На правах рукописи

ТОРСКАЯ Елена Владимировна

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРИКЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТЕЛ С ПОКРЫТИЯМИ

01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Москва – 2014

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук (ИПМех РАН)

Официальные оппоненты:

Тарлаковский Дмитрий Валентинович, доктор физико-математических наук, профессор, Научно исследовательский институт механики МГУ им. М. В. Ломоносова, заведующий лабораторией;

Айзикович Сергей Михайлович, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, ФГБОУ ВПО «Донской государственный технический университет», заведующий лабораторией;

Измайлов Владимир Васильевич, доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВПО «Тверской государственный технический университет», профессор кафедры прикладной физики.

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики прочности и материаловедения Сибирского отделения Российской академии наук (ИФПМ СО РАН)

Защита диссертации состоится 26 марта 2014 г. в 15 часов на заседании диссертационного совета Д 002.240.01 при ИПМех РАН по адресу: 119526, г. Москва, проспект Вернадского, д. 101, корп.1, ИПМех РАН.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ИПМех РАН (<u>http://ipmnet.ru/</u>).

Автореферат разослан «____» февраля 2015г.

Ученый секретарь

диссертационного совета Д 002.240.01

кандидат физико-математических наук

Данная диссертационная работа выполнена в лаборатории трибологии Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского академии наук; она была инициирована вопросами, Российской возникавшими при исследовании покрытий в различных условиях фрикционного нагружения. Работа посвящена изучению контактного взаимодействия упругих тел с покрытиями при наличии сил трения. При разработке механико-математических моделей учтены возможное неполное сцепление покрытия с подложкой И шероховатость поверхностей взаимодействующих тел, приводящая к дискретности контакта. Объектом исследования также является один из механизмов изнашивания тел с покрытиями, а именно усталостное изнашивание, обусловленное циклическим нагружением при скольжении шероховатых тел. Работа является продолжением и развитием фундаментальных работ в этом направлении, принадлежащих Г.С. Шапиро, В.С. Никишину, А.П. Макушкину, И.Г. Горячевой, О.Г. Чекиной. Диссертация содержит ряд теоретико-экспериментальных исследований, выполненных В соавторстве с экспериментаторами-трибологами и разработчиками новых материалов покрытий Н.К. Мышкиным, А.В. Морозовым, И.И. Курбаткиным, Ю.В. Корневым, Д.М. Гуцевым, В.Г. Кудрицким, Т.И. Муравьевой, А.М. Мезриным, А.С. Усейновым, К.С. Кравчуком, Н.Н. Фроловым, В.В. Сахаровым, К.L. Dahm, P.A.Dearnley.

Цель работы заключается в развитии направления механики фрикционного взаимодействия упругих тел с покрытиями, включающем постановки задач фрикционного контакта, совершенствование и адаптацию существующих методов механики контактного взаимодействия и механики разрушения, применение этих методов для анализа процессов, происходящих при трении тел с покрытиями, в том материалов объектов числе ДЛЯ ряда _ экспериментального исследования.

Актуальность работы связана с широким распространением покрытий для модификации узлов трения. Обсуждению вопросов, связанных с созданием новых материалов покрытий и методик их тестирования В условиях трения посвящены крупных два международных журнала; регулярно проводятся конференции с соответствующими секциями. В то же время численные методы, преимущественно используемые для моделирования фрикционного покрытиями, взаимодействия тел c для целого спектра задач целесообразно заменить численно-аналитическими методами, которые развиваются в рамках данной работы и адаптируются для нужд трибологических исследований.

Методы При исследовании фрикционного исследования. контакта тел с покрытиями были использованы методы, основанные на решении первой основной задачи теории упругости с помощью интегральных преобразованиях Ханкеля и Фурье для многослойных сред, которые были модифицированы для случая неполного сцепления слоев. Для решения задач о контакте с неизвестной границей использовались метод граничных элементов и итерационная процедура. Использование метода локализации, предложенного И.Г. Горячевой для решения периодических задач о контакте однородных упругих тел, потребовало в случае слоистых тел, наряду с некоторым упрощением, перехода ОТ преимущественно аналитического К численоаналитическому методу решения задачи. При моделировании контактноусталостного изнашивания покрытий использовались методы и подходы применительно условиям механики разрушения К сложного напряженного возникающего состояния, при контактном взаимодействии тел с покрытиями.

Научная новизна заключается в постановке и решении ряда новых задач механики контактного взаимодействия для слоистых сред в условии неполного сцепления слоев для единичного контакта, в том

числе с пригрузкой, а также для периодической контактной задачи и задачи 0 контакте с учетом шероховатости одного ИЗ взаимодействующих тел. Изучены особенности напряженного состояния слоистых тел в условиях фрикционного нагружения, что позволило вероятный механизм разрушения покрытий. Модель предсказать усталостного изнашивания результате накопления контактно-В повреждений усталостных за счет циклического нагружения скользящими неровностями дала возможность описать различные явления, имеющие место при фрикционном взаимодействии: отделение слоев конечной толщины, поверхностное изнашивание и выкрашивание покрытия от границы раздела с подложкой.

Достоверность и обоснованность результатов. Результаты получены на базе использования и обоснованной модификации известных методов механики деформируемого твердого тела. Для некоторых предельных случаев (либо близких к предельным) проведено сопоставление с известными аналитическими решениями. В некоторых случаях оказалось возможным сопоставить результаты расчетов с экспериментальными данными.

Практическая значимость работы состоит в возможности использовать результаты для оптимизации механических свойств покрытий и их толщины в пределах, допускаемых технологией, по критерию минимизации напряжений, ответственных за разрушение покрытий. Также показано, что разработанные методы решения контактных задач могут быть использованы для идентификации упругих свойств относительно жестких однородных покрытий по результатам индентирования, что особенно важно для новых материалов, существующих только в качестве покрытий.

Апробация результатов исследования. Основные результаты диссертации опубликованы в ведущих журналах, рекомендованных ВАК [1-14], а также в научных сборниках [15-18] и в материалах

конференций [19-39]. Основные результаты моделирования, выносимые на защиту и опубликованные в работах [1-39], получены автором диссертации. Все основные результаты работы были предметом докладов и обсуждений на российских и международных конференциях и симпозиумах по механике деформируемого твердого тела и трибологии [19-39], семинаре по механике сплошной среды им. Л.А. Галина, семинаре по механике деформируемого твердого тела НИИ механики МГУ.

Структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы.

Количество страниц в диссертации – 251, в том числе иллюстраций – 117, таблиц – 6.

Краткое содержание работы

Во введении обоснована актуальность работы, сформулированы основные цели, задачи и научная новизна, а также представлен обзор основных работ по тематике данного исследования с обоснованием его необходимости.

Первая глава работы посвящена контактному взаимодействию гладкого индентора и многослойного упругого полупространства с усложненными условиями на границе раздела слоев, а также исследованию напряженого состояния В поверхностных слоях (покрытиях) и полупространстве с учетом и без учета действия сил трения в области контакта.

Раздел 1.1 содержит постановку и метод решения задачи об осесимметричном нагружении двухслойного упругого полупространства при неполном сцеплении слоев. Рассматривается упругий слой толщины H, лежащий на упругом полупространстве и нагруженный давлением p(r) внутри круговой области радиуса a, $r \le a$ (рис. 1).

На границе раздела упругого слоя и упругого полупространства имеют место следующие граничные условия:

$$\sigma_{z}^{(1)} = \sigma_{z}^{(2)}, \qquad \tau_{rz}^{(1)} = \tau_{rz}^{(2)} = \frac{1}{k_{1}} \left(u_{r}^{(1)} - u_{r}^{(2)} \right),$$

$$w^{(1)} \left(r + u_{r}^{(1)} \right) = w^{(2)} \left(r + u_{r}^{(2)} \right)$$
(1)

Здесь $\sigma_z^{(i)}, \tau_{rz}^{(i)}, u_r^{(i)}, w^{(i)}$ – компоненты тензора напряжений, радиальные и нормальные перемещения в слое (i=1) и полупространстве (i=2). Условия (1) допускают относительное смещение в радиальном направлении точек слоя $u_r^{(1)}$ и полупространства $u_r^{(2)}$ на границе раздела. Поскольку тангенциальные напряжения направлены против проскальзывания, коэффициент $k_1 \ge 0$. При $k_1 = 0$ соотношения (1) совпадают с условиями полного сцепления слоя и основания, а при $k_1 \rightarrow \infty$ – соответствуют случаю, когда слой лежит без трения на упругом полупространстве.



