

Газовая динамика как инструмент для описания недетерминированных частиц

Ю.А.РЫЛОВ

Институт проблем механики, РАН

Россия 117526, Москва, Пр. Вернадского 101-1

email: rylov@ipmnet.ru

Web site: [http : //gasydyn - ipm.ipmnet.ru/~rylov/yrylov.htm](http://gasydyn - ipm.ipmnet.ru/~rylov/yrylov.htm)

Аннотация

Классические уравнения газовой динамики описывают среднее движение стохастических молекул. Причиной этой стохастичности является взаимодействие (столкновения) молекул. Волновая функция является способом описания газодинамических уравнений [3]. Если в газе молекулы взаимодействуют через некоторое силовое поле κ^l , уравнения газовой динамики в терминах мировой функции имеют вид уравнения Клейна-Гордона. Если рассматриваются два подхода: (1) квантовая механика (КМ) как аксиоматическая концепция и (2) КМ как разновидность газовой динамики, то следует избрать второй подход, потому что при первом подходе волновая функция выглядит как странный аксиоматический объект, тогда как при втором подходе волновая функция является естественным способом описания газовой динамики. Кроме того, второй подход позволяет получить более полное описание стохастических частиц.

Ключевые слова: волновая функция как атрибут газовой динамики; взаимодействие изменяющее массу молекулы; квантовая механика без квантовых принципов.

1 Введение

Динамика жидкостей и газов, в частности, газовая динамика рассматриваются обычно как инструмент для расчета газовых потоков. Людвиг Больцман предложил другую интерпретацию газовой динамики. Он рассматривал газовую динамику как инструмент для статистического описания стохастических молекул газа. Вначале прагматичное научное сообщество не приняло такую интерпретацию газовой динамики. Однако некоторое время спустя кинетическое уравнение Больцмана стало основой основной молекулярной теории газов и жидкостей [1]. Уравнения классической газовой динамики описывают среднюю скорость газовых молекул. Кинетическое уравнение дает более полное статистическое описание стохастических молекул газа.

Традиционное статистическое описание детерминированных частиц производится обычно в терминах статистического ансамбля. Статистический ансамбль представляет собой множество многих независимых тождественных частиц. Другими словами статистический ансамбль – это бесстолкновительный газ. Если частицы такого ансамбля взаимодействуют между собой, то движение частиц может быть стохастическим (недетерминированным). Такой ансамбль не рассматривается обычно как статистический ансамбль. Но ансамбль тождественных взаимодействующих частиц может рассматриваться как статистический ансамбль, если он рассматривается как базовый элемент динамики частиц (вместо отдельной частицы). Детали смотри в [2]. Статистический ансамбль с взаимодействующими тождественными частицами представляет собой газ. Молекулы этого газа движутся стохастически. Вид стохастичности зависит от вида молекулярного взаимодействия.

Очень важно, что элементарные частицы могут рассматриваться как классические недетерминированные (стохастические) частицы. Статистическое описание этих частиц осуществляется с помощью газовой динамики. Такое описание более естественно, чем традиционное квантовое описание в терминах волновой функции, потому что волновая функция является естественным атрибутом динамики жидкости и газа [3], тогда как волновая функция является чуждым аксиоматическим объектом в рамках традиционной квантовой механики. Это обстоятельство приводит к многочисленным интерпретациям квантовой механики. Эти многочисленные интерпретации обусловлены тем обстоятельством, что смысл волновой функции не ясен.

Хорошо известно, что уравнение Шредингера может быть представлено как описание потенциального течения некоторой жидкости [4]. Д. Бом развивал вопрос о связи между квантовой механикой и сплошной средой (гидродинамикой) [5]. К сожалению связь между квантовой механикой и гидродинамикой была односторонней в том смысле, что можно было получить гидродинамическое описание из квантовой механики, но не умели получить уравнение Шредингера из гидродинамических уравнений. Причиной подобной ситуации было то, что волновая функция является аксиоматическим объектом в квантовой механике, и никто не знал что такое волновая функция. Последние работы Нельсона [6] положения не изменили, хотя Нельсон пытался рассматривать классические стохастические частицы. Причиной такого положения было то, что волновая функция является аксиоматическим объектом в квантовой механике, и никто не знает, что такое волновая функция.

Ситуация изменилась, когда стало известно, что волновая функция есть метод описания любой недиссипативной сплошной среды [3]. Существуют три способа представления газовой динамики: (1) Представление Эйлера, (2) представление Лагранжа и (3) представление в терминах волновой функции. Последнее представление не было известно в XX веке. Оно стало известно только в самом конце XX века [3]. Поскольку волновая функция является атрибутом динамики сплошной среды, то представляется более разумным рассматривать классическую динамику сплошной среды как первичную концепцию. Тогда обычная квантовая механика будет вторичной (производной) концепцией, описывающей квантовые эффекты.

Классическая газовая динамика может рассматриваться как метод описания стохастических частиц. В самом деле, молекула газа движется стохастически из-за взаимодействия с другими молекулами. Это взаимодействие проявляется в столкновении

ях молекул. Если столкновения отсутствуют, то молекулы газа движутся детерминировано. Характер стохастичности зависит от вида взаимодействия молекул. Оказывается, что можно ввести такое взаимодействие между молекулами, что потенциальное течение газа с таким взаимодействием между молекулами будет описываться уравнением Клейна-Гордона. Это взаимодействие изменяет массу m молекулы, превращая ее в эффективную массу M с помощью соотношения

$$m^2 \rightarrow M^2(x) = m^2 + \frac{\hbar^2}{c^2} (g_{kl} \kappa^k \kappa^l + \partial_l \kappa^l), \quad \partial_l \equiv \frac{\partial}{\partial x^l} \quad (1.1)$$

где κ^l , $l = 0, 1, 2, 3$ есть некоторое силовое поле, и \hbar есть квантовая постоянная. Динамические уравнения для κ -поля получаются из соответствующего вариационного принципа. Из этих уравнений следует, что κ -поле имеет потенциал κ

$$\kappa_l = g_{lk} \kappa^k = \partial_l \kappa, \quad l = 0, 1, 2, 3 \quad (1.2)$$

В обычном газе взаимодействие молекул является реальным в следующем смысле. Движение отдельной молекулы (вне газа) становится детерминированным. Если газовая динамика используется как метод описания движения стохастических (квантовых) частиц, то взаимодействие частиц становится фиктивным в том смысле, что движение отдельной частицы остается стохастическим.

