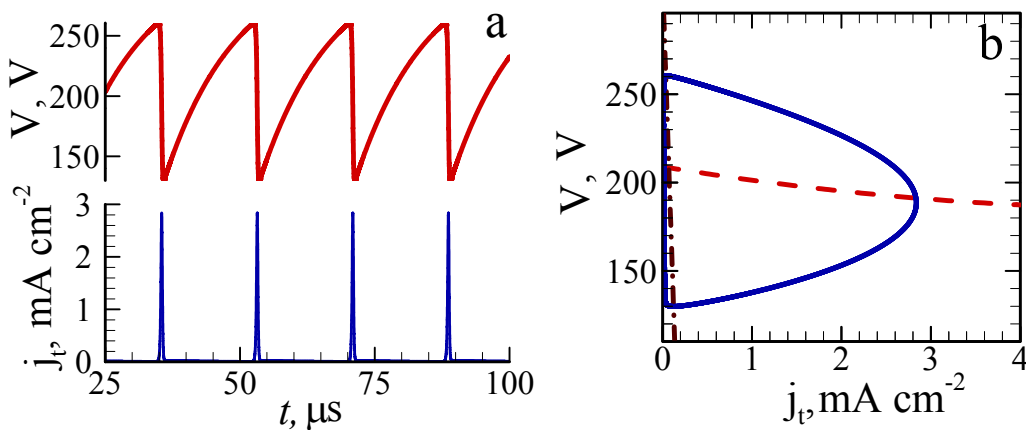


Рис. 5. (а) Рассчитанные «осциллограммы» напряжения на разряде  $V$  и плотности полного тока  $j_t$ , проводимости плюс смещения; (б) предельный цикл, ВАХ (штриховая кривая) и нагрузочная прямая; «малое»  $pd = 0.46$  Торр·см,  $\Delta = (V_0 - V_T) / V_T = 0.5$ ,  $j_{\text{ep}} = 0$ .

Регулируемым параметром при расчетах является приложенное напряжение  $V_0$ . Автоколебания возникают, когда  $V_0$  превышает некоторое пороговое значение  $V_{0t}$ . Для приведенного примера  $V_{0t} \approx 290$  В. В рассмотренном варианте, типичном для «малых»  $pd$ , в том случае, если  $j_{ep}=0$ , для существования автоколебаний в ВАХ разряда (4) необходимо сохранить член  $A_1 j^2$ . С линейной ВАХ (когда  $A_1=0$ ), система (5), (7) не имеет автоколебательных решений ни при каких значениях  $V_0$ .

На рис. 6 приведено автоколебательное решение уравнений (5), (7) с  $j_{ep}=2.2 \times 10^{-7}$   $\text{mA} \cdot \text{cm}^{-2}$ . Остальные входные данные те же, что при расчете рис.5.

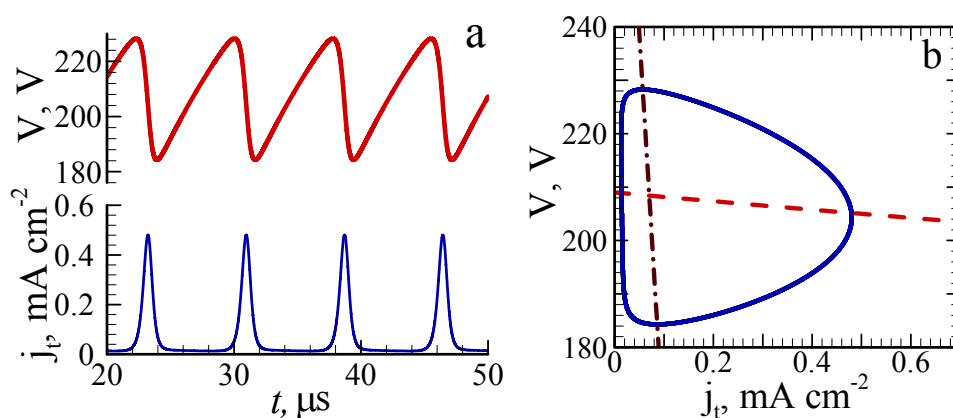


Рис 6. (а) Рассчитанные «осциллограммы» напряжения на разряде  $V$  и плотности полного тока  $j_t$ ; (б) предельный цикл, ВАХ (штриховая кривая) и нагрузочная прямая;  $pd=0.46$  Торр·см,  $\Delta=0.5$ ,  $j_{ep} \neq 0$ .