Рис. 1. Схема осесимметричного нагружения двухслойного упругого полупространства

На верхней границе упругого слоя рассмотрены условия осесимметричного нагружения известным давлением p(r):

$$\sigma_{z}^{(1)} = -p(r), \qquad 0 \le r \le a ,$$

$$\sigma_{z}^{(1)} = 0, \qquad a < r < \infty ,$$

$$\tau_{rz}^{(1)} = 0 \qquad 0 \le r < \infty$$
(2)

Преобразуем последнее соотношение в граничных условиях (1), разложив функции $w^{(i)}(r+u_r^{(i)})$ в ряд и отбросив члены, начиная со второго порядка малости по $u_r^{(i)}$:

$$w^{(1)}(r) - w^{(2)}(r) = \tilde{w}(r), \quad \tilde{w}(r) = -u_r^{(1)} \frac{\partial w^{(1)}(r)}{\partial r} + u_r^{(2)} \frac{\partial w^{(2)}(r)}{\partial r}$$
(3)

В общем случае функция $\tilde{w}(r)$ неизвестна, что не позволяет применить для решения задачи прямую процедуру сведения ее к линейным системам функциональных уравнений, используя преобразования Ханкеля. Для решения задачи был применен итерационный процесс, в котором в качестве нулевого приближения использовалась функция $\tilde{w}_0(\rho) = 0$. Рассмотрим некоторый *j*-ый шаг, на котором известна функция $\tilde{w}_j(r)$. Тогда для определения осесимметричных полей напряжений и деформаций имеем следующие соотношения при z = 0:

$$\sigma_{z}^{(1)} = \sigma_{z}^{(2)}, \quad \tau_{rz}^{(1)} = \tau_{rz}^{(2)} = \frac{1}{k_{1}} \left(u_{r}^{(1)} - u_{r}^{(2)} \right),$$

$$w^{(1)} - w^{(2)} = \tilde{w}_{i}(r)$$
(4)

Для решения сформулированной выше граничной задачи представим напряжения и перемещения в форме Лява, где бигармонические функции для слоя и основания определяются следующим образом:

$$\varphi^{(1)}(r,z) = \int_{0}^{+\infty} \left[\left(A_{1}(\beta) - zB_{1}(\beta) \right) e^{\beta z/H} + \left(C_{1}(\beta) + zD_{1}(\beta) \right) e^{-\beta z/H} \right] J_{0}(\beta r) d\beta,$$

$$\varphi^{(2)}(r,z) = \int_{0}^{+\infty} \left[\left(A_{2}(\beta) - zB_{2}(\beta) \right) e^{\beta z/H} \right] J_{0}(\beta r) d\beta$$
(5)

Здесь $J_0(x)$ – функция Бесселя первого рода. Подобный подход позволяет свести задачу (1)-(2) к системе шести линейных относительно функциональных коэффициентов $A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2$ уравнений вида:

$$\begin{split} \mathbf{M} * \mathbf{A} &= \mathbf{Q} \,, \\ \mathbf{A} &= \left\{ A_{1}, B_{1}, C_{1}, D_{1}, A_{2}, B_{2} \right\}, \\ \mathbf{Q} &= \left\{ \overline{p}(\beta), 0, 0, 0, 0, 0 \right\}, \\ \mathbf{M} &= \begin{pmatrix} -1 & \tilde{v}_{1} - \beta \lambda & e^{-\beta \lambda} & (\tilde{v}_{1} + \beta \lambda) e^{-\beta \lambda} & 0 & 0 \\ 1 & 2v_{1} + \beta \lambda & e^{-\beta \lambda} & (\beta \lambda - 2v_{1}) e^{-\beta \lambda} & 0 & 0 \\ -e^{-\beta \lambda} & \tilde{v}_{1} e^{-\beta \lambda} & 1 & \tilde{v}_{1} & 1 & -\tilde{v}_{2} \\ e^{-\beta \lambda} & 2v_{1} e^{-\beta \lambda} & 1 & -2v_{1} & -1 & -2v_{2} \\ e^{-\beta \lambda} & 2\tilde{v}_{1} e^{-\beta \lambda} & -1 & 1 & -\tilde{\chi} - \beta k_{1} & -\tilde{\chi} - 2v_{2} \beta k_{1} \\ -e^{-\beta \lambda} & e^{-\beta \lambda} & -1 & -2\tilde{v}_{1} & \tilde{\chi} & -2\tilde{\chi}\tilde{v}_{2} \end{pmatrix} \\ \tilde{\chi} &= \frac{E_{1}(1 + v_{2})}{E_{2}(1 + v_{1})}, \quad \lambda = H / a, \quad \tilde{v}_{i} = 1 - 2v_{i}, \quad i = 1, 2 \\ \overline{p}(\beta) &= \int_{0}^{+\infty} \rho p(\rho) J_{0}(\rho\beta) d\rho, \quad \rho = r / a \end{split}$$

(6)

Система уравнений (6) решалась с использованием системы компьютерной алгебры Maple, были получены аналитические соотношения для образов напряжений и перемещений. Искомые напряжения и перемещения в слое и полупространстве находились применения обратных преобразований. путем интегральных Проводилось численное интегрирование, полученные аналитические соотношения были переведены в коды языка программирования Fortran, затем была написана программа расчета интегралов.

По найденным значениям перемещений $w^{(i)}$ и $u_r^{(i)}$ на границе слоя и полупространства определялась функция $\tilde{w}_{j+1}(\rho)$. Значение функции $\tilde{w}_{j+1}(\rho)$ использовалось на следующем шаге итерационного процесса. Итерационный процесс считался сошедшимся на *j*-ом шаге, если выполнялось следующее условие:

$$\max_{r} \left| \frac{\tilde{w}_{j+1}(r) - \tilde{w}_{j}(r)}{\tilde{w}_{j}(r)} \right| < \mathcal{E}$$
(7)

где *є* – наперед заданная малая величина. После окончания итерационной процедуры с использованием полученной на последнем шаге функции вычислялись напряжения и перемещения внутри слоя и полупространства.

При расчетах предполагалось, что давление, действующее на верхнюю границу слоя, равномерно распределено внутри круга радиуса a, т. е. $p(r) = p_0$. Был проведен анализ влияния геометрических и упругих параметров задачи на внутренние напряжения.

На основании исследования задачи были выделены следующие безразмерные параметры: $\chi = E_1/E_2$, $\lambda = H/a$, $\tilde{p}_0 = p_0/E_2$, $\tilde{k} = a/(k_1p_0)$, а также коэффициенты Пуассона покрытия V_1 и полупространства V_2 , которые оказывают влияние на распределение безразмерных напряжений и безразмерных перемещений в слое и полупространстве. Параметр \tilde{k} характеризует степень сцепления покрытия с подложкой.

Был проведен анализ функции $\tilde{w}(\rho)$ ($\rho = r/a$) при различных значениях параметра \tilde{k} для относительно жестких ($\chi > 1$) и относительно податливых ($\chi < 1$) покрытий. Результаты расчетов, представленные на рис. 2, позволяют сделать вывод, что при малых значениях \tilde{k} и λ и $\chi > 1$ функция $\tilde{w}(\rho)$ наиболее сильно отличается от нуля. В случае податливых покрытий ($\chi < 1$) небольшие отклонения функции $\tilde{w}(\rho)$ от нуля наблюдаются лишь при малых значениях \tilde{k} и λ .

Таким образом, для тонких и относительно жестких (с большим значением χ) покрытий при малых значениях \tilde{k} желательно использовать уточненное граничное условие, входящее в (1). При этом для жестких покрытий с χ < 10 и для относительно податливых покрытий можно использовать приближенное условие $w^{(1)} = w^{(2)}$, которое обычно ставится на границе слоя и основания. Этот вывод

позволил в дальнейших разделах работы пользоваться данным приближенным условием.



Рис.2 Функция $\tilde{w}(\rho)$: кривые 1, 4 – $\lambda = 0.15$, $\tilde{k} = 0.01$; кривая 2 – $\lambda = 0.15$, $\tilde{k} = 0.2$; кривая 3 – $\lambda = 0.55$, $\tilde{k} = 0.01$; кривые 1-3 – $\chi = 100$, $\tilde{p}_0 = 0.5$, $\nu_1 = 0.33$, $\nu_2 = 0.45$; кривая 4 – $\chi = 0.05$, $\tilde{p}_0 = 0.02$, $\nu_1 = 0.45$, $\nu_2 = 0.33$

В разделе 1.2 изложены постановка и метод решения осесимметричной контактной задачи для гладкого индентора и многослойного упругого полупространства при неполном сцеплении слоев и при наличии пригрузки.

Рассмотрено контактное взаимодействие осесимметричного гладкого индентора и упругого полупространства, в котором модуль Юнга и коэффициент Пуассона являются кусочно-постоянными функциями, зависящими от расстояния от поверхности. Форма индентора описывается функцией f(r).

На индентор действует нормальная сила *P*, направленная по оси симметрии индентора. Силы трения отсутствуют, задача рассматривается в осесимметричной постановке. В цилиндрической системе координат, связанной с точкой начального касания, граничные условия на поверхности полупространства имеют вид:

$$w^{(1)} + w^{(0)} = f(r) + \delta, \qquad 0 \le r \le a ,$$

$$\sigma_z^{(1)} = p_c(r), \qquad a < r_0 < r < \infty,$$

$$\tau_{rz}^{(1)} = 0.$$
(8)

w⁽⁰⁾ – упругие перемещения поверхностей $w^{(1)}$ Злесь И полупространства и индентора соответственно (если рассматривается жесткий индентор, принимаем $w^{(0)} \equiv 0$); δ – сближение двух тел; a – радиус области контакта, который для гладких инденторов является неизвестной величиной. Условие $\sigma_z^{(1)} = p_c(r)$ соответствует наличию на поверхности полупространства вне области контакта дополнительных сил (пригрузки), направленных перпендикулярно поверхности полупространства, которые полагаются известными и распределенными симметрично относительно центра области контакта.