Классическая газовая динамика описывает среднее движение молекулы. Это описание довольно грубое в том смысле, что оно описывает только средние величины $\langle \mathbf{p} \rangle$, $\langle E \rangle$ и $\langle \mathbf{p} \times \mathbf{x} \rangle$ только аддитивных величин таких как импульс \mathbf{p} , энергия E и угловой момент $\mathbf{p} \times \mathbf{x}$. Это связано с тем, что уравнения классической газовой динамики были получены из законов сохранения вещества, импульса и энергии в то время, когда молекулярная структура газа еще не была известна. Уравнения газовой динамики не могут описать флуктуацию энергии молекулы $\sqrt{\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2}$. Чтобы получить более высокие моменты импульса \mathbf{p} , нужно рассчитать функцию распределения $f(\mathbf{x}, \mathbf{p})$. Она может быть получена из кинетического уравнения, которое учитывает более подробную информацию о взаимодействии молекул (столкновениях). Людвиг Больцман исследовал взаимодействия между молекулами (столкновения). В результате ему удалось получить кинетическое уравнение, описывающее эволюцию функции распределения $f(\mathbf{x}, \mathbf{p})$. Функция распределения полностью описывает молекулярную стохастичность.

Если формализм газовой динамики используется для описания среднего движения квантовых частиц, то он позволяет описать только средние величины $\langle \mathbf{p} \rangle$, $\langle E \rangle$ и $\langle \mathbf{p} \times \mathbf{x} \rangle$. Это довольно грубое описание. Чтобы получить более подробную информацию о среднем движении, нужно использовать более детальную информацию о κ -поле. Функция распределения $f(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ является нерелятивистской структурой так же как и фазовое пространство, где определяется функция распределения. Квантовая частица является релятивистской частицей. Регулярная составляющая скорости может быть нерелятивистской, тогда как стохастическая составляющая является релятивистской. Это обстоятельство важно в том отношении, что формализм квантовой механики, использующий волновую функцию, дает только довольно грубое описание среднего движения квантовой частицы. Однако квантовая механика претендует на

то, что описание в терминах волновой функции является максимально полным. В результате элементарные частицы описываются как точечные объекты, снабженные разными квантовыми числами. Возможная внутренняя структура элементарных частиц остается неизвестной.

Газ, молекулы которого взаимодействуют через κ -поле (1.1), описывается действием

$$\mathcal{E}[S_{\text{st}}]: \quad \mathcal{A}[x, \kappa] = \int_{\xi_0} \int_{V_\xi} \left(-mcK \sqrt{g_{lk} \dot{x}^l \dot{x}^k} - \frac{e}{c} A_l \dot{x}^l \right) d^4 \xi, \quad \dot{x}^i = \frac{\partial x^i}{\partial \xi_0} \quad (1.3)$$

$$K = \frac{M}{m} = \sqrt{1 + \lambda^2 (\kappa_l \kappa^l + \partial_l \kappa^l)}, \quad \lambda = \frac{\hbar}{mc}, \quad \partial_l \equiv \frac{\partial}{\partial x^l} \quad (1.4)$$

где $\xi = \{\xi_0, \boldsymbol{\xi}\}$. Переменные $\boldsymbol{\xi} = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$ маркируют мировые линии молекул, тогда как ξ_0 есть параметр вдоль мировой линии. Движение молекул газа стохастично. В самом деле, действие для отдельной молекулы записывается в виде

$$S_{\text{st}}: \quad \mathcal{A}[x, \kappa] = \int_{\xi_0} \left(-mcK \sqrt{g_{lk} \dot{x}^l \dot{x}^k} - \frac{e}{c} A_l \dot{x}^l \right) d\xi_0 \quad \dot{x}^i = \frac{\partial x^i}{\partial \xi_0}, \quad (1.5)$$

Если K определяется соотношением (1.4) и κ^l не равно нулю, то действие (1.5) определено некорректно, потому что $x^k = x^k(\xi_0)$ в (1.5) одномерная линия, тогда как производные от κ^l в K определены во всем пространстве-времени. Нельзя получить динамическое уравнение из действия (1.5). Это означает, что молекулы газа стохастичны. Однако, если нет взаимодействия между молекулами, и $\kappa^l \equiv 0$, то $K \equiv 1$. В этом случае действие (1.5) порождает динамические уравнения для отдельной молекулы, движение молекулы становится детерминированным.

Заметим, что не всякое взаимодействие между молекулами порождает их стохастичность. Например, электромагнитное взаимодействие между заряженными молекулами газа не порождает стохастичности. В этом случае получаем вместо (1.3)

$$\mathcal{E}[S_d]: \quad \mathcal{A}[x] = \int_{\xi_0} \int_{V_\xi} \left(-mc \sqrt{g_{lk} \dot{x}^l \dot{x}^k} - \frac{e}{c} A_l \dot{x}^l \right) d^4 \xi - \frac{1}{16\pi c} \int_{V_x} F_{ik} F^{ik} d^4 x \quad (1.6)$$

$$F_{ik} = \partial_i A_k - \partial_k A_i \quad (1.7)$$

Действие для отдельной молекулы получается из (1.6) в виде

$$S_d: \quad \mathcal{A}[x] = \int_{\xi_0} \left(-mc \sqrt{g_{lk} \dot{x}^l \dot{x}^k} - \frac{e}{c} A_l \dot{x}^l \right) d\xi_0 - \frac{1}{16\pi c} \int_{V_x} F_{ik} F^{ik} d^4 x \quad (1.8)$$

Действие (1.8) определено корректно. В результате действие (1.8) порождает динамические уравнения для одной частицы. Таким образом, электромагнитное взаимодействие не порождает стохастичности молекул в газе, состоящем из заряженных молекул.