По сравнению с рис.5 амплитуда колебаний на рис. 6 меньше, токовые пики становятся размытыми. При уменьшении  $j_{ep}$  от  $2.2 \times 10^{-7}$   $\text{mA} \cdot \text{cm}^{-2}$  до нуля характер автоколебаний монотонно меняется от изображенного на рис. 6 до рис. 5. В варианте, изображенном на рис. 6, автоколебания существуют и в отсутствие квадратичного члена  $A_1 j^2$  в ВАХ разряда. Это слагаемое слабо влияет на характеристики представленных автоколебаний.

При «большом»  $pd=3$  Торр·см в азоте при  $j_{ep}=0$  система (5), (7) с квадратичной ВАХ (4) не имеет автоколебательных решений. Причина в том, что теперь  $A_1 < 0$ . Автоколебания появляются в случае ВАХ:

$$V_s(j) = V_T - R_{ID}j + A_1 j^2 + A_2 j^3 - A_3 j^4, \quad A_2, A_3 > 0, \quad (8)$$

неплохо аппроксимирующей результаты численных расчетов при небольших токах.

Действие слабого постоянного тока  $j_{ep}$  на автоколебательное решение при «больших»  $pd$  аналогично таковому в рассмотренном случае «малых»  $pd$ . Осциллограммы, рассчитанные с ВАХ (8), как с  $j_{ep}=0$ , так и  $j_{ep}\neq 0$ , подобны тем, которые представлены на рис.5 и рис.6, соответственно. Наличие  $j_{ep}$  стабилизирует автоколебания, так что при не слишком малых значениях  $j_{ep}$  присутствие членов с  $A_1, A_2, A_3$  в ВАХ (8) слабо влияет на характеристики автоколебаний.

Система (5), (7) применена для расчета автоколебаний в одномерном разряде в области перехода от таунсендовского разряда к тлеющему. Рассчитанные по (5), (7) «осциллограммы» автоколебаний неплохо согласуются с опубликованным другими авторами результатом численного интегрирования неупрощенной системы уравнений в частных производных.

Для выяснений причин возникновения автоколебаний проводится качественный анализ системы для «малых»  $pd$ . Случай  $j_{ep}=0$  рассматривается в первую очередь. Два уравнения (5), (7) с ВАХ (4) преобразуется к одному, для отклонения  $u = (V - V_{SS})/V_T$ , где  $V_{SS}$  отвечает стационарному разряду. Для «напряжения»  $u$  получается сложное нелинейное уравнение колебаний. Оно исследуется в приближении квазигармонических колебаний. В таком случае, как показано в работе методом усреднения, сложное нелинейное уравнение колебаний упрощается и принимает вид:

$$u'' + u = \varepsilon u' [1 - B_1 u^2 - B_2 u'^2] \quad (9)$$

где  $\varepsilon$  - малый параметр, штрих означает дифференцирование по фазе  $\omega t$ ,  $B_1, B_2 \sim A_1$ , причем знаки  $B_1, B_2 > 0$  совпадают со знаком члена  $A_1$ , который входит в ВАХ разряда (4).

В рамках механической аналогии  $u$  – отклонение частицы от положения равновесия,  $u'$ ,  $u''$  – ее скорость и ускорение. Раскачка колебаний возможна только при  $\varepsilon > 0$ , что требует наличия у разряда отрицательного дифференциального сопротивления  $R_{ID}$ . Стабилизация колебаний происходит благодаря двум положительным слагаемым  $B_1 u^2$  и  $B_2 u'^2$  в (9), которые снижают раскачивающее действие при росте размаха и скорости колебательного движения. В терминах газового разряда колебания стабилизируются за счет уменьшения отрицательного дифференциального сопротивления с ростом тока, что непосредственно обеспечивается членом с  $A_1 > 0$  в ВАХ (4). Уравнение (9) представляет собою комбинацию двух классических уравнений Ван-дер-Поля для автоколебательного процесса.