Выполняется также условие равновесия:

$$P = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{a} p(r) r dr d\varphi$$
(9)

Здесь p(r) – распределение контактного давления ($p(r) = \sigma_z^{(1)}(r)$ для $r \le a$). Для гладкого индентора учитывается условие равенства нулю нормальных напряжений на границах области контакта, радиус которой неизвестен.

Условия на границе раздела упругих слоев принимаются в виде:

$$w^{(i)} = w^{(i+1)}, \quad \sigma_z^{(i)} = \sigma_z^{(i+1)}, \quad \tau_{rz}^{(i)} = \tau_{rz}^{(i+1)}, \quad \tau_{rz}^{(i)} = \frac{1}{k_i} \left(u_r^{(i)} - u_r^{(i+1)} \right)$$
(10)

Здесь $w^{(i)}$ и $u_r^{(i)}$ – вертикальные и радиальные перемещения в *i*-том слое, при i=n+1 – в упругом полупространстве. Связь касательных напряжений $\tau_{rz}^{(i)}$ с разницей радиальных смещений соседних слоев на границе их раздела соответствует случаю неполного сцепления слоев. Коэффициенты k_i предполагаются известными.

Решение контактной задачи ищется в виде кусочно-постоянной функции $p(r) = p_j(r_{j-1} < r < r_j, r_j = j \cdot \Delta r, j = 1, 2, ..., N)$. Предполагаемая область контакта делится на N колец толщиной Δr , рассматривается следующая система уравнений:

$$p_1\left(\kappa_1^{(m)} - \omega_1^{(m)}\right) + p_2\left(\kappa_2^{(m)} - \omega_2^{(m)}\right) + \dots + p_N\left(\kappa_N^{(m)} - \omega_N^{(m)}\right) = f_1(r_m), \qquad (11)$$

где i=1...N-1, $f_1(r)=(f(r)-f(a))-(g(r)-g(a))$ (таким образом из рассмотрения исключается константа δ , присутствующая в (8)); g(r) – упругие перемещения поверхности, обусловленные действием давления $p_c(r)$. Коэффициенты $\kappa_j^{(m)}$ определяют разницу вертикальных перемещений колец с внешними радиусами r_m и r_N под действием единичного давления, действующего внутри *j*-го кольца. Эти коэффициенты и функция g(r) определяются на основе решения осесимметричной задачи о нагружении многослойного упругого полупространства постоянным давлением, распределенным внутри кольцевых областей. Изложен метод решения задачи, являющийся обобщением (на покрытия с произвольным количеством слоев) метода, предложенного в разделе 1.1. Коэффициенты $\omega_j^{(m)}$ позволяют учесть упругие перемещения поверхности индентора. Систему (11) замыкает уравнение равновесия.

Если форма индентора описывается гладкой функцией f(r), необходимо дополнительное условие $p_N = 0$, которое позволяет путем итераций определить неизвестный радиус области контакта.

Раздел 1.3 посвящен методу расчета напряженного состояния многослойного упругого полупространства в условиях фрикционного нагружения. В предположении, что тангенциальные напряжения в области контакта оказывают пренебрежимо малое влияние на распределение контактного давления, решение осесимметричной задачи

о контакте гладкого индентора и тел с упругими покрытиями было использовано для определения напряжений, возникающих в покрытии и подложке при фрикционном нагружении. Силы трения скольжения при движении вдоль оси 0*x* в граничных условиях на поверхности вводились по закону Амонтона-Кулона в системе координат, связанной с движущимся телом:

$$\sigma_{z}^{(1)}(x, y) = -p(x, y), \quad \tau_{xz}^{(1)} = -\mu p(x, y), \quad 0 < r < a, \quad r = \sqrt{x^{2} + y^{2}},$$

$$\sigma_{z}^{(1)}(x, y) = 0, \qquad \tau_{xz}^{(1)}(x, y) = 0, \qquad a < r < \infty,$$

$$\tau_{yz}^{(1)}(x, y) = 0, \qquad 0 < r < \infty$$
(12)

На границе раздела слоев сохраняются условия неполного сцепления.

Таким образом, поставленная задача является пространственной задачей о нагружении многослойного упругого полупространства локально распределенными нормальной и касательной нагрузками, с усложненными условиями на границе раздела слоев.

Был разработан алгоритм перехода от граничного элемента-кольца к элементу-квадрату с постоянным распределением нормальных напряжений, который при достаточно малых размерах квадрата обеспечивает адекватный переход к пространственной задаче о нагружении поверхности.

В результате задача сводится к определению напряжений и перемещений, возникающих в многослойном упругом полупространстве под действием заданных постоянного нормального и касательного нагружения, распределенных внутри квадрата, а затем к суперпозиции.

Общее решение пространственной задачи теории упругости в форме Галеркина зависит от трех бигармонических функций, однако существует класс задач, для которых решение зависит от единственной функции для каждого слоя (Г.С. Шапиро, В.С. Никишин). В него входят краевые задачи с произвольной нормальной нагрузкой и касательной нагрузкой, удовлетворяющей условиям:

$$\sigma_{z}(x, y) = -p(x, y), \tau_{xz}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} s(x, y), \tau_{yz}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} s(x, y)$$
(13)

Потенциал $s(x, y) = -\mu p_0 x$ характеризует постоянную однонаправленную касательную нагрузку $-\mu p_0$. Таким образом, рассматриваемая задача о нагружении многослойного полупространства распределенными постоянными нормальной и касательной нагрузками может быть решена с единственной бигармонической функцией для каждого из слоев и для полупространства, что существенно упрощает метод определения напряжений и перемещений с помощью двойных интегральных преобразований Фурье.

В разделе 1.4 приведены результаты решения осесимметричной задачи о контакте двухслойного упругого полупространства и сферического индентора, либо индентора с плоском основанием и скругленными краями. В частности, для сферического штампа в случае полного сцепления слоев проведено исследование влияния толщины покрытия на радиус области контакта (рис.3). Зависимости были получены для внедрения сферического штампа в относительно жесткие (кривые 1-3) и относительно податливые (кривые 4, 5) покрытия.

Для относительно тонких покрытий величина радиуса контакта близка к a_2 – радиусу области контакта, соответствующему контакту штампа с подложкой без покрытия. Для относительно толстых покрытий эта величина стремится к a_1 – радиусу области контакта, соответствующему контакту штампа с полупространством, обладающим механическими свойствами покрытия.



Рис.3 Зависимость радиуса области контакта от относительной толщины покрытия (сферический штамп) при $P/(\pi R^2) = 0.2E_2, v_1 = v_2 = 0.3$ и $\chi = 10, 5, 2, 0.5, 0.2$ (кривые 1-5 соответственно).

Изучено распределение контактных давлений под штампом с плоским основанием и скругленными краями, полученных ДЛЯ разной относительно жестких покрытий толщины. В случае относительно толстого покрытия распределение давления близко к распределению, полученному аналитически в работе Л.А. Галина и И.Г. Горячевой при аналогичном нагружении упругого полупространства. При уменьшении толщины покрытия увеличивается радиус области контакта и растет давление на границе области; в центральной части области контакта давление падает и становится равным нулю (либо меньше нуля) для тонких покрытий, в этом случае имеет место контакт кольцевой области. Для определения контактных давлений, по распределенных внутри кольцевой области, при решении задачи ставилось дополнительное условие равенства нулю давления на внутренней границе кольца, радиус которой изначально неизвестен. При бо́льших значениях χ контакт по кольцу возникает и для более толстых покрытий. В случае относительно податливых покрытий область контакта всегда круговая.

Далее в разделе показано, что наличие осесимметричной пригрузки поверхности двухслойного полупространства приводит к уменьшению радиуса области контакта и увеличению максимальных значений контактного давления. Степень сцепления покрытия с подложкой оказывает наибольшее влияние на напряжения вблизи границы раздела, влияние этого параметра на решение контактной задачи менее существенно.

Раздел 1.5 посвящен исследованию напряженного состояния тел с однослойными покрытиями при фрикционном нагружении. На рис.4 приведены примеры распределения напряжений в относительно жестком тонком покрытии и в подложке, возникающие при фрикционном контакте со сферическим индентором (P = 7.9 H, H = 8.8мкм, R = 6.35 мм, безразмерная толщина покрытия $\lambda = 0.154$). В любом случае напряженное состояние характеризуется разрывом напряжений σ_x , σ_v и τ_{max} на границе раздела покрытия с подложкой, наличием локальных максимумов максимальных касательных напряжений на границе, области растяжения на поверхности за областью контакта (ее граница – *x*=-1 на рис. 4).

Для диапазона значений коэффициента трения $0 < \mu < 0.8$ показано, что величина коэффициента трения оказывает существенное влияние на распределение напряжений, как на их величину, так и на локализацию максимума (внутри слоя, на поверхности, на границе раздела с полупространством).