2 Волновая функция как метод описания газа

Полная система газодинамических уравнений содержит семь уравнений

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla p(\rho)}{\rho} \quad (2.1)$$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v}(t, \mathbf{x}) \quad (2.2)$$

где ρ есть плотность, \mathbf{v} есть скорость, а p есть давление в газе. Уравнения (2.1) образуют замкнутую подсистему полной системы (2.1), (2.2). Обыкновенные дифференциальные уравнения (2.2) описывают движение частиц газа в заданном поле скоростей. Пусть $\boldsymbol{\xi}(t, \mathbf{x}) = (\xi_1(t, \mathbf{x}), \xi_2(t, \mathbf{x}), \xi_3(t, \mathbf{x}))$ суть три независимых интеграла уравнений (2.2). Тогда три уравнения

$$\frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \boldsymbol{\xi} = 0 \quad (2.3)$$

эквивалентны уравнениям (2.2). Система из семи динамических уравнений (2.1), (2.3) эквивалентна системе уравнений (2.1), (2.2). Уравнения (2.3) являются обыкновенными дифференциальными уравнениями, хотя они имеют вид уравнений в частных производных.

Система уравнений (2.1), (2.3) может быть проинтегрирована в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad \mathbf{p} = b_0 (\nabla \varphi + g^\alpha(\boldsymbol{\xi}) \nabla \xi_\alpha) \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \boldsymbol{\xi} = 0 \quad (2.5)$$

где b_0 есть произвольная постоянная, φ есть динамическая переменная, появившаяся вместо фиктивной переменной ξ_0 , $g^\alpha(\boldsymbol{\xi})$, $\alpha = 1, 2, 3$ суть три произвольные функции от $\boldsymbol{\xi}$, и $\mathbf{p} = \{p_1, p_2, p_3\}$ есть импульс, который связан со скоростью \mathbf{v} соотношением

$$p_\alpha = \frac{mv^\alpha}{\sqrt{1 - c^{-2}\mathbf{v}^2}}, \quad \text{или} \quad p_\alpha = mv^\alpha, \quad \alpha = 1, 2, 3 \quad (2.6)$$

Первое соотношение (2.6) выполняется в релятивистском случае. Второе соотношение выполняется в нерелятивистском случае. Произвольные функции $g^\alpha(\boldsymbol{\xi})$, $\alpha = 1, 2, 3$ могут быть выражены через начальные значения импульса \mathbf{p} . В самом деле, положим $t = \xi_0 = 0$, $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{x}$, $\varphi(\mathbf{x}) = 0$, тогда второе уравнение (2.4) принимает вид

$$p_\alpha(0, \mathbf{x}) = b_0 g^\alpha(\mathbf{x}), \quad \alpha = 1, 2, 3 \quad (2.7)$$

Интегрирование (2.4) было произведено Клебшем для несжимаемой жидкости [8, 9]. Интегрирование (2.4) не зависит от вида внутренней энергии газа, или от вида давления $p(\rho)$.

Заметим, что замкнутая подсистема из четырех уравнений (2.1) не может быть проинтегрирована в виде (2.4). По этой причине потенциалы Клебша (2.4) долгое

время не использовались. Большинство исследователей рассматривали замкнутую подсистему (2.1) как полную систему газодинамических уравнений на том основании, что система (2.1) является замкнутой системой дифференциальных уравнений. Волновая функция $\psi = \{\psi_\alpha\}, \alpha = 1, 2, \dots, n$ является n -компонентной комплексной функцией. Она построена из потенциалов Клебша с помощью соотношений.

$$\psi_\alpha = \sqrt{\rho} e^{i\varphi} w_\alpha(\boldsymbol{\xi}), \quad \psi_\alpha^* = \sqrt{\rho} e^{-i\varphi} w_\alpha^*(\boldsymbol{\xi}), \quad \alpha = 1, 2, \dots, n, \quad (2.8)$$

$$\psi^* \psi \equiv \sum_{\alpha=1}^n \psi_\alpha^* \psi_\alpha, \quad (2.9)$$

где (*) означает комплексное сопряжение, $w_\alpha(\boldsymbol{\xi}), \alpha = 1, 2, \dots, n$ суть функции только переменных $\boldsymbol{\xi}$. Они удовлетворяют соотношениям

$$-\frac{i}{2} \sum_{\alpha=1}^n (w_\alpha^* \frac{\partial w_\alpha}{\partial \xi_\beta} - \frac{\partial w_\alpha^*}{\partial \xi_\beta} w_\alpha) = g^\beta(\boldsymbol{\xi}), \quad \beta = 1, 2, 3, \quad \sum_{\alpha=1}^n w_\alpha^* w_\alpha = 1. \quad (2.10)$$

Число n - это такое натуральное число, что уравнения (2.10) допускают решение. Вообще говоря, n может зависеть от вида произвольных функций интегрирования $\mathbf{g} = \{g^\beta(\boldsymbol{\xi})\}, \beta = 1, 2, 3$. Практически $n = 1$ для потенциального течения, когда $\mathbf{g}(\boldsymbol{\xi}) = 0$. В случае завихренного течения $n = 2$.

Таким образом, волновая функция является методом описания сплошной среды.