При отсутствии постоянного тока с катода  $j_{ep}=0$  существование автоколебаний при «больших»  $pd$ , а также в поднормальном разряде контролируется теми же факторами, что и при «малых»  $pd$ . Раскачку колебаний обеспечивает отрицательное дифференциальное сопротивление, стабилизацию – уменьшение отрицательного дифференциального сопротивления с ростом тока.

С линейной ВАХ  $V_s(j)=V_T-R_{1D}j$  и включенным  $j_{ep}$  система (5), (7) также приводится к уравнению колебаний. Теперь в уравнении типа (9) членов  $B_1u^2$ ,  $B_2u'^2$  нет, поэтому провести механическую аналогию не удастся. Вопрос об интерпретации автоколебаний в этом случае остается открытым.

**Глава 4** посвящена разработке программы для двухмерного и трехмерного моделирования стационарного столба тлеющего разряда с целью последующего изучения самоорганизации токовых нитей в разряде с полупроводниковым катодом. Поведение электронов и ионов описывается уравнениями гидродинамики, к которым присоединяются уравнение Пуассона и уравнение внешней цепи. Разрядный промежуток с плоскими металлическими электродами «включается» в цепь с источником питания  $V_0$  и внешним сопротивлением  $R$ . Стационарное решение всей системы ищется методом установления.

Уравнения для электронов и ионов представляются в разностной форме по схемам первого порядка точности. На каждом шаге по времени уравнения для потенциала  $\varphi$ , ионов  $n_{ion}$  и электронов  $n_e$  решаются последовательно, по консервативной безытерационной полунявной схеме. Эффективность алгоритма проверена путем сравнения результатов с рассчитанными в [6].

На рис. 7 приведен пример расчета единичного токового столба тлеющего разряда в азоте в узком зазоре  $d=0.1$  см при давлении  $p=100$  Торр. Выбранные значения  $p$  и  $d$  типичны для микроплазменных устройств и соответствуют условиям, при которых возникает множество токовых нитей. В расчете принято: напряжение источника  $V_0=1000$  В, внешнее сопротивление  $R=3000$  Ом; подвижности:  $\mu_e=4400$  см<sup>2</sup>·В<sup>-1</sup>·сек<sup>-1</sup>,  $\mu_{ion}=14.5$  см<sup>2</sup>·В<sup>-1</sup>·сек<sup>-1</sup>; температуры  $T_e=1$  эВ,  $T_{ion}=0$ ; коэффициент электрон-ионной рекомбинации  $\beta=2 \cdot 10^{-7}$  см<sup>3</sup>·сек<sup>-1</sup>,  $\gamma_{eff}=0.1$ . Боковые размеры камеры:  $y_{max}=1$  см и  $z_{max}=0.5$  см. Числа узлов сетки вдоль осей  $x, y, z$ :  $61 \times 71 \times 36$ .