Помимо результатов, позволивших выявить основные закономерности влияния трения на напряжения в относительно жестких и относительно податливых покрытиях, в разделе представлены результаты расчетов для реальных покрытий в условиях трения скольжения. Целью этих исследований являлось: изучение связи между максимальными значениями растягивающих напряжений и фактом скалывания покрытий на ранних стадиях испытаний при превышении

предельных значений нагрузки; сопоставление результатов испытаний покрытий разной толщины в условиях многоциклового нагружения, приводящего в некоторых случаях к отслаиванию и выкрашиванию покрытия, со значениями максимальных касательных напряжений на границе раздела с подложкой; в пределах, допустимых технологией нанесения, определение толщины покрытия, обеспечивающей минимальное значение напряжений, концентрация которых может привести к разрушению покрытия.



Рис. 4 Распределение напряжений σ_x (а) и максимальных касательных напряжений τ_{max} (б), отнесенных к максимальному значению контактного давления, в двухслойном полупространстве. $E_1 = 300 \ \Gamma \Pi a$, $E_2 = 200 \ \Gamma \Pi a$, $v_1 = 0.2$, $v_2 = 0.3$, P = 7.9 H, H = 8.8 мкм, R = 6.35 мм, $\mu = 0.3$

В разделе 1.6 исследуются многослойные покрытия. Рассмотрена задача о вдавливании жесткого сферического индентора в трехслойное упругое полупространство с полным сцеплением на границе раздела. Для случая относительно более жестких материалов верхнего слоя и полупространства, между которыми находится более податливый слой, проведено сравнение результатов решения точной и приближенной контактной задачи. В приближенной задаче промежуточный слой учитывается с помощью следующих условий на границе раздела слоев:

$$\boldsymbol{\sigma}_{z}^{(1)} = \boldsymbol{\sigma}_{z}^{(2)}, \quad \boldsymbol{\tau}_{rz}^{(1)} = \boldsymbol{\tau}_{rz}^{(2)}, \quad \boldsymbol{\sigma}_{z}^{(1)} = \frac{1}{k_{1}^{(1)}} \left(w^{(1)} - w^{(2)} \right), \quad \boldsymbol{\tau}_{rz}^{(i)} = \frac{1}{k_{1}^{(2)}} \left(u_{r}^{(i)} - u_{r}^{(i+1)} \right) \quad (14)$$

Эти условия означают, что помимо податливости в тангенциальном направлении, введенной ранее и характеризуемой коэффициентом $k_1^{(2)}$, граница раздела покрытия с подложкой обладает также нормальной податливостью (коэффициент $k_1^{(1)}$).

Полученные результаты показали, что для фиксированной нагрузки можно подобрать условия на границе раздела, позволяющие уменьшить число слоев в задаче. Подобная редукция полезна в случае изучения фрикционного контакта, где расчет напряженного состояния существенно проще для однослойного покрытия. В качестве примера приведено исследование фрикционного нагружения относительно жесткого никель-фосфорного покрытия, модуль упругости которого меняется в зависимости от технологии нанесения; покрытие и подложка (никель) соединены тонкой медной прослойкой.

Проведен анализ напряженного состояния в четырехслойных покрытиях при осесимметричном нагружении, покрытия характеризуются неравномерным уменьшением модуля упругости и увеличением толщины слоев от поверхности вглубь полупространства. Исследовано также влияние модуля упругости верхнего слоя и основного материала на прогиб поверхности под действием нагрузки, показано, что ввиду малой (относительно области нагружения) толщины верхнего слоя изменение его модуля упругости (от 3200 до 5000 МПа) мало влияет на величину и форму прогиба, тогда как увеличение податливости основания от 30 до 15 МПа приводит к заметному увеличению максимального нормального смещения поверхности.

Раздел 1.7 посвящен определению модуля упругости относительно жестких покрытий по результатам индентирования. Для покрытий, как и для однородных материалов, модуль упругости может определяться по

результатам индентирования. Для относительно податливых покрытий при вдавливании индентора на глубину, не превышающую 1/10 толщины покрытия, влиянием подложки можно пренебречь и пользоваться стандартным программным обеспечением, созданным для однородных тел. Но в случае относительно жестких покрытий при интерпретации результатов индентирования необходимо учитывать деформацию более податливой подложки.



Рис.5 Зависимость внедрения от нагрузки для композиции Ni-P покрытие – стальная подложка (наноиндентирование); кривая 1 – усредненные результаты эксперимента, 2 – расчетная кривая, 3 и 4 – расчетные кривые для однородных материалов, Ni-P и стали соответственно.

В данном случае обратить задачу с тем, чтобы определить неизвестный модуль упругости при известных значениях нагрузки и внедрения, невозможно, поскольку заранее неизвестен вид функции распределения давления. В то же время, возможно решить серию контактных задач с изменяющимся модулем упругости, построить кривую зависимости внедрения от величины модуля упругости в выбранном диапазоне и при фиксированной нагрузке, и остановиться на том значении, которое обеспечивает экспериментальное значение внедрения. Большое количество точек на кривой разгрузки позволяет получить и большое количество значений модуля упругости, которые при малой погрешности эксперимента и расчетов близки друг к другу. Пример использования подобного алгоритма при индентировании покрытия алмазным конусом с радиусом 10мкм приведен на рис. 5.

Вторая глава работы посвящена моделированию контактного взаимодействия тел покрытиями учетом поверхностной С С шероховатости, предложены подходы и построены модели для изучения контактного взаимодействия тел с упругими покрытиями с учетом нагружения, обусловленного дискретного характера наличием шероховатости или микрорельефа поверхности.

В разделе 2.1 предложена постановка задачи о контакте периодической системы недеформируемых осесимметричных инденторов, расположенных в узлах гексагональной решетки (рис. 6) и двухслойного упругого полупространства. На границе раздела упругого слоя и упругого полупространства имеют место условия, учитывающие степень сцепления слоя с полупространством.

На верхней границе покрытия (*z* = *H*) выполняются следующие условия:

$$w^{(1)}(\overline{r}) = f(\overline{r} - \overline{r_i}) - \delta, \quad \overline{r} \in \omega_i = \{ |\overline{r} - \overline{r_i}| < a \},$$

$$\sigma_z^{(1)} = 0, \quad \overline{r} \notin \omega_i, \quad i = 1, 2, ..., \infty,$$

$$\tau_{rz}^{(1)} = 0, \quad \tau_{\theta z}^{(1)} = 0, \quad 0 \le |\overline{r}| < \infty$$
(15)

здесь $f(r) - \phi$ орма индентора, $a - радиус пятен контакта <math>\omega_i$.

Нагрузка *P*', приложенная к каждому индентору, и номинальное давление *p_n* связаны соотношением:

$$P' = (\sqrt{3}/2) p_n l^2.$$
(16)

Уравнение равновесия используется в виде:

$$P' = \int_{0}^{a} \int_{0}^{2\pi} p(r) r dr d\varphi$$



Рис.6 Контакт периодической системы индентров (*3*) и упругого слоя (*1*), скрепленного с упругим полупространством (*2*).

Наряду со сформулированной выше задачей рассмотрим следующую задачу в осесимметричной постановке:

$$w^{(1)}(r) = f(r), \qquad 0 \le r \le a, \sigma_z^{(1)} = 0, \qquad a < r < R_1, \sigma_z^{(1)} = p_n, \qquad R_1 < r < \infty, \tau_{rr}^{(1)} = 0, \qquad 0 \le r < \infty_1.$$
(18)

То есть рассматривается единый осесимметричный индентор с формой, описываемой функцией f(r) с центром в точке C (рис.6). На основе принципа локализации, разработанного И.Г. Горячевой, действие других инденторов заменяется действием номинального давления p_n , действующего при $r > R_1$. Радиус $R_1 \cong 0.525l$ получен исходя из условия равновесия и соотношения (16). Оценка погрешности подобной замены приведена в разделе 2.3.

Задача с граничными условиями (18) решается методом суперпозиции и проводится в два этапа. Первый этап – определение формы g(r) свободной от нагрузки круговой области ($0 \le r \le R_1$) на верхней границе упругого слоя, в то время как при $R_1 < r < \infty$ действует

давление p_n . Для того, чтобы исключить из расчетов бесконечно удаленную точку, эта задача решается при следующих условиях на поверхности:

$$p(r) = -p_n, \qquad 0 \le r \le R_1,$$

$$p(r) = 0, \qquad R_1 < r < \infty,$$
(19)

решение которой $\overline{g}(r)$ совпадает с g(r) с точностью до константы D.

На втором этапе полученная функция $\overline{g}(r)$ используется при формулировке условий сопряжения штампа и верхней границы упругого слоя. Граничные условия формулируются в виде, аналогичном (11) с измененной функцией $f_1(r)$:

$$p_1 \kappa_1^{(m)} + p_2 \kappa_2^{(m)} + \dots + p_1 \kappa_N^{(m)} = f_1(r_m)$$

$$f_1(r) = (f(r) - f(a)) - (\overline{g}(r) - \overline{g}(a)), \qquad (i = 1, 2 \dots N - 1)$$
(20)

Таким образом, как и в Главе 1, исключается из условий неизвестная константа *D*. Система замыкается уравнением равновесия. Неизвестный радиус площадки контакта определяется с помощью итераций до выполнения условия равенства давления нулю на границе области контакта. Точность полученного решения проверялась путем увеличения числа *N*.