3 Преобразование газодинамических уравнений к описанию в терминах волновой функции

Преобразуем действие (1.3), (1.4) к описанию в терминах волновой функции. Будем рассматривать переменные $\xi = \xi(x)$ в (1.3) как зависимые переменные, а переменные x как независимые переменные. Пусть соответствующий якобиан

$$J = \frac{\partial(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3)}{\partial(x^0, x^1, x^2, x^3)} = \det \|\xi_{i,k}\|, \quad \xi_{i,k} \equiv \partial_k \xi_i \equiv \frac{\partial \xi_i}{\partial x^k}, \quad i, k = 0, 1, 2, 3 \quad (3.1)$$

рассматривается как многолинейная функция от $\xi_{i,k}$. Тогда

$$d^4 \xi = J d^4 x, \quad \dot{x}^i \equiv \frac{dx^i}{d\xi_0} \equiv \frac{\partial(x^i, \xi_1, \xi_2, \xi_3)}{\partial(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3)} = J^{-1} \frac{\partial J}{\partial \xi_{0,i}} \quad (3.2)$$

После преобразования к зависимым переменным ξ действие (1.3) принимает вид

$$\mathcal{A}[\xi, \kappa] = \int \left\{ -mcK \sqrt{g_{ik} \frac{\partial J}{\partial \xi_{0,i}} \frac{\partial J}{\partial \xi_{0,k}}} - \frac{e}{c} A_k \frac{\partial J}{\partial \xi_{0,k}} \right\} d^4 x, \quad (3.3)$$

$$K = \sqrt{1 + \lambda^2 (\kappa_l \kappa^l + \partial_l \kappa^l)}, \quad \lambda = \frac{\hbar}{mc}, \quad (3.4)$$

Теперь переменные ξ и κ рассматриваются как функции независимых переменных $x = \{x^0, x^1, x^2, x^3\}$.

Введем новые переменные

$$j^k = \frac{\partial J}{\partial \xi_{0,k}}, \quad k = 0, 1, 2, 3 \quad (3.5)$$

с помощью множителей Лагранжа p_k

$$\mathcal{A}[\xi, \kappa, j, p] = \int \left\{ -mcK \sqrt{g_{ik}j^i j^k} - \frac{e}{c} A_k j^k + p_k \left(\frac{\partial J}{\partial \xi_{0,k}} - j^k \right) \right\} d^4x \quad (3.6)$$

Вариация по ξ_i дает

$$\frac{\delta \mathcal{A}}{\delta \xi_i} = -\partial_l \left(p_k \frac{\partial^2 J}{\partial \xi_{0,k} \partial \xi_{i,l}} \right) = 0, \quad i = 0, 1, 2, 3 \quad (3.7)$$

Используя тождества

$$\frac{\partial^2 J}{\partial \xi_{0,k} \partial \xi_{i,l}} \equiv J^{-1} \left(\frac{\partial J}{\partial \xi_{0,k}} \frac{\partial J}{\partial \xi_{i,l}} - \frac{\partial J}{\partial \xi_{0,l}} \frac{\partial J}{\partial \xi_{i,k}} \right) \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \xi_{i,l}} \xi_{k,l} \equiv J \delta_k^i, \quad \partial_l \frac{\partial J}{\partial \xi_{i,l}} \equiv 0 \quad \partial_l \frac{\partial^2 J}{\partial \xi_{0,k} \partial \xi_{i,l}} \equiv 0 \quad (3.9)$$

можно проверить прямой подстановкой, что общее решение линейных уравнений (3.7) имеет вид

$$p_k = b_0 (\partial_k \varphi + g^\alpha(\boldsymbol{\xi}) \partial_k \xi_\alpha), \quad k = 0, 1, 2, 3 \quad (3.10)$$

где $b_0 \neq 0$ есть постоянная, $g^\alpha(\boldsymbol{\xi})$, $\alpha = 1, 2, 3$ являются произвольными функциями переменных $\boldsymbol{\xi} = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$, и φ есть динамическая переменная ξ_0 , которая перестала быть фиктивной. Подставим (3.10) в (3.6). Член вида $\partial J / \partial \xi_{0,k} \partial_k \varphi$ приводится к якобиану и не дает вклада в динамические уравнения. Члены вида $\xi_{\alpha,k} \partial J / \partial \xi_{0,k}$ обращаются в нуль в силу тождеств (3.9). Получаем

$$\mathcal{A}[\varphi, \boldsymbol{\xi}, \kappa, j] = \int \left\{ -mcK \sqrt{g_{ik}j^i j^k} - j^k \pi_k \right\} d^4x, \quad (3.11)$$

где величины π_k определяются соотношениями

$$\pi_k = b_0 (\partial_k \varphi + g^\alpha(\boldsymbol{\xi}) \partial_k \xi_\alpha) + \frac{e}{c} A_k, \quad k = 0, 1, 2, 3 \quad (3.12)$$

Интегрирование уравнений (3.7) в виде (3.10) есть именно то интегрирование, которое позволяет ввести волновую функцию. Заметим, что коэффициенты перед производными от p_k в системе уравнений (3.7) построены из миноров якобиана (3.1). Именно это обстоятельство позволяет произвести общее формальное интегрирование.