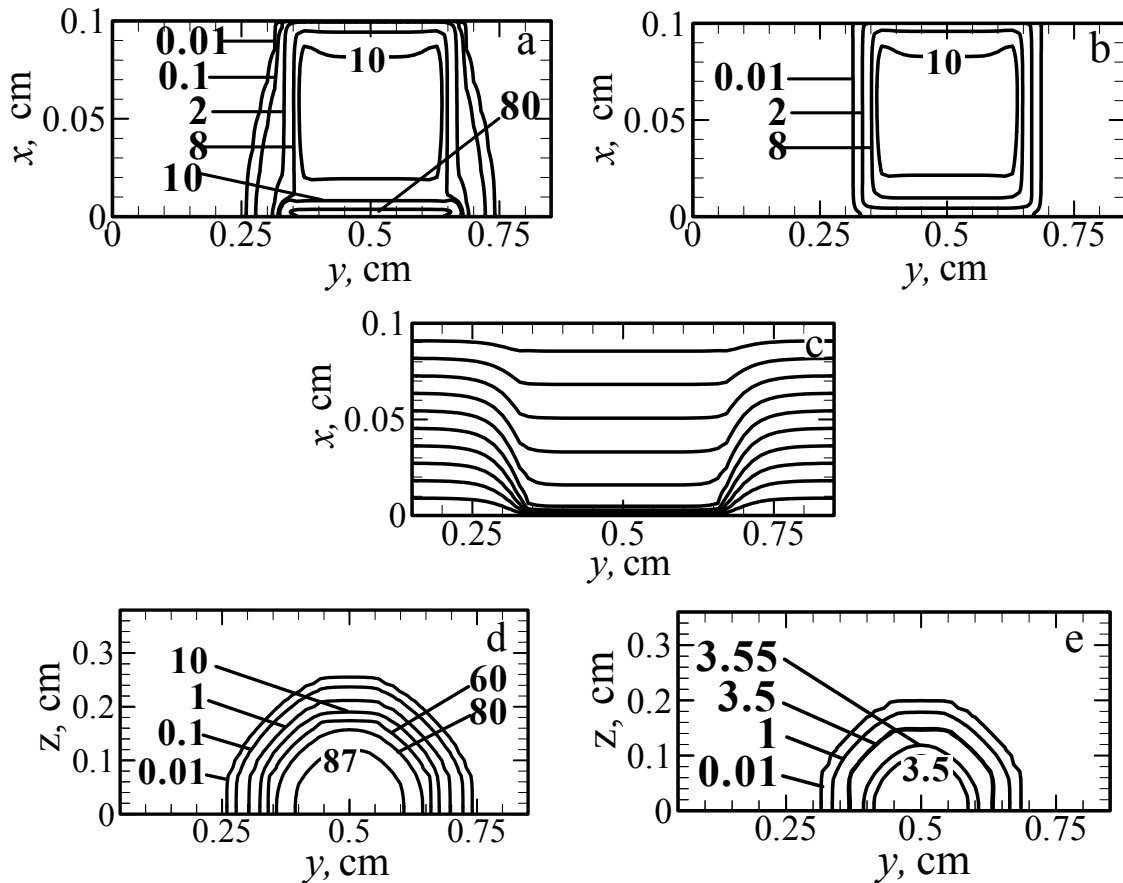


Рис. 7. Трехмерная структура тлеющего разряда,  $p=100$  Торр. Линии равных плотностей (в  $10^{11} \text{ см}^{-3}$ ) ионов  $n_{\text{ion}}$  (a) и электронов  $n_e$  (b) в плоскости  $(x, y)$ , содержащей ось катодного пятна. Катод внизу, анод сверху. Эквипотенциали (c) в той же плоскости с шагом  $\Delta\varphi=45.4$  В от  $V=0$  на катоде до  $V=499$  В на аноде. Линии равных  $n_{\text{ion}}$  на катоде (d) и  $n_e$  на аноде (e) в  $10^{11} \text{ см}^{-3}$  (изображены половины обоих пятен, для которых  $z=0$  является плоскостью симметрии). Разрядный ток  $I=167$  мА.

### Выводы.

1. В рамках простой модели, в основе которой лежит система двух уравнений для разрядного тока и напряжения, исследованы автоколебания в таунсендовском разряде. Получены автоколебательные решения в условиях, не рассмотренных в предыдущих работах, но представляющих в том числе и практический интерес. Установлено существование глубокой аналогии с автоколебаниями в механических системах. Механизмом раскачки колебаний служит отрицательное дифференциальное сопротивление, которое является эквивалентом вынуждающей силы в механической системе. Стабилизирует колебания уменьшение отрицательного дифференциального сопротивления с ростом тока, что соответствует увеличению коэффициента трения при

увеличении размаха и/или скорости колебаний в механической системе. Продемонстрировано, что слабый постоянный ток с катода оказывает существенное влияние на автоколебания: сглаживает пики и уменьшает период. Он также является дополнительным фактором, стабилизирующим колебания, однако причина такой стабилизации требует выяснения.