В разделе 2.2 для системы сферических инденторов проведен распределения анализ зависимости контактных давлений ОТ относительной толщины покрытия, его относительной жесткости, а также от относительного радиуса кривизны инденторов. Последний параметр, наряду с нагрузкой, отвечает за плотность контакта, то есть отношение фактической площади контакта к номинальной. Для исследования эффекта взаимного влияния был использован дополнительный параметр $\hat{a} = a/a_0$, где a и a_0 – полученные при одинаковых значениях параметров радиусы областей контакта для

задачи с пригрузкой и без нее соответственно. Рис.7 отражает от относительной толщины слоя $\tilde{\lambda} = H / R$ зависимость â при фиксированных значениях $\chi = 10$, $p_n / E_2 = 0.1$. Предполагалось, что имеет место полное сцепление на границе раздела покрытия с подложкой. Общим свойством функции $\hat{a}(\tilde{\lambda})$ является стремление к некоторой асимптоте при увеличении толщины упругого слоя, что соответствует уменьшению подложки влияния на контактные характеристики. При этом асимптотическое значение зависит от комбинации параметров χ и R/l и убывает с увеличением R/l.

В разделе 2.3 с целью оценки близости полученных в результате решения задачи с граничными условиями (18) контактных характеристик к решению задачи с условиями (15) было проведено



Рис.7 Зависимость радиуса пятна контакта, отнесенного к радиусу пятна контакта изолированного индентора, от толщины покрытия при $\chi = 10, p_n / E_2 = 0.1; R / l = 0.5, 2, 10$ (кривые 1-3).

сравнение полученного радиуса пятна контакта *a* с радиусом области контакта *a*₁, который получается, если при постановке задачи принять во внимание еще один слой или несколько слоев инденторов. В рамках

осесимметричной постановки последние моделируются кольцами толщины Δa , середина которых расположена на расстоянии, отделяющем центры инденторов от рассматриваемого индентора. Были проведены расчеты для системы сферических инденторов при R/l = 4, которые показали, что учет влияния одного ближайшего слоя инденторов приводит к радиусу площадки контакта, отличному от *a* на 6%, в то время как a = 0.33l. Из этого следует, что при этой и меньшей плотности контакта основной метод расчета обеспечивает достаточную точность.

В разделах 2.4-2.5 представлена постановка задачи и результаты расчета напряжений в относительно жестких и относительно податливых покрытиях при их нагружении периодической системой сферических инденторов. Показано, что при малой плотности контакта для определения напряжений непосредственно под индентором, в частности, на оси его симметрии, можно использовать приближенную модель – рассматривать единичный индентор под нагрузкой Р', действие остальных заменить распределенным давлением p_n , подобно тому, как было предложено в разделе 2.1. При необходимости более полной оценки напряжений, включая ИХ распределение под ненагруженной частью поверхности, используется суперпозиция от действия контактного давления на большее число инденторов, действие остальных также заменяется пригрузкой.

На рис.8 представлены изолинии напряжений σ_r в жестком покрытии ($\chi = 20$), нагруженном системой инденторов с относительным радиусом R/l = 0.6. Плоскость вертикального сечения проходит через центры двух инденторов С и С' (рис. 6). На рисунке также показано расчетное распределение давлений в областях контакта. Сравнение радиуса области контакта с толщиной слоя позволяет считать покрытие

относительно тонким (H/a<1). Максимальные сжимающие (отрицательные) напряжения имеют место на верхней границе слоя, тогда как положительные растягивающие концентрируются на границе раздела слоя и полупространства ($\sigma_r \cong 5.42p_n$); то есть имеет место изгиб жесткого покрытия. Интересно отметить, что абсолютные значения максимальных сжимающих и растягивающих напряжений больше, чем максимальное значение контактного давления. Изгиб покрытий может привести к их разрушению. Периодическое распределение максимумов растягивающих напряжений на границе раздела покрытия с подложкой может привести к появлению системы вертикальных трещин, которые начинаются на границе раздела и распространяются вглубь покрытия.



Рис.8 Распределение контактных давлений и изолинии растягивающихсжимающих напряжений $\sigma_r(r,z)/p_n$ в жестком покрытии и в подложке $p_n = 0.2E_2$, $\chi = 20$, $v_1 = 0.3$, $v_2 = 0.4$, R/l = 0.6, H/l = 0.22.

Был проведен также анализ влияния таких параметров, как относительная толщина и относительная жесткость покрытий, а также параметра, характеризующего степень сцепления покрытия с подложкой, на максимальные касательные напряжения, их амплитуду. Исследование распределения напряжений σ_z на границе раздела покрытия с подложкой под двумя соседними инденторами показало, что

при некоторых комбинациях параметров нагружения на границе раздела относительно жестких покрытий и подложки под ненагруженной областью возникают напряжения, направленные противоположно силе, приложенной к индентору.

В разделе 2.6 вводится и анализируется функция дополнительного смещения для тел с покрытиями, которая затем используется в разделе 2.7 для решения задачи о контакте шероховатого индентора и тела с Под дополнительным смещением понимается внедрение покрытием. единичного индентора в двухслойное упругое полупространство, полученное в результате решения периодической задачи за вычетом константы *D* в соотношении (18). Анализ влияния геометрических параметров на дополнительное смещение проводился для периодической системы сферических инденторов. Предполагалось выполнение условий полного сцепления покрытия с подложкой.

Следует отметить, что при относительно больших значениях параметра λ подложка мало влияет на функцию дополнительного смещения. Расчеты, проведенные для других значений относительной жесткости покрытия, показали, что чем больше относительная жесткость, тем больше относительная толщина, при которой влиянием подложки можно пренебречь. Подобный эффект получен и для случая относительно податливых покрытий. Этот эффект важен, поскольку покрытия, являющиеся относительно толстыми на микроуровне, могут таковыми не являться, когда рассматривается контактная задача на макроуровне.

В разделе 2.7 рассматривается контакт осесимметричного шероховатого индентора и двухслойного упругого полупространства. Условия на верхней границе упругого слоя можно представить в виде:

$$w^{(1)}(x, y) = \tilde{f}(x, y) + D, \quad (x, y) \in \Omega,$$

$$\sigma_{z}^{(1)}(x, y) = 0, \quad (x, y) \notin \Omega,$$

$$\tau_{xz}^{(1)}(x, y) = \tau_{yz}^{(1)}(x, y) = 0$$
(21)

где $\tilde{f}(x, y)$ – функция, описывающая форму поверхности индентора, Ω – состоящая из отдельных пятен фактическая область контакта.

В предположении, что размер области Ω много больше характерного расстояния между неровностями l, можно разделить задачу с граничными условиями (21) на две взаимосвязанные задачи о контакте на микро- и макроуровне. Запишем следующее соотношение для определения номинальных давлений и неизвестного радиуса номинальной области контакта Ω :

$$w(x, y) = C[p(x, y)] + A[p(x, y)]$$
(22)

Здесь p(x, y) – неизвестное номинальное давление, C[p(x, y)] – зависящая от номинального давления функция дополнительного смещения, которая определяется в результате решения задачи о множественном контакте на микроуровне. При отсутствии шероховатостей $C[p(x, y)] \equiv 0$, и задача сводится к рассмотренным в Главе 1 условиям w(x, y) = A[p(x, y)], связывающим нормальные смещения с распределением контактного давления.

Можно выделить следующие два этапа решения задачи: исследование контакта периодической системы осесимметричных инденторов; использование макро-характеристик, полученных при решении периодической задачи, для определения распределения номинального давления и номинальной области контакта.

Рассмотрим пример функции, связывающей давление с дополнительным смещением поверхности в области контакта, необходимый для иллюстрации метода ее использования (рис. 9). Особенностью задачи является тот факт, что функция дополнительного

смещения определяется численно, то есть для ее использования при решении задачи (21) требуется аппроксимация. Другой особенностью задачи является определение номинального давления в виде кусочнопостоянной функции путем решения системы линейных уравнений типа (11). Из этого следует, что единственно возможной является аппроксимация функции дополнительного смещения кусочно-линейной функцией, то есть решение контактной задачи получается путем решения следующей системы уравнений:

$$p_{1}k_{1}^{(i)} + p_{2}k_{2}^{(i)} + \dots + w'(r_{i}) + \dots + p_{N}k_{N}^{(i)} = f(r_{i}) \quad i = 1, 2, \dots, N-1$$

$$\pi \sum_{i=1}^{N} p_{i}(r_{i}^{2} - r_{i-1}^{2}) = P \qquad (23)$$

$$w' = S_{m} + v_{m}p_{i}, \quad p_{m-1} \leq p_{i} \leq p_{m}, m = 1..M$$

Здесь S_m, v_m – параметры линейного сегмента *m*. Число сегментов *M* определяется расчетным модулем в зависимости от полученных для каждого конкретного случая результатов.