Вариация действия (3.11) по κ^l дает

$$\frac{\delta \mathcal{A}}{\delta \kappa^l} = -\frac{\lambda^2 mc \sqrt{g_{ik}j^i j^k}}{K} \kappa_l + \partial_l \frac{\lambda^2 mc \sqrt{g_{ik}j^i j^k}}{2K} = 0, \quad \lambda = \frac{\hbar}{mc} \quad (3.13)$$

это уравнение может быть записано в виде

$$\kappa_l = \partial_l \kappa = \frac{1}{2} \partial_l \ln \rho, \quad \rho = \frac{\sqrt{j_s j^s}}{K} \quad (3.14)$$

или

$$e^{2\kappa} = \frac{\rho}{\rho_0} \equiv \frac{\sqrt{j_s j^s}}{\rho_0 K} \quad (3.15)$$

где переменная κ является потенциалом κ -поля κ_i и $\rho_0 = \text{const}$ есть постоянная интегрирования. Подставляя (3.4) в (3.15), получаем динамическое уравнение для κ

$$\hbar^2 (\partial_l \kappa \cdot \partial^l \kappa + \partial_l \partial^l \kappa) = m^2 c^2 \frac{e^{-4\kappa} j_s j^s}{\rho_0^2} - m^2 c^2 \quad (3.16)$$

Вариация действия (3.11) по j^k дает

$$\pi_k = -\frac{mcK j_k}{\sqrt{g_{ls} j^l j^s}} \quad (3.17)$$

или

$$\pi_k g^{kl} \pi_l = m^2 c^2 K^2 \quad (3.18)$$

Подставляя $\sqrt{j_s j^s}/K$ из второго уравнения (3.14) в (3.17), получаем

$$j_k = -\frac{\rho_0}{mc} e^{2\kappa} \pi_k, \quad (3.19)$$

Теперь исключим переменные j^k из действия (3.11), используя соотношения (3.19) и (3.14). Получаем

$$\mathcal{A}[\varphi, \boldsymbol{\xi}, \kappa] = \int \rho_0 e^{2\kappa} \{-m^2 c^2 K^2 + \pi^k \pi_k\} d^4 x, \quad (3.20)$$

где π_k определяется соотношением (3.12). Используя выражения (1.4) и (3.15) для K , преобразуем первый член действия (3.20) следующим образом.

$$\begin{aligned} -m^2 c^2 e^{2\kappa} K^2 &= -m^2 c^2 e^{2\kappa} (1 + \lambda^2 (\partial_l \kappa \partial^l \kappa + \partial_l \partial^l \kappa)) \\ &= -m^2 c^2 e^{2\kappa} + \hbar^2 e^{2\kappa} \partial_l \kappa \partial^l \kappa - \frac{\hbar^2}{2} \partial_l \partial^l e^{2\kappa} \end{aligned}$$

Примем во внимание, что последний член имеет вид дивергенции. Он не дает вклада в динамические уравнения и может быть опущен. Удаляя этот член, получаем

$$\mathcal{A}[\varphi, \boldsymbol{\xi}, \kappa] = \int \rho_0 e^{2\kappa} \{-m^2 c^2 + \hbar^2 \partial_l \kappa \partial^l \kappa + \pi^k \pi_k\} d^4 x, \quad (3.21)$$

Здесь π_k определяется соотношением (3.12), где постоянная интегрирования b_0 выбрана в виде $b_0 = \hbar$

$$\pi_k = \hbar (\partial_k \varphi + g^\alpha (\boldsymbol{\xi}) \partial_k \xi_\alpha) + \frac{e}{c} A_k, \quad k = 0, 1, 2, 3 \quad (3.22)$$

Вместо динамических переменных φ, ξ, κ введем двухкомпонентную комплексную функцию (2.8), (2.9)

$$\psi = \{\psi_\alpha\} = \{\sqrt{\rho}e^{i\varphi}w_\alpha(\xi)\} = \{\sqrt{\rho_0}e^{\kappa+i\varphi}w_\alpha(\xi)\}, \quad \alpha = 1, 2 \quad (3.23)$$

Здесь w_α суть функции только $\xi = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$, имеющие следующие свойства

$$\sum_{\alpha=1}^{\alpha=2} w_\alpha^* w_\alpha = 1, \quad -\frac{i}{2} \sum_{\alpha=1}^{\alpha=2} \left(w_\alpha^* \frac{\partial w_\alpha}{\partial \xi_\beta} - \frac{\partial w_\alpha^*}{\partial \xi_\beta} w_\alpha \right) = g^\beta(\xi) \quad (3.24)$$

где (*) означает комплексное сопряжение. Число компонентов волновой функции ψ зависит от функций $g^\beta(\xi)$. Это число выбирается таким образом, чтобы уравнения (3.24) имели решение. Тогда получаем

$$\psi^* \psi \equiv \sum_{\alpha=1}^{\alpha=2} \psi_\alpha^* \psi_\alpha = \rho = \rho_0 e^{2\kappa}, \quad \partial_l \kappa = \frac{\partial_l (\psi^* \psi)}{2\psi^* \psi} \quad (3.25)$$

$$\pi_k = -\frac{i\hbar (\psi^* \partial_k \psi - \partial_k \psi^* \cdot \psi)}{2\psi^* \psi} + \frac{e}{c} A_k, \quad k = 0, 1, 2, 3 \quad (3.26)$$

Подставляя соотношения (3.25), (3.26) в (3.21), получаем действие, записанное в терминах волновой функции ψ

$$\begin{aligned} \mathcal{A}[\psi, \psi^*] = & \int \left\{ \left[\frac{i\hbar (\psi^* \partial_k \psi - \partial_k \psi^* \cdot \psi)}{2\psi^* \psi} - \frac{e}{c} A_k \right] \left[\frac{i\hbar (\psi^* \partial^k \psi - \partial^k \psi^* \cdot \psi)}{2\psi^* \psi} - \frac{e}{c} A^k \right] \right. \\ & \left. + \hbar^2 \frac{\partial_l (\psi^* \psi) \partial^l (\psi^* \psi)}{4(\psi^* \psi)^2} - m^2 c^2 \right\} \psi^* \psi d^4 x \end{aligned} \quad (3.27)$$

Используем тождество

$$\begin{aligned} & \frac{(\psi^* \partial_l \psi - \partial_l \psi^* \cdot \psi) (\psi^* \partial^l \psi - \partial^l \psi^* \cdot \psi)}{4\psi^* \psi} + \partial_l \psi^* \partial^l \psi \\ \equiv & \frac{\partial_l (\psi^* \psi) \partial^l (\psi^* \psi)}{4\psi^* \psi} + \frac{g^{ls}}{2} \psi^* \psi \sum_{\alpha, \beta=1}^{\alpha, \beta=2} Q_{\alpha\beta, l}^* Q_{\alpha\beta, s} \end{aligned} \quad (3.28)$$