2. Поскольку причиной, вызывающей неустойчивость таунсендовского разряда, является отрицательное дифференциальное сопротивление в пределе «нулевых токов»  $R_{1D}$ , в работе выяснены механизмы его возникновения для промежутков  $pd \approx 1$  Торр·см. С этой целью методом Монте-Карло найдены вольт-амперные характеристики разряда в водороде и аргоне и рассчитаны значения  $R_{1D}$ . Результаты находятся в хорошем согласии с экспериментом. Установлено действие двух механизмов возникновения  $R_{1D}$  в рассматриваемых условиях. Один из них (известный ранее) связан с ростом «фактора ухода» электронов при увеличении разрядного тока. Второй, установленный в диссертации впервые, связан с «нелокальностью» истинного ионизационного коэффициента  $\alpha = \alpha(x)$ .

3. На основе гидродинамического описания электронного и ионного газов разработана трехмерная программа и проведено моделирование стационарного столба тлеющего разряда в азоте при давлениях 5 и 100 Торр. Эта программа служит основой для исследования недавно открытого и еще не изученного явления в механике низкотемпературной плазмы: движения и самоорганизации токовых нитей в разряде с полупроводниковым катодом.

### **Список публикаций по теме диссертации**

Результаты диссертации опубликованы в трех статьях в реферируемых журналах, традиционно печатающих статьи в том числе и по вопросам, лежащим на грани между механикой и физикой:

1. Ю.П. Райзер, Е.Л. Гуревич, М.С. Мокров, Самоподдерживающиеся колебания в слаботочном разряде с полупроводником в роли катода и балластного сопротивления. II. Теория, *Журнал Технической Физики*, Т 76, вып. 2, С 40 – 51 (2006).
2. М.С. Мокров, Ю.П. Райзер, Применение метода Монте-Карло для нахождения коэффициентов ионизации, вторичной эмиссии и вольт-амперной характеристики таунсендовского разряда в водороде, *Журнал Технической Физики*, Т 78, вып. 4, С 47 – 54 (2008).

3. M.S. Mokrov and Yu.P. Raizer, On the mechanism of the negative differential resistance of Townsend discharge, *Plasma Sources Science&Technology*, **17**, 035031 (8 pp) (2008).
4. М.С. Мокров, Двумерное и трехмерное численное моделирование тлеющего разряда в диффузионно-дрейфовом приближении, Препринт № 877 ИПМех РАН (2008), 46 с.
5. М.С. Мокров, Ю.П. Райзер. Возникновение автоколебаний тока в плоской системе газоразрядный промежуток – полупроводник. В Сборнике: *VII Международный симпозиум по радиационной плазмодинамике*, Москва, стр. 182 (2006).
6. М.С. Мокров, Ю.П. Райзер. Исследование автоколебаний тока в слаботочном таунсендовском разряде с полупроводником в роли катода и распределенного сопротивления. В Сборнике: *IV Курчатовская молодежная научная школа*, Москва, стр. 74 (2006).

**Цитированная литература:**

1. M.A. Folkard and S.C. Haydon *Aust. J. Phys.* 24, 527 (1971).
2. Z. Stokic et all *Physical Review A* 45, 7463 (1992).
3. A.V. Phelps, Z.Lj. Petrović and B.M.Jelencović *Physical Review E* **47**, 2825 (1993).
4. A.V. Phelps [ftp://jila.colorado.edu/collision\\_data](ftp://jila.colorado.edu/collision_data).
5. Д.С. Никандров, Л.Д. Цендин *ЖТФ* Т 75, вып. 10, С 29 (2005).
6. С.Т. Суржиков, *Физическая механика газовых разрядов*, М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана 2006, 639 с.

Мокров Михаил Сергеевич

Отрицательное дифференциальное сопротивление, неустойчивость и автоколебания в таунсендовском разряде

Автореферат диссертации на соискание  
ученой степени кандидата физико-математических наук

Подписано к печати 27.10.08. Заказ № 41-2008. Тираж 70 экз.

---

Отпечатано на ризографе Института проблем механики  
им. А.Ю. Ишлинского РАН  
119526 Москва проспект Вернадского д.101, корп. 1