Рис. 9 Периодическая контактная задача: зависимость максимального вертикального смещения от номинального давления для относительно податливых (*E*₁/*E*₂=0.2) покрытий.

Поскольку априори неизвестно, какой из сегментов описывает функцию

дополнительного смещения для неизвестного значения давления p_i , система решается с помощью итераций. В качестве начального приближения рассматривается решение осесимметричной задачи, полученное для индентора без учета влияния микронеровностей.

Распределение контактных давлений и внутренних напряжений зависит от величин модулей упругости слоя и полупространства E_1 и E_2 , толщины слоя, радиуса индентора R', нагрузки P, а также от параметров периодической задачи – радиуса микро-индентора R и периода решетки l. Наиболее интересным представляется исследование влияния размеров микро-инденторов.

Рис. 10 иллюстрирует влияние плотности контакта на микроуровне на контактное давление для относительно податливого (рис.10,а) И жесткого (рис.10,б) относительно упругого слоя. Уменьшение плотности контакта ведет к увеличению максимального контактного давления на макроуровне (величины p_0 и *a*, использованные для получения безразмерных величин, получены для случая большей плотности контакта).



Рис. 10 Контактные давления p(r), полученные для двух величин плотности контакта в случае относительно податливых покрытий (E_1/E_2 =0.05, E_1 =1.01ГПа, H/R'=0.01, P=10H) (а) и относительно жестких покрытий (E_1/E_2 =2.5, E_1 =300ГПа, H/R'=0.01, P=10H) (б).

Полученные контактные давления были использованы для расчета параметров внутренних напряжений с учетом контактного взаимодействия на макро- и микроуровне. Определение максимального номинального давления в области контакта позволяет, значения периодической переходя К задаче, рассчитать фактические максимальные давления, реализуемые в контакте. Особый интерес фактические напряжения под шероховатостями, их представляют концентрация может привести к разрушению тонких приповерхностных слоев материала покрытий.

В разделе 2.8 рассмотрена задача о контактном взаимодействии гладкого индентора И шероховатого двухслойного упругого полупространства. Представлена следующая приближенная постановка, позволяющая исследовать макро-характеристики подобного контакта: рассматривается двухслойное упругое полупространство, на поверхности которого находятся микронеровности, взаимодействующее co сферическим гладким индентором; характерные высота микронеровностей h и расстояние между неровностями l много меньше толщины слоя и радиуса области контакта на макроуровне.

Запишем граничное условие на поверхности в виде, сходном с соотношением (22):

$$w(x, y) = \tilde{C}[p(x, y)] + \tilde{A}[p(x, y)]$$
(24)

Здесь $\tilde{C}[p(x, y)]$ – приближенная функция дополнительного смещения, полученная в предположении, что при достаточно большой толщине покрытия влиянием подложки на функцию дополнительного смещения можно пренебречь. Функция $\tilde{A}[p(x, y)]$ задает связь между контактными давлениями и нормальными перемещениями поверхности на макроуровне для задачи о контакте гладкого индентора с гладким двухслойным полупространством. В данном случае это решение также можно считать приближенным. Таким образом, шероховатость представлена в виде дополнительного слоя, обладающего зависящей от номинального давления нормальной податливостью, которая для периодической системы сферических инденторов при малой плотности контакта была получена аналитически И.Г. Горячевой. С учетом особенностей решения контактной задачи для тела с покрытием на макроуровне данная функция также должна быть аппроксимирована как кусочно-линейная.

Очевидно, что данная приближенная постановка задачи позволяет исследовать только характеристики контактного взаимодействия на макроуровне. Наиболее интересным представляется анализ зависимости внедрения от нагрузки для разных параметров микрогеометрии, в рамках рассматриваемой периодической задачи это расстояние между инденторами и радиус микро-индентора. В качестве примера в разделе рассмотрена реальная композиция керамическое покрытие-подложка, в которую вдавливается алмазный конический индентор с известным радиусом закругления. Геометрические параметры периодической системы инденторов определялись с помощью осреднения результатов профилометрирования поверхности. Сравнение результатов, полученных для шероховатого и гладкого покрытия, показало, что шероховатость делает систему более податливой; чем более дискретным является контакт, тем важнее принимать во внимание шероховатость поверхности покрытий. Неучет шероховатости поверхности при интерпретации результатов экспериментов по индентированию может привести к заниженным расчетным модулям упругости покрытия.

Третья глава работы посвящена моделированию контактноусталостного разрушения двухслойного упругого полупространства. Общий подход к моделированию контактно-усталостного разрушения основан на построении функции поврежденности поверхностных слоев материалов, зависящей от амплитудных значений напряжений в каждой

точке. Процесс накопления контактно-усталостной поврежденности на макроуровне может заканчиваться удалением материала в количествах, не позволяющих в дальнейшем полноценно использовать деталь с дефектной поверхностью. На микроуровне накопление контактноусталостной поврежденности приводит к массовому отделению частиц малого размера, так называемому усталостному изнашиванию.

В разделе 3.1 рассматривается накопление контактно-усталостных повреждений в двухслойном полупространстве при неполном сцеплении слоев при многоцикловом нагружении, когда между актами нагружения происходит разгрузка до нулевых значений напряжений. В ряде случаев при нанесении покрытия на границе раздела покрытия с подложкой образуется дефектный слой, который характеризуется наличием пор, микротрещин. Подобный слой может образоваться и при нанесении покрытия из материала, аналогичного основному (например, при восстановлении изношенных поверхностей). В работе И.Г. Горячевой, И.В. Фельдштейна для плоской задачи показано, что одним из возможных методов моделирования слоя является замена его слоем винклеровского типа, обладающим нормальной и горизонтальной податливостью. В применении пространственной К задаче 0 фрикционном нагружении это соответствует введению на границе раздела покрытия с подложкой условий типа (14) в декартовой системе координат.

Предположим теперь, что распределенная нагрузка действует на двухслойное полупространство периодически, в результате нагружения и разгрузки в материале происходит накопление повреждений. Для моделирования процесса накопления контактно-усталостных повреждений в материале необходимо провести выбор функции, связывающей скорость накопления поврежденности с напряженным состоянием упругого слоя. При построении модели контактноусталостного разрушения поверхности используется макроскопический

подход, который состоит в построении положительной неубывающей во функции Q(M,t), времени характеризующей меру повреждения материала в точке M(x,y,z) и зависящей от амплитудных значений данной точке. Для напряжений В исследования накопления используется модель линейного суммирования поврежденности повреждения (в каждый момент времени приращение поврежденности не зависит от величины накопленной поврежденности). Разрушение наступает в момент времени t^* , когда эта функция достигнет заданного порогового значения.

В данном исследовании считалось, что скорость $\partial Q(x, y, z, t)/\partial t$ накопления усталостных повреждений связана с амплитудным значением $\Delta \tau_l$ максимальных касательных напряжений в рассматриваемой точке степенной зависимостью вида

$$q(x, y, z, t) = \frac{\partial Q(x, y, z, t)}{\partial t} = c \left(\Delta \tau_{\max}(x, y, z, t) \right)^m,$$
(25)

где *с* и *m* – некоторые постоянные, определяемые экспериментально, $\Delta \tau_{max}(x, y, z, t)$ – разница между максимальным и минимальным значениями максимальных касательных напряжений в точке (*x*, *y*, *z*) за один цикл нагружения.

Разрушение наступит тогда, когда поврежденность в некоторой точке достигает критической величины. В нормированной системе отсчета это условие можно записать в виде $Q(x, y, z, N^*) = 1$, где N^* – количество циклов до разрушения.

Поскольку минимальные значения максимальных касательных напряжений au_{max} за цикл равны нулю, количество циклов до разрушения можно рассчитать из соотношения:

$$\int_{0}^{L} c\tau_{\max}^{m}(x, y, z, n) dn + Q_{0}(x, y, z) = 1.$$
(26)

Здесь $Q_0(x, y, z)$ – начальная поврежденность в рассматриваемой точке.

Движение нагрузки происходит вдоль оси *0x*, поэтому приращение поврежденности, происходящее за один цикл, зависит от значения следующей функции:

$$\tau_1^*(y,z) = \max_{x=0..\infty} \tau_{\max}(x,y,z),$$
(27)

которая соответствует максимальному по координате *x* значению напряжений при любых фиксированных значениях *y, z*. Тогда поврежденность, накопленная за *N* циклов, определяется из соотношения:

$$Q(x, y, z) = N c(\tau_1^*(y, z))^m + Q_0(x, y, z)$$
(28)

В разделе приведены результаты расчетов напряжений и функции поврежденности внутри упругого слоя и упругого основания. Расчеты проведены для частного случая совпадения упругих свойств слоя и Этот случай является практически полупространства. важным, поскольку соответствует условиям, возникающим в подповерхностных слоях изношенных деталей, восстановленных методом наплавки рабочих поверхностей. Расчеты показали, ЧТО зависимость максимальных касательных напряжений на нижней границе слоя от толщины немонотонна, т.е. существует толщина упругого слоя, при котором вероятность отслаивания является наибольшей.