где

$$Q_{\alpha\beta, l} = \frac{1}{\psi^* \psi} \begin{vmatrix} \psi_\alpha & \psi_\beta \\ \partial_l \psi_\alpha & \partial_l \psi_\beta \end{vmatrix}, \quad Q_{\alpha\beta, l}^* = \frac{1}{\psi^* \psi} \begin{vmatrix} \psi_\alpha^* & \psi_\beta^* \\ \partial_l \psi_\alpha^* & \partial_l \psi_\beta^* \end{vmatrix} \quad (3.29)$$

Тогда получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{A}[\psi, \psi^*] = & \int \left\{ \left(i\hbar \partial_k + \frac{e}{c} A_k \right) \psi^* \left(-i\hbar \partial^k + \frac{e}{c} A^k \right) \psi - m^2 c^2 \psi^* \psi \right. \\ & \left. + \frac{\hbar^2}{2} \sum_{\alpha, \beta=1}^{\alpha, \beta=n} g^{ls} Q_{\alpha\beta, l} Q_{\alpha\beta, s}^* \psi^* \psi \right\} d^4 x \end{aligned} \quad (3.30)$$

Рассмотрим случай потенциального течения, когда $g^\alpha(\boldsymbol{\xi}) = 0$. В этом случае $w_1 = 1$, $w_2 = 0$, и функция ψ имеет только одну составляющую. Из (3.29) следует, что $Q_{\alpha\beta,l} = 0$. Тогда получаем вместо (3.30)

$$\mathcal{A}[\psi, \psi^*] = \int \left\{ \left(i\hbar\partial_k + \frac{e}{c}A_k \right) \psi^* \left(-i\hbar\partial^k + \frac{e}{c}A^k \right) \psi - m^2c^2\psi^*\psi \right\} d^4x \quad (3.31)$$

Вариация действия (3.31) по ψ^* порождает уравнение Клейна-Гордона

$$\left(-i\hbar\partial_k + \frac{e}{c}A_k \right) \left(-i\hbar\partial^k + \frac{e}{c}A^k \right) \psi - m^2c^2\psi = 0 \quad (3.32)$$

Таким образом, описание в терминах уравнения Клейна-Гордона является частным случаем описания стохастических частиц с помощью действия (1.3), (1.4).

В случае, когда течение флюида завихренное, и волновая функция ψ двухкомпонентна, тождество (3.28) принимает вид

$$\begin{aligned} & \frac{(\psi^*\partial_l\psi - \partial_l\psi^* \cdot \psi)(\psi^*\partial^l\psi - \partial^l\psi^* \cdot \psi)}{4\rho} - \frac{(\partial_l\rho)(\partial^l\rho)}{4\rho} \\ & \equiv -\partial_l\psi^*\partial^l\psi + \frac{1}{4}(\partial_l s_\alpha)(\partial^l s_\alpha)\rho \end{aligned} \quad (3.33)$$

где 3-вектор $\mathbf{s} = \{s_1, s_2, s_3\}$ определяется соотношениями

$$\rho = \psi^*\psi, \quad s_\alpha = \frac{\psi^*\sigma_\alpha\psi}{\rho}, \quad \alpha = 1, 2, 3 \quad (3.34)$$

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}, \quad \psi^* = (\psi_1^*, \psi_2^*) \quad (3.35)$$

Здесь $\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$ суть матрицы Паули

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

Заметим, что 3-векторы \mathbf{s} и $\boldsymbol{\sigma}$ являются векторами в пространстве V_ξ лагранжевых координат $\boldsymbol{\xi} = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$. Они преобразуются как векторы при преобразованиях

$$\xi_\alpha \rightarrow \tilde{\xi}_\alpha = \tilde{\xi}_\alpha(\boldsymbol{\xi}), \quad \alpha = 1, 2, 3, \quad \frac{\partial(\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \tilde{\xi}_3)}{\partial(\xi_1, \xi_2, \xi_3)} \neq 0 \quad (3.37)$$

Вообще говоря, преобразования лагранжевых координат $\boldsymbol{\xi}$ и преобразования эйлеровых координат \mathbf{x} не зависимы. Однако действие (3.27) не содержит ссылки на лагранжевы координаты $\boldsymbol{\xi}$ и преобразования (3.37) координат $\boldsymbol{\xi}$. Если мы рассматриваем только линейные преобразования координат \mathbf{x}

$$x^\alpha \rightarrow \tilde{x}^\alpha = b^\alpha + \omega^\alpha_\beta x^\beta, \quad \alpha = 1, 2, 3 \quad (3.38)$$

то ничто не мешает нам сопровождать каждое преобразование (3.38) аналогичным преобразованием

$$\xi_\alpha \rightarrow \tilde{\xi}_\alpha = b^\alpha + \omega^\alpha_\beta \xi_\beta, \quad \alpha = 1, 2, 3 \quad (3.39)$$

лагранжевых координат ξ . Формулы линейного преобразования векторов и спиноров в V_x не содержат явно координат \mathbf{x} , и можно рассматривать векторы и спиноры в V_ξ как векторы и спиноры в V_x , при условии, что линейные преобразования (3.38), (3.39) рассматриваются всегда вместе.