Распределения максимальных касательных напряжений явились основой для определения функции накопления повреждений Q. В качестве примера в разделе описано изменение функции Q В зависимости от числа циклов нагружения для колеса, наплавленного по Начальная поврежденность поверхности катания. предполагалась равной нулю. Механические свойства материала, выраженные в значениях параметров c и m в соотношениях (25), (26), (28), определялись ДЛЯ колесной стали на основе опубликованных

результатов экспериментов, в ходе которых исследовалось контактноусталостное разрушение поверхностных слоев материала.

В разделе 3.2 предложена модель для исследования кинетики усталостного разрушения двухслойного упругого полупространства периодической системой инденторов, моделирующих микронеровности поверхности. Рассматривается скольжение по границе двухслойного полупространства периодической упругого системы сферических инденторов С радиусом *R*. Инденторы расположены В узлах гексогональной решетки с периодом *l*. Направление движения совпадает с направлением оси (0x). Предполагается, что на систему действуют средние по периоду давление p_n и касательные напряжения τ_n , уравновешивающие тангенциальные напряжения, действующие на площадках контакта, которые связаны между собой законом Амонтона-Кулона. Условия на границе раздела слоя и полупространства соответствуют условиям неполного сцепления (10), записанным в декартовой системе координат.

При скольжении периодической системы инденторов происходит циклическое нагружение поверхности, вызывающее неоднородное циклическое поле внутренних напряжений, что является причиной накопления в материалах усталостных повреждений и разрушения поверхностных слоев.

Также как и в предыдущем разделе используется модель линейного суммирования повреждения, разрушение наступает в момент времени t^* , когда функция поврежденности достигнет заданного порогового значения. Скорость $\partial Q(x, y, z, t)/\partial t$ накопления усталостных повреждений связана с амплитудным значением $\Delta \tau_l$ максимальных касательных напряжений в произвольной точке полупространства зависимостью (25).

В силу периодичности рассматриваемой здесь задачи можно ввести функцию $\Delta \tilde{\tau}_1(z,n)$, которая определяет максимальные амплитудные значения максимальных касательных напряжений, не зависит от координат *x*, *y* и изменяется с изменением толщины покрытия при разрушении. Функция поврежденности также не зависит от координат *x* и *y*, то есть зависит только от координаты *z* и времени *t*, которое можно выразить через число циклов *N*. Число циклов *N** до первого разрушения определяется как:

$$N^* = (c(\max\Delta\tilde{\tau}_1(z,n))^m)^{-1}, \quad 0 \le z \le H$$

$$Q^*(z) = N^* c(\Delta\tilde{\tau}_1(z,n))^m$$
(29)

Здесь Q^* – поврежденность, которая должна учитываться при дальнейшем исследовании процесса накопления. Акт разрушения приводит к уменьшению толщины покрытия и, следовательно, к изменению вида зависимости от координаты *z* амплитудных значений максимальных касательных напряжений. Число циклов до следующего разрушения N_I определяется из соотношения:

$$\max(Q^*(z) + (c(\Delta \tilde{\tau}_1(z, n))^m N_1) = 1, \quad 0 \le z \le h_1$$
(30)

Поскольку функция $Q^*(z)$ после отслаивания и удаления материала имеет на вновь образовавшейся поверхности значение, предельно близкое критическому, поверхностное изнашивание, т.е. непрерывное уменьшение толщины упругого слоя обязательно имеет место после первого акта разрушения. Следует отметить, что функция $\Delta \tilde{\tau}_1(z,0)$ может иметь максимум и на поверхности, тогда значение h_1 определяется только шагом сетки, используемой при расчете.

Помимо поверхностного изнашивания, ввиду дискретного изменения вида функций $\Delta \tilde{\tau}_1(z,n)$ относительно *n*, возможны еще акты подповерхностного разрушения, т.е. дискретного изменения толщины слоя. Между этими актами также происходит изнашивание.

Изложенный выше алгоритм был использован для расчета кинетики усталостного изнашивания двухслойного упругого полупространства периодической системой инденторов, расположенных в узлах гексагональной решетки и имеющих сферическую форму. Номинальное давление первой серии расчетов полагалось не зависящим от времени. Для исследования эволюции поврежденности материала покрытия был рассмотрен случай фрикционного нагружения относительно жестких покрытий. Поврежденность зависит от показателя степени *т* и множителя *с* (28). В условиях, когда амплитудные значения максимальных касательных напряжений являются функцией расстояния от поверхности слоя, можно исключить из рассмотрения множитель с, если рассматривать временные отрезки относительно N^* – числа циклов до первого разрушения. Тогда показатель степени *m* становится единственным параметром, определяющим функции ВИД поврежденности.

Распределение поврежденности по толщине упругого слоя в разные моменты времени представлено на рис. 11 для случаев *m*=2 (рис. 11,а) и m=5 (рис. 11,б) при значениях параметров: $\chi=2$, R/l=8, $p_{\mu}/E_1=0.001$, $v_1=v_2=0.3$, $\lambda=0.3$, $\mu=0.3$. Сплошные кривые соответствуют случаю полного сцепления покрытия с подложкой, пунктирные – неполному сцеплению. В обоих случаях кривая 1 соответствует первому акту подповерхностного разрушения. Новая толщина слоя составляет 0.84 от первоначальной. В дальнейшем процесс разрушения проходит различным образом. В случае m=2 функция поврежденности при n>N*всегда имеет два максимума – главный максимум на поверхности и постоянно увеличивающийся локальный максимум на границе раздела слоя и основания. Таким образом, имеет место поверхностное изнашивание достижении функцией И. при поврежденности критического значения на границе раздела, отслаивание покрытия. При m = 5 имеют место четыре акта подповерхностного разрушения. Между

актами разрушения происходит поверхностное изнашивание. Так же, как и в случае m = 2, происходит накопление поврежденности на границе раздела, приводящее в итоге к отслаиванию покрытия.

Далее в разделе приведены результаты расчета кинетики изменения толщины покрытия и проведено сравнение с кинетикой разрушения однородного полупространства.



Рис. 11

Такое же исследование проведено для случая стохастически изменяющегося номинального давления, что позволяет в некоторой степени учесть такие факторы, как сложное высотное распределение неровностей, волнистость поверхности, различного типа вибрации, имеющие место при фрикционном контакте, и влияющие на процесс накопления повреждений. Рассматривались колебания номинального давления в пределах ±80% от среднего значения, расчёты перепада максимальных касательных напряжений проводились с шагом 0.1 от среднего номинального давления. Сравнение результатов расчетов для постоянного и стохастически меняющегося во времени распределения номинального давления показало, что переменный характер нагружения приводит к появлению трех актов отделения слоев конечной толщины вместо одного, далее имеет место только поверхностное изнашивание.

Для рассмотренного количества циклов разрушение на границе раздела не наступило, следовательно, имеет место замедление процесса накопления контактно-усталостных повреждений на границе раздела.

В разделе 3.3 предложена модель расчета кинетики изменения толщины покрытия с учетом поверхностного изнашивания, имеющего природу, отличную от усталостной. Показано, что наличие такого изнашивания может замедлить процесс накопления поврежденности в материале покрытия, но не влияет либо ускоряет этот процесс на границе раздела покрытия с подложкой.

Основные результаты диссертации

В работе предложен численно-аналитический метод решения контактных задач И исследования напряженного состояния, возникающего при фрикционном взаимодействии тел с упругими метод основан на использовании покрытиями; интегральных преобразований Ханкеля и двойных интегральных преобразований Фурье, граничных элементов, итерационной процедуре и принципе суперпозиции. Преимуществами метода являются высокие точность и скорость расчетов за счет его аналитической составляющей, а также возможность использовать его для экспресс-оценок напряженного состояния и перемещений в выбранной области, например, на границе раздела слоев, без необходимости проведения расчета в других областях.

Разработанный метод был использован для решения ряда задач механики контактного взаимодействия тел с покрытиями с учетом трения и без трения. В частности, изучено влияние степени сцепления покрытия с подложкой на решение контактной задачи и распределение напряжений; исследовалось влияние формы гладких осесимметричных инденторов на распределение контактных давлений; рассмотрены задачи для покрытий с разным количеством однородных упругих слоев; изучено влияние трения на напряжения в покрытии, подложке и на

границе раздела. Разработан подход для решения периодической контактной задачи и определения напряжений в покрытии при множественном характере нагружения, проведен анализ результатов решения для относительно жестких и податливых покрытий. Решена задача о контакте шероховатого индентора с учетом параметров макрои микрогеометрии.

Ha фрикционном основе решения задачи 0 контакте периодической системы гладких инденторов и двухслойного упругого полупространства, а также некоторых подходов механики разрушения, проведено моделирование процесса накопления контактно-усталостных повреждений при циклическом нагружении, возникающем в процессе скольжения системы инденторов. Показано, что данный механизм позволяет описать три разных способа разрушения системы покрытиеотделение слоев конечной толщины, подложка: поверхностное изнашивание, отслоение покрытия от подложки.

В экспериментально-теоретических исследованиях удалось связать напряженное состояние, возникающее в покрытиях при трении, с механизмом их разрушения, а также определить упругие свойства новых материалов покрытий по результатам упругого индентирования. Таким образом, результаты работы частично использованы и будут использоваться в дальнейшем для решения практических задач трибологии.

Результаты опубликованы в следующих работах:

- 1. Горячева И.Г., Торская Е.В. Анализ напряженного состояния тел с покрытиями при множественном характере нагружения // Трение и износ, 1994, Т.16, N.3. С.349-357
- 2. Горячева И.Г., Торская Е.В. Периодическая контактная задача для системы штампов и упругого слоя, сцепленного с упругим основанием // Трение и износ, 1995, Т. 17, N. 4. С. 642-652

- Горячева И.Г., Торская Е.В. Напряженное состояние двухслойного упругого основания при неполном сцеплении слоев // Трение и износ, 1998, Т. 19, N. 3. С. 289-296
- 4. Торская Е.В. Анализ влияния трения на напряженное состояние тел с покрытиями // Трение и износ, 2002, Т. 23, N. 2. С. 130-138
- 5. Torskaya E.V., Goryacheva I.G. The effect of interface imperfection and external loading on the axisymmetric contact with a coated solid// Wear, 2003, V. 254, N 5-6. P. 538-545
- 6. Goryacheva I.G., Torskaya E.V. Stress and fracture analysis in periodic contact problem for coated bodies // Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 2003, V. 26. N 4. P. 343-348
- Dahm K.L., Torskaya E., Goryacheva I., Dearnley P.A. Tribological effects on subsurface interfaces // Proc. IMechE. Pt J: Engineering Tribology, 2007, V.221, N 3. P. 345-353
- 8. Горячева И.Г., Торская Е.В. Моделирование контактноусталостного разрушения двухслойного основания // Изв. РАН, МТТ, 2008, N.3. C.426-436
- 9. Торская Е.В., Лушников Н.А., Лушников П.А. Анализ напряженно-деформированного состояния многослойных дорожных одежд // Трение и износ, 2008, Т.29, N. 2. С.204-210.
- Goryacheva I.G., Torskaya E.V. Modeling of fatigue wear of a twolayered elastic half-space in contact with periodic system of indenters // Wear, 2010, 286 (11-12). P. 1417-1422
- 11. Торская Е.В. Моделирование накопления контактноусталостных повреждений в двухслойном полупространстве при неполном сцеплении слоев // МТТ, 2011, N. 6. C. 116-124
- 12. Торская Е.В. Моделирование фрикционного взаимодействия шероховатого индентора и двухслойного упругого

полупространства // Физическая мезомеханика, 2012, Т. 15, N. 2. С. 31-36

- 13. Горячева И.Г., Мышкин Н.К., Торская Е.В., Корнев Ю.В., Гуцев Д.М., Кудрицкий В.Г. Моделирование фрикционного взаимодействия композиционных покрытий триботехнического назначения // Трение и износ, 2012, Т.33, N.6. С. 557-565
- 14. Торская Е.В., Курбаткин И.И., Мезрин А.М., Морозов А.В., Муравьева Т.И., Фролов Н.Н., Сахаров В.В. Механические и трибологические свойства наноструктурированных покрытий на основе многокомпонентных оксидов // Трение и износ, 2013, Т. 34, N.2. C. 129-137
- 15.Горячева И.Г., Торская Е.В. Анализ напряженного состояния и разрушения тел с покрытиями в условиях контактного взаимодействия // Проблемы механики деформированного твердого тела: межвузовский сборник. Издательство С.-Петербургского государственного университета, 2002. С. 75-81
- 16.Горячева И.Г., Торская Е.В. Исследование внутренних напряжений в материалах, ослабленных системой дефектов, при фрикционном нагружении // Успехи механики сплошных сред: к 70-летию академика В.А.Левина, сб. науч. тр. Владивосток: Дальнаука, 2009. C.170-176
- 17. Торская Е.В. Исследование влияния микронеровностей на параметры контактного взаимодействия осесимметричного индентора и двухслойного упругого основания // Актуальные проблемы механики. Механика деформируемого твердого тела. Сборник трудов под ред. Р.В.Гольдштейна. М.: Наука, 2009. С.305-310
- 18. Торская Е.В. Моделирование множественного контактного нагружения двухслойного упругого полупространства // В сборнике

под ред. И.Г. Горячевой «Развитие идей Л.А. Галина в механике» – Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2012. С. 148-166

- 19. Torskaya E.V. Contact mechanics of coated bodies. 5th Euromech solid mechanics conference (ESMC-5), 2003. Book of abstracts. P.89.
- 20. Торская Е.В., Морозов А.В., Поздняков А.О. Изучение изнашивания полиамидных покрытий. Международная научно-техническая конференция «Поликомтриб». Белоруссия, Гомель, 2005. Аннотации докладов. С.142
- 21. Torskaya E. Fracture of coatings in friction contact with rough indentor, ICF Interquadrennial Conference. Fracture Mechanics in Design of Fracture Resistent Materials and Structures. Book of abstracts, Moscow, MAX Press, 2007. P.142-143.
- 22. Torskaya E., Chizik S., Siroezkin S. The method of elastic coatings diagnostics from indentation data. CIST2008 & ITS-IFToMM, Beijing, Cnina, 2008. CD Proceedings
- Torskaya E., Bronovetz M. Rolling contact of coated bodies. NORDTRIB 2008. CD Proceedings
- 24.Goryacheva I.G., Torskaya E.V. Modeling of fatigue wear of a layered elastic foundation in contact with periodic system of dies. 12th International Conference on Fracture, ICF-12, 2009. P. 6206-6215
- 25.Torskaya E. V. Friction contact of coated bodies with a rough indenter 7th Euromech Solid Mechanics Conference (ESMC-7), 2009. CD Proceedings
- 26.Горячева И.Г., Любичева А.Н., Торская Е.В., Мышкин Н.К., Гуцев Д.М., Григорьев А.Я. Исследование контактных и внутренних напряжений в металл-металлоидных покрытиях при их фрикционном нагружении. Сборник научных трудов международной конференции Актуальные проблемы механики сплошной среды. Ереван: ЕГУАС, 2010, Т.1. С.192-195

- 27.Torskaya E. Axisymmetric Contact Problem for Multilayered Elastic Halfspace 4th European Conference on Computational Mechanics (ECCM IV), 2010. CD Proceedings
- 28.Torskaya E.V. Rolling/sliding contact of coated bodies Seventh Colloquium Unilateral Problems in Structural Analysis, 2010. Abstracts
- 29. Торская Е.В. Моделирование фрикционного взаимодействия шероховатого индентора и двухслойного упругого полупространства. Тезисы X Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, 2011, № 4, часть 5. С.2529-2530
- 30. Torskaya E. Modeling of friction contact of coated bodies. 39 Summer School-Conference «Advanced Problems in Mechanics», 2011. Book of abstracts. P.93-94
- Иванов A.H. 31. Гуцев Д.М., Л.Ф., Торская E.B., Любичева Триботехнические Ni-P характеристики покрытий модифицированных SiO2 и ПТФЭ. Поликомтриб-2011: Тезисы научно-технической международной конференции докладов «Полимерные композиты и трибология». Гомель: ИММС НАНБ. C.81.
- 32. Torskaya E.V., Nikulin A.V. Calculation of elastic modulus of thin coatings from indentation tests and use of the data for stress analysis inside coated solids in friction contact. International Tribology Conference, Hiroshima, 2011. CD Proceedings
- 33. Торская Е.В. Определение упругих свойств тонких покрытий на основе результатов микро- и наноиндентирования. Сборник научных трудов международной конференции Актуальные проблемы механики сплошной среды. Ереван: ЕГУАС, 2012. С. 219-223
- 34. Торская Е.В., Корнев Ю.В. Определение упругих свойств твердых покрытий триботехнического назначения по результатам нано

индентирования. Проблемы машиноведения: трибология – машиностроению. Труды всероссийской научно-технической конференции с участием иностранных специалистов, г. Москва, 2012, Т.2. С.143-146.

- 35. Torskaya E., Morozov A., Mezrin A., Kurbatkin I., Sakharov V., Frolov N. Fracture of thin coatings based on multi-component oxides in friction contact. European conference on fracture (ECF 19), 2012. CD Proceedings
- 36.Torskaya E. Fatigue Wear of elastic coatings in contact with periodic system of sliders: modeling for constant and for time-dependent loads World Tribology Congress (WTC2013), 2013. CD Proceedings
- Useinov A., Kravchuk K., Torskaya E., Mezrin A. Friction of thin multicomponent oxide films: experiments and modeling. World Tribology Congress (WTC2013), 2013. CD Proceedings
- 38.Goryacheva I.G., Torskaya E.V. Fatigue wear of homogeneous and layered elastic half-space in cyclic friction contact. Contact Mechanics International Symposium (CMIS 2014), 2014. CD Proceedings
- 39.Торская Е.В. Моделирование усталостного изнашивания тел с покрытиями. Трибология – машиностроению: Труды десятой юбилейной Всероссийской научно-технической конференции с участием иностранных специалистов. 19-21 ноября 2014 года. М: Издательство «Перо», 2014. С.130-131