Используя тождество (3.33), можно получить из (3.27)

$$\mathcal{A}[\psi, \psi^*] = \int \left\{ \left(i\hbar\partial_k + \frac{e}{c}A_k \right) \psi^* \left(-i\hbar\partial^k + \frac{e}{c}A^k \right) \psi - m^2c^2\rho - \frac{\hbar^2}{4} (\partial_l s_\alpha) (\partial^l s_\alpha) \rho \right\} d^4x \quad (3.40)$$

Динамическое уравнение, порождаемое действием (3.40), имеет вид

$$\begin{aligned} & \left(-i\hbar\partial_k + \frac{e}{c}A_k \right) \left(-i\hbar\partial^k + \frac{e}{c}A^k \right) \psi - \left(m^2c^2 + \frac{\hbar^2}{4} (\partial_l s_\alpha) (\partial^l s_\alpha) \right) \psi \\ &= -\hbar^2 \frac{\partial_l (\rho \partial^l s_\alpha)}{2\rho} (\sigma_\alpha - s_\alpha) \psi \end{aligned} \quad (3.41)$$

Градиент единичного 3-вектора $\mathbf{s} = \{s_1, s_2, s_3\}$ описывает вихревую составляющую потока газа. Если $\mathbf{s} = \text{const}$, динамическое уравнение (3.41) превращается в традиционное уравнение Клейна-Гордона (3.32).

4 Взаимодействие между аксиоматической и газодинамической концепциями квантовой механики

Аксиоматическая концепция (АК) квантовой механики (КМ) и газодинамическая концепция (ГК) квантовой механики приводят к одинаковым динамическим уравнениям, и можно говорить, что математический формализм ГК эквивалентен математическому формализму аксиоматической концепции квантовой механики. Однако, аксиоматическая концепция содержит волновую функцию, которая является аксиоматическим объектом. Значение волновой функции не ясно, и нужна дополнительная интерпретация квантовой механики. Имеется несколько различных интерпретаций квантовой механики, и некоторые из них несовместимы с математическим формализмом квантовой механики. Интерпретация любой классической динамической системы \mathcal{S} осуществляется в терминах динамических переменных системы \mathcal{S} , и дополнительная интерпретация газодинамической концепции квантовой механики не нужна.

Копенгагенская интерпретация является наиболее распространенной интерпретацией квантовой механики. В этой интерпретации предполагается, что волновая функция описывает состояние отдельной частицы. К сожалению, это предположение не совместимо с математическим формализмом квантовой механики. В самом деле, запишем уравнение Шредингера в виде двух вещественных уравнений для волновой функции $\psi = \sqrt{\rho} \exp(S/i)$. Получаем

$$\partial_t \rho + \frac{1}{m} \nabla (\rho \nabla S) = 0 \quad (4.1)$$

$$\partial_t S - \frac{1}{2m} (\nabla S)^2 + \frac{\hbar^2}{2m\sqrt{\rho}} \nabla^2 \sqrt{\rho} = 0 \quad (4.2)$$

Если положить $\hbar = 0$ в (4.2), то получим уравнение Якоби - Гамильтона для свободной классической частицы

$$\partial_t S - \frac{1}{2m} (\nabla S)^2 = 0 \quad (4.3)$$

Это означает, что уравнения (4.1), (4.3) описывают статистический ансамбль классических частиц. Это означает, что уравнение Шредингера описывает статистический ансамбль квантовых частиц. Оно не может описывать отдельную квантовую частицу, потому что в этом случае классический предел $\hbar \rightarrow 0$ приводил бы к отдельной классической частице, а не к статистическому ансамблю классических частиц. Таким образом, волновая функция описывает состояние статистического ансамбля квантовых частиц. То же самое заключение следует из действия (1.3).

Эти две различные интерпретации различаются в том отношении, что в случае статистического ансамбля имеются два различных вида измерения, тогда как в случае отдельной частицы имеется только один вид измерения. Для случая статистического ансамбля имеются (1) массовое измерение (М-измерение), которое производится над всеми частицами статистического ансамбля и (2) отдельное измерение (S-измерение), которое производится только над одной из частиц статистического ансамбля. S-измерение и М-измерение имеют различные свойства, и их нельзя путать.

В случае, когда ψ волновая функция описывает состояние отдельной частицы, имеется только S-измерение. Возникает парадокс, когда отдельное измерение используется вместо М-измерения. Это существенно в случае, когда измерение (М-измерение) изменяет волновую функцию (редукция волновой функции в результате М-измерения) в процессе запутывания (entanglement) и тому подобных процессах. Мы не будем рассматривать здесь детали подобных явлений. Детали можно найти в работах [10, 11, 12]. Важно, что когда процессы с разными свойствами рассматривают как один процесс, то нельзя избежать парадоксов.

Различие между аксиоматической концепцией и газодинамической концепцией квантовой механики проявляется не только в интерпретации квантовой механики. В аксиоматической концепции КМ все динамические уравнения линейны в терминах волновой функции. Линейность является концептуальным свойством аксиоматической концепции. В газодинамической концепции КМ динамические уравнения линейны в терминах волновой функции только и только для потенциального течения. Аксиоматическая концепция КМ не допускает дальнейшего развития. В аксиоматической концепции считается, что среднее значение любой функции $F(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ определяется формулой

$$\langle F(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \rangle = \int \psi^* F(\mathbf{x}, -i\hbar\nabla) \psi d^3\mathbf{x} \quad (4.4)$$

тогда как в газодинамической концепции она верна только для $F(\mathbf{x})$, импульса \mathbf{p} , энергии E и углового момента $\mathbf{x} \times \mathbf{p}$. Другими словами, в ГК предполагается, что описание в терминах волновой функции слишком грубо, и требуется дальнейшая раз-

работка. В нерелятивистской газовой динамике это описание уточняется введением функции распределения и кинетического уравнения для нее.

Теорема о невозможности введения скрытых параметров в квантовой механике была доказана фон Нейманом в предположении, что соотношение (4.4) верно для всех функций $F(\mathbf{x}, \mathbf{p})$. Газодинамическая концепция квантовой механики вводит скрытые переменные, и внутри ГК соотношение (4.4) верно не для всех функций $F(\mathbf{x}, \mathbf{p})$. Газодинамическая концепция квантовой механики уточняется введением дискретной геометрии пространства-времени, где движение свободных элементарных частиц является изначально стохастическим [13, 14, 15]. В частности, описание уравнения Дирака в терминах гидродинамических переменных приводит к мировой линии частицы, имеющей форму винтовой линии [16]. Это дополнительное развитие приводит к возможности исследования внутренней структуры элементарных частиц, тогда как аксиоматическая концепция квантовой механики приводит к элементарной частице как точечному объекту, снабженному рядом квантовых чисел.

Заметим, что описание в рамках газодинамической концепции позволяет исследовать механизм рождения пар. При отражении частицы от потенциального барьера вблизи точки отражения возникает такое κ -поле, что коэффициент K (1.4) становится мнимым. В результате вблизи точки отражения возникает тахионная область. В этой области возможно рождение пары частица - античастица, потому что в тахионной области все мировые линии пространственноподобны.

Заметим, что исследование κ -поля и дискретной геометрии производится на основе традиционных статистических принципов [17, 18, 2] без связи газовой динамики с кинетическим уравнением. В результате нельзя заключить, что такое описание является более полным, чем традиционное описание в рамках аксиоматической концепции квантовой механики. Кроме того невозможно сравнивать результаты о структуре элементарной частицы с результатами стандартной модели теории элементарных частиц, потому что эти результаты относятся к различным направлениям исследования (различным подходам). Точно так же нельзя сравнивать первые результаты о структуре атомов с результатами периодической системы химических элементов, потому что атомная структура определяется структурным подходом (атомной физикой), тогда как периодическая структура определяется эмпирическим подходом.

5 Заключение

Показано, что квантовые эффекты могут описываться в терминах уравнений газовой динамики без использования принципов квантовой механики. Это означает, что причиной квантовых эффектов является некоторое силовое поле, а не квантовые принципы. В результате квантовые принципы не являются первыми принципами природы. Это означает, что имеются поля, которые не нужно квантовать. В частности, нет необходимости квантовать геометрические поля, например гравитационное поле. (В частности, потому, что динамические уравнения для гравитационного поля не содержат квантовой постоянной). Описание элементарных частиц в терминах волновой функции оказывается неполным. Описание на основе динамических уравнений газовой динамики может быть более полным, чем описание на основе кван-

товых принципов, если принять во внимание дискретность геометрии пространства-времени, которая является источником κ -поля.

Список литературы

- [1] J.O. Hirschfelder, Ch.F.Curtiss,R.B.Bird, *Molecular theory of gases and liquids*, London, 1954.
- [2] Yu.A.Rylov, Logical reloading. What is it and what is a profit from it? *Int. J. Theor, Phys.* **53**, iss. 7, pp.2404-2433, (2014), DOI: 10.1007/s10773.014.2039 .3
- [3] Yu. A. Rylov, "Spin and wave function as attributes of ideal fluid", *J. Math. Phys.* **40**, 256-278, (1999).
- [4] E. Madelung, "Quanten theorie in hydrodynamischer Form *Z.Phys.* **40**, 322-326, (1926).
- [5] D. Bohm, On possibility of the quantum mechanics interpretation on basis of representation on hidden variables, *Phys.Rev.* **85**, 166,(1952), 180,(1952).
- [6] E. Nelson, *Journal of Physics: Conference Series* **504** (2014) 012013 doi:10.1088/1742-6596/504/1/012013
- [7] Yu. A.Rylov, Hydrodynamic equations for incompressible inviscid fluid in terms of generalized stream function". *Int. J. Math. & Mat. Sci.* vol. **2004**, No. 11, 21 February 2004, pp. 541-570. See also *e-print /physics/0303065*.
- [8] A. Clebsch, Über eine allgemeine Transformation der hydrodynamischen Gleichungen, *J. reine angew. Math.* **54** , 293-312, (1857).
- [9] A. Clebsch, Ueber die Integration der hydrodynamischen Gleichungen, *J. reine angew. Math.* **56** , 1-10, (1859).
- [10] Yu.A. Rylov, Dynamics of stochastic systems and peculiarities of measurements in them. *e-print /abs/physics/0210003* .
- [11] Yu. A. Rylov, What object does the wave function describe? *e-print/physics/0405117*.
- [12] Yu. A. Rylov, Incompatibility of the Copenhagen interpretation with quantum formalism and its reasons . *Concepts of Physics* **5**, iss.2, 323-328, (2008). ISSN1897-2357, see also *e-print /physics/0604111*
- [13] Yu.A.Rylov, Non-Riemannian model of the space-time responsible for quantum effects. *Journ. Math. Phys.* **32(8)**, 2092-2098, (1991).
- [14] Yu. A. Rylov, Discrete space-time geometry and skeleton conception of particle dynamics . *Int. J. Theor. Phys.* **51**, 1847-1865, (2012), See also *e-print 1110.3399v1*

- [15] Ю.А.Рылов, Геометризация физики в микромире: дискретная геометрия пространства-времени и теория относительности (обзор) *Гиперкомплексные числа в физике и геометрии* **8**, вып. 2 (16,) 88-117 (2011). . English version in *e-print/1006.1254v2*
- [16] Yu.A. Rylov, Dirac equation in terms of hydrodynamic variables *Advances in Applied Clifford Algebras*, **5**, pp 1-40, (1995) See also <http://arXiv.org/abs/1101.5868>
- [17] Yu. A.Rylov, Structural approach to the elementary particle theory. In *Space-Time Geometry and Quantum Events* Ed.Ignazio Licata. pp.227-315, *Nova Science Publishers, Inc. ISBN 978-1-63117-455-1*
- [18] Yu. A. Rylov, The way to skeleton conception of elementary particles. *Global J.of Science Frontier Research*, vol.**14**, iss. 7, ver.1, 43-100, (2